



# 2015-2016 学年山西太原外国语学校高一第一次月考数学试卷

## 参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.请将答案填涂到答题卡上.

1. 若集合  $A=\{x|-5<x<2\}$ ,  $B=\{x|-3<x<3\}$ , 则  $A\cap B=$  ( )

A.  $\{x|-3<x<2\}$  B.  $\{x|-5<x<2\}$  C.  $\{x|-3<x<3\}$  D.  $\{x|-5<x<3\}$

【考点】交集及其运算.

【专题】集合.

【分析】直接利用集合的交集的运算法则求解即可.

【解答】解：集合  $A=\{x|-5<x<2\}$ ,  $B=\{x|-3<x<3\}$ ,

则  $A\cap B=\{x|-3<x<2\}$ .

故选：A.

【点评】本题考查集合的交集的运算法则，考查计算能力.

2. 设全集  $U=\{x\in\mathbb{N}^*|x<6\}$ , 集合  $A=\{1, 3\}$ ,  $B=\{3, 5\}$ , 则  $C_U(A\cup B)$  等于 ( )

A.  $\{1, 4\}$  B.  $\{2, 4\}$  C.  $\{2, 5\}$  D.  $\{1, 5\}$

【考点】交、并、补集的混合运算.

【专题】计算题.

【分析】由全集  $U=\{x\in\mathbb{N}^*|x<6\}$ , 可得  $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 然后根据集合混合运算的法则即可求解.

【解答】解： $\because A=\{1, 3\}$ ,  $B=\{3, 5\}$ ,

$\therefore A\cup B=\{1, 3, 5\}$ ,

$\because U=\{x\in\mathbb{N}^*|x<6\}=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,

$\therefore C_U(A\cup B)=\{2, 4\}$ ,

故选 B.

【点评】本题考查了交、并、补集的混合运算，属于基础知识，注意细心运算.

3. 设全集  $U=\mathbb{R}$ , 集合  $M=\{x|-2<x<1\}$ ,  $N=\{x|0<x<3\}$ , 则  $N\cap(C_UM)$  等于 ( )

A.  $\{x|0<x<1\}$  B.  $\{x|1\leq x<3\}$  C.  $\{x|-2<x\leq 0\}$  D.  $\{x|x\leq -2 \text{ 或 } x\geq 3\}$

【考点】交、并、补集的混合运算.



【专题】集合

【分析】由全集  $R$  及  $M$ ，求出  $M$  的补集，找出  $N$  与  $M$  补集的交集即可.

【解答】解:  $\because$  全集  $U=R$ ，集合  $M=\{x|-2<x<1\}$ ， $N=\{x|0<x<3\}$ ，

$$\therefore C_U M = \{x|x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 1\},$$

$$\text{则 } N \cap (C_U M) = \{x|1 \leq x < 3\}.$$

故选: B.

【点评】此题考查了交、并、补集的混合运算，熟练掌握各自的定义是解本题的关键.

4. 若集合  $A=\{x \in R|ax^2+ax+1=0\}$  其中只有一个元素，则  $a=(\quad)$

A. 4    B. 2    C. 0    D. 0 或 4

【考点】元素与集合关系的判断.

【专题】集合.

【分析】当  $a$  为零时，方程不成立，不符合题意，当  $a$  不等于零时，方程是一元二次方程只需判别式为零即可.

【解答】解: 当  $a=0$  时，方程为  $1=0$  不成立，不满足条件

当  $a \neq 0$  时， $\Delta=a^2-4a=0$ ，解得  $a=4$

故选 A.

【点评】本题主要考查了元素与集合关系的判定，以及根的个数与判别式的关系，属于基础题.

5. 函数  $f(x) = \frac{1}{x} - x$  的图象关于  $(\quad)$  做最感动客户的专业教育组织

A.  $y$  轴对称    B. 直线  $y=-x$  对称    C. 坐标原点对称    D. 直线  $y=x$  对称

【考点】奇偶函数图象的对称性.

