



太原师院附中 师范中学 2016-2017 高一年级第一次月考

数学试题（解析）

第 I 卷 （选择题 共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 已知集合 $A = \{y | y = 2^x - 1\}$ ，集合 $B = \{x | y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}\}$ ，全集 $U = R$ ，则 $(C_R A) \cap B$ 为（ ）
- A. $(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$ B. $[1, 3]$ C. $(3, +\infty)$ D. $(-\infty, -1]$

【解析】D

【点评】集合的描述法以及集合间运算

2. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 2 \\ f(x+3), & x < 2 \end{cases}$ ，则 $f(1) - f(3) =$ （ ）

A. -2 B. 7 C. 27 D. -7

【解析】B

【点评】分段函数求值问题

3. 下列函数中既是偶函数，且在 $(0, +\infty)$ 为增函数的是（ ）

A. $y = 2x - 1$ B. $y = x + \frac{1}{x}$ C. $y = 2^{|x|}$ D. $y = -x^2 + 1$

【解析】C

【点评】函数单调性、奇偶性的判定

4. 设 $a = 4^{0.9}$ ， $b = 8^{0.48}$ ， $c = (\frac{1}{2})^{-1.5}$ ，则（ ）

A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $c > a > b$

【解析】B

【点评】幂的大小比较，利用指数函数单调性

5. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 2]$ ，则函数 $g(x) = \frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是（ ）

A. $[0, 1]$ B. $[0, 1)$ C. $[0, 1) \cup (1, 4]$ D. $(0, 1)$

【解析】B

【点评】具体函数、抽象函数的定义域



6. 已知集合 $M = \left\{x \mid x = m + \frac{1}{6}, m \in \mathbb{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{n}{2} - \frac{1}{3}, n \in \mathbb{Z}\right\}$, $P = \left\{x \mid x = \frac{p}{2} + \frac{1}{6}, p \in \mathbb{Z}\right\}$, 则集合 M, N, P 的关系是 ()

A. $M = N \subsetneq P$ B. $M \subsetneq N \subsetneq P$ C. $M \subsetneq N = P$ D. $N \subsetneq P \subsetneq M$

【解析】C

【点评】不同集合间的关系，通分统一形式

7. 已知函数 $f(x) = 4x^2 - mx + 5$ 在区间 $[-2, +\infty)$ 上增函数，则 $f(1)$ 的取值范围是 ()

A. $f(1) \geq 25$ B. $f(1) = 25$ C. $f(1) \leq 25$ D. $f(1) > 25$

【解析】A

【点评】二次函数的单调性

8. 已知函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 都是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数，若 $F(x) = af(x) + bf(x) + 2$ ，且 $F(-2) = 5$ ，则 $F(2) =$ ()

A. 1 B. -1 C. -2 D. 3

【解析】B

【点评】奇函数的性质，向上平移两个单位后最值和为 4

9. 函数 $y = 2 - \sqrt{-x^2 + 4x}$ 的值域是 ()

A. $[-2, 2]$ B. $[1, 2]$ C. $[0, 2]$ D. $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

【解析】C

【点评】复合函数的值域问题

10. 已知 $x, y \in \mathbb{R}$ ，且 $2^{-x} + 3^{-y} > 2^y + 3^x$ ，则下列各式中正确的是 ()

A. $x - y > 0$ B. $x + y < 0$ C. $x - y < 0$ D. $x + y > 0$

【解析】B

【点评】指数函数的单调性问题

11. 函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{-x^2 + x + 2}}$ 的单调减区间是 ()

A. $[-1, \frac{1}{2}]$ B. $(-\infty, -1]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[\frac{1}{2}, 2]$

【解析】A

【点评】复合函数的单调性，中等题



12. 已知函数 $g(x)$ 是定义在 $[a-15, 2a]$ 上的奇函数, 且 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & (x < 0) \\ f(x-a), & (x \geq 0) \end{cases}$, 则 $f(2016) = (\quad)$

A. 2

B. 5

C. 10

D. 17

【解析】D

【点评】奇函数定义域关于原点对称, 利用周期性求函数值

二、填空题 (本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填写在答题卡相应的题号后的横线上.)

13. 已知函数 $f(x)$ 为偶函数, 且在 $[0, +\infty)$ 单调递增, $f(-1) = 0$, 则满足 $f(2x-1) < 0$ 的 x 的取值范围为 _____.