【分析】根据函数  $f(x)$  的奇偶性即可得到答案.

【解答】解:  $\because f(-x) = -\frac{1}{x} + x = -f(x)$

$\therefore f(x) = \frac{1}{x} - x$  是奇函数，所以  $f(x)$  的图象关于原点对称

故选 C.

【点评】本题主要考查函数奇偶性的性质，是高考必考题型.

6. 下列函数中，既是偶函数又在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增的函数为  $(\quad)$



A.  $y=x^{-1}$  B.  $y=(x+1)^2$  C.  $f(x)=4x^2-mx+5$  D.  $y=x^2$

【考点】奇偶性与单调性的综合.

【专题】计算题; 转化思想; 综合法; 函数的性质及应用.

【分析】分别判断 A、B、C、D 四个选项中的函数的奇偶性及在区间  $(0, +\infty)$  上的单调性, 由此能求出结果.

【解答】解: 在 A 中,  $y=x^{-1}$  是奇函数, 故 A 错误;

在 B 中,  $y=(x+1)^2$  是非奇非偶函数, 故 B 错误;

在 C 中,  $f(x)=4x^2-mx+5$  是非奇非偶函数, 故 C 错误;

在 D 中,  $y=x^2$  是偶函数, 且在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增的函数, 故 D 正确.

故选: D.

【点评】本题考查函数的奇偶性和单调性的判断, 是基础题, 解题时要注意函数性质的合理运用.

7. 函数  $y=\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x}$  的定义域为 ( )

A.  $\{x|x \geq 0\}$  B.  $\{x|x \geq 1\}$  C.  $\{x|x \geq 1\} \cup \{0\}$  D.  $\{x|0 \leq x \leq 1\}$

【考点】函数的定义域及其求法.

【分析】偶次开方的被开方数一定非负.  $x(x-1) \geq 0$ ,  $x \geq 0$ , 解关于  $x$  的不等式组, 即为函数的定义域.

【解答】解: 由  $x(x-1) \geq 0$ , 得  $x \geq 1$ , 或  $x \leq 0$ .

又因为  $x \geq 0$ , 所以  $x \geq 1$ , 或  $x=0$ ; 所以函数的定义域为  $\{x|x \geq 1\} \cup \{0\}$

故选 C.

【点评】定义域是高考必考题通常以选择填空的形式出现, 通常注意偶次开方一定非负, 分式中分母不能为 0, 对数函数的真数一定要大于 0, 指数和对数的底数大于 0 且不等于 1. 另外还要注意正切函数的定义域.

8. 已知函数  $f(x)=4x^2-mx+5$  在区间  $[-2, +\infty)$  上是增函数, 则  $f(1)$  的范围是 ( )

A.  $f(1) \geq 25$  B.  $f(1) = 25$  C.  $f(1) \leq 25$  D.  $f(1) > 25$

【考点】函数单调性的性质.

【专题】计算题.

【分析】由二次函数图象的特征得出函数  $f(x)=4x^2-mx+5$  在定义域上的单调区间, 由函数  $f(x)=4x^2-mx+5$  在区间  $[-2, +\infty)$  上是增函数, 可以得出  $[-2, +\infty)$  一定在对称轴的右侧, 故可以得出参数  $m$  的取值范围, 把  $f(1)$  表示成参数  $m$  的函数, 求其值域即可.



【解答】解：由  $y=f(x)$  的对称轴是  $x=\frac{\pi}{8}$ ，可知  $f(x)$  在  $[\frac{\pi}{8}, +\infty)$  上递增，

由题设只需  $\frac{\pi}{8} \leq -2 \Rightarrow m \leq -16$ ,

$\therefore f(1) = 9 - m \geq 25$ .

应选 A.

【点评】本小题的考点是考查二次函数的图象与二次函数的单调性，由此得出  $m$  的取值范围再，再求以  $m$  为自变量的函数的值域.

9. 设奇函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上为增函数，且  $f(1)=0$ ，则不等式  $\frac{f(x) - f(-x)}{x} < 0$  的解集为 ( )

A.  $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$  B.  $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$  C.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$  D.  $(-1, 0) \cup (0, 1)$

【考点】奇函数.

【专题】压轴题.

【分析】首先利用奇函数定义与  $\frac{f(x) - f(-x)}{x} < 0$  得出  $x$  与  $f(x)$  异号，

然后由奇函数定义求出  $f(-1) = -f(1) = 0$ ,

最后结合  $f(x)$  的单调性解出答案.

【解答】解：由奇函数  $f(x)$  可知  $\frac{f(x) - f(-x)}{x} = \frac{2f(x)}{x} < 0$ ，即  $x$  与  $f(x)$  异号，

而  $f(1)=0$ ，则  $f(-1) = -f(1) = 0$ ,

又  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上为增函数，则奇函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上也为增函数，

当  $0 < x < 1$  时， $f(x) < f(1) = 0$ ，得  $\frac{f(x)}{x} < 0$ ，满足；

当  $x > 1$  时， $f(x) > f(1) = 0$ ，得  $\frac{f(x)}{x} > 0$ ，不满足，舍去；

当  $-1 < x < 0$  时， $f(x) > f(-1) = 0$ ，得  $\frac{f(x)}{x} < 0$ ，满足；

当  $x < -1$  时， $f(x) < f(-1) = 0$ ，得  $\frac{f(x)}{x} > 0$ ，不满足，舍去；

所以  $x$  的取值范围是  $-1 < x < 0$  或  $0 < x < 1$ .

故选 D.

【点评】本题综合考查奇函数定义与它的单调性.



10. 方程  $(x-2)|x| - k = 0$  有三个不相等的实根, 则  $k$  的取值范围是 ( )

A.  $(-1, 0)$  B.  $(0, 1)$  C.  $(-1, +\infty)$  D.  $(-\infty, 1)$

【考点】根的存在性及根的个数判断.

【专题】函数的性质及应用.

【分析】由方程  $(x-2)|x| - k = 0$  得  $k = (x-2)|x|$ , 然后利用分段函数, 作出函数的图象, 利用图象确定  $k$  的取值范围即可.

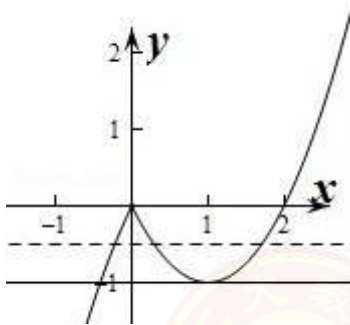
【解答】解: 由  $(x-2)|x| - k = 0$  得  $k = (x-2)|x|$ ,

设  $f(x) = (x-2)|x|$ , 则  $f(x) = \begin{cases} (x-2)x, & x \geq 0 \\ -(x-2)x, & x < 0 \end{cases}$ , 作出函数  $f(x)$  的图象如图:

由图象知要使方程  $(x-2)|x| - k = 0$  有三个不相等的实根, 则  $-1 < k < 0$ .

故  $k$  的取值范围是  $(-1, 0)$ .

故选 A.



【点评】本题主要考查函数与方程的应用, 利用数形结合是解决此类问题的基本方法.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 满分 16 分. 请将答案写到答题卷上.

11. 已知函数  $f(x)$ ,  $g(x)$  分别由下表给出

$x$	1	2	3
$f(x)$	1	3	1
$x$	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

则  $f[g(1)]$  的值为 1; 满足  $f[g(x)] > g[f(x)]$  的  $x$  的值是 2.

【考点】函数的值.

【专题】计算题; 压轴题; 图表型.

【分析】结合表格, 先求出内涵式的函数值, 再求出外函数的函数值; 分别将  $x=1, 2, 3$  代入  $f[g(x)]$ ,  $g[f(x)]$ ,



判断出满足  $f[g(x)] > g[f(x)]$  的  $x$ .