【解析】(0, 1)

【点评】奇偶性和单调性综合问题, 数形结合

14. 用 $\min\{a, b, c\}$ 表示 a, b, c 三个数中的最小值. 设 $f(x) = \min\{2^x, x+2, 10-x\}$ ($x \geq 0$), 则 $f(x)$ 的最大值为 _____.

【解析】 $f(x)_{\max} = 6$

【点评】画出三个函数的图象, 取最下方图象找最大值。

15. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + 4a, & (x < 1) \\ (a-3)x + 4a, & (x \geq 1) \end{cases}$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的减函数, 则 a 的取值范围是 _____.

【解析】 $[1, \frac{4}{3}]$

【点评】分段函数单调性, 两段函数分别单调减, 需注意左右端点值的大小关系。

16. 函数 $f(x) = x^2 - bx + c$ 满足 $f(0) = 3$, 且对任意实数 x 都有 $f(1+x) = f(1-x)$ 成立, 则 $f(b^x)$ 与 $f(c^x)$ 关系是 _____.

【解析】 $f(b^x) \leq f(c^x)$

【点评】函数对称性及分类讨论; 压轴题



三、解答题(本大题共 6 个小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 10 分) 设集合 $A = \{x | x^2 - x + m = 0\}$, $B = \{x | x^2 + px + q = 0\}$, 且 $A \cap B = \{1\}$, $A \cup B = A$. 求 (1) 实数 m 的值; (2) 实数 p, q 的值.

【解析】 $m = 0$, $p = -2, q = 1$

【点评】 集合间关系反推求参数

18. (本小题满分 12 分) 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = -x^2 + 2x$.

- (1) 求: $f(x)$ 在 R 上的解析式;
(2) 作出函数 $f(x)$ 的图象, 并写出其单调区间.

【解析】 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases}$ $(-\infty, -1)$ 单调减, $(-1, 1)$ 单调增, $(1, +\infty)$ 单调减

【点评】 奇偶函数的解析式、图象和单调区间问题

19. (本小题满分 12 分) 已知 $f(x) = x^2 + 2ax + 2$ $x \in [-5, 5]$.

- (1) 求 $f(x)$ 的最小值 $g(a)$;
(2) 若 $y = f(x)$ 在区间 $[-5, 5]$ 上是单调函数, 求实数 a 的取值范围.

【解析】 $g(a) = \begin{cases} 27 - 10a, & a \geq 5 \\ 2 - a^2, & -5 < a < 5 \\ 27 + 10a, & a \leq -5 \end{cases}$ $a \geq 5$ 或 $a \leq -5$

【点评】 二次函数的单调性和分类讨论

20. (本小题满分 12 分) 已知 $f(x) = \frac{mx^2 + 2}{3x + n}$ 是奇函数, 且 $f(2) = \frac{5}{3}$.

- (1) 求实数 m 和 n 的值;
(2) 判断 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的单调性, 并加以证明.

【解析】 $m = 2, n = 0$, $(1, +\infty)$ 上单调增, $(0, 1)$ 单调减, 证明略.

【点评】 奇函数求参数问题, 证明单调性, 涉及对勾函数的单调性; 中上档题



21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 对于任意的 $x, y \in R$, 都有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) < 0$, 且 $f(-1) = 2$.

(1) 求证: $f(x)$ 为奇函数;

(2) 求证: $f(x)$ 是 R 上的减函数;

(3) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-2, 4]$ 上的值域.

【解析】(1) 略; (2) 略; (3) 值域为 $[-8, 4]$.

【点评】抽象函数的综合题, 奇偶性、单调性和求值; 压轴题

22. (本小题满分 12 分) 已知定义域为 R 的函数 $f(x) = a + \frac{1}{4^x + 1}$ 是奇函数.

(1) 求 a 的值;

(2) 判断并证明 $f(x)$ 的单调性;

(3) 若对任意的 $t \in R$, 不等式 $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$ 恒成立, 求 k 的取值范围.

【解析】(1) $a = -\frac{1}{2}$; (2) 单调减; (3) $k < -\frac{1}{3}$

【点评】奇函数 $f(0) = 0$, 利用奇偶性、单调性解不等式; 中档题