**【解答】**解:  $f[g(1)] = f(3) = 1$

当  $x=1$  时  $f[g(1)] = 1$ ,  $g[f(1)] = g(1) = 3$  不满足  $f[g(x)] > g[f(x)]$

当  $x=2$  时,  $f[g(2)] = f(2) = 3$ ,  $g[f(2)] = g(3) = 1$  满足  $f[g(x)] > g[f(x)]$

当  $x=3$  时  $f[g(3)] = f(1) = 1$ ,  $g[f(3)] = g(1) = 3$  不满足  $f[g(x)] > g[f(x)]$

故满足  $f[g(x)] > g[f(x)]$  的  $x$  的值是 2

故答案为 1; 2

**【点评】** 本题考查函数的表示法: 表格法; 结合表格求函数值: 先求内函数的值, 再求外函数的值.

12. 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数, 当  $x \leq 0$  时,  $f(x) = 2x^2 - x$ . 则  $f(1) = \underline{-3}$ .

**【考点】** 函数奇偶性的性质.

**【专题】** 计算题.

**【分析】** 将  $x \leq 0$  的解析式中的  $x$  用  $-1$  代替, 求出  $f(-1)$ ; 利用奇函数的定义得到  $f(-1)$  与  $f(1)$  的关系, 求出  $f(1)$ .

**【解答】**解:  $\because f(-1) = 2+1=3$

$\because f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数

$\therefore f(-1) = -f(1)$

$\therefore f(1) = -3$

故答案为:  $-3$ .

**【点评】** 本题考查奇函数的定义: 对任意的  $x$  都有  $f(-x) = -f(x)$ .

13. 已知  $f(x) = \begin{cases} 2x, & x > 0 \\ f(x+1), & x \leq 0 \end{cases}$ , 则  $f(-\frac{4}{3})$  的值等于  $\underline{\frac{4}{3}}$ .

**【考点】** 函数的值.

**【专题】** 函数的性质及应用.

**【分析】** 根据分段函数的表达式直接代入求值即可.

**【解答】**解: 由分段函数可知  $f(-\frac{4}{3}) = f(-\frac{4}{3}+1) = f(-\frac{1}{3}) = f(-\frac{1}{3}+1) = f(\frac{2}{3}) = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ .

故答案为:  $\frac{4}{3}$ .

**【点评】** 本题主要考查分段函数的求值, 根据分段函数的表达式直接进行求解是解决本题的关键.



14. 对任意的两个实数  $a, b$ , 定义  $\min(a, b) = \begin{cases} a, & a < b \\ b, & a \geq b \end{cases}$ , 若  $f(x) = 4 - x^2$ ,  $g(x) = 3x$ , 则  $\min(f(x), g(x))$  的最大值为 3.

【考点】函数最值的应用.

【专题】计算题; 函数的性质及应用.

【分析】 $4 - x^2 - 3x = -(x+4)(x-1)$ , 从而比较  $f(x)$  与  $g(x)$  的大小, 再求  $\min(f(x), g(x))$  的最大值即可.

【解答】解:  $\because 4 - x^2 - 3x = -(x+4)(x-1)$ ,

$\therefore$  当  $x \leq -4$  或  $x \geq 1$  时,  $f(x) \leq g(x)$ ,

当  $-4 < x < 1$  时,  $f(x) > g(x)$ ,

$$\text{故 } \min(f(x), g(x)) = \begin{cases} 4 - x^2, & x \leq -4 \text{ 或 } x \geq 1 \\ 3x, & -4 < x < 1 \end{cases},$$

易知  $\min(f(x), g(x))$  在  $(-\infty, 1]$  上是增函数,

在  $(1, +\infty)$  上是减函数,

故  $\min(f(x), g(x))$  的最大值为  $4 - 1 = 3$ ;

故答案为: 3.

【点评】本题考查了分段函数的应用及函数的最值的求法与应用.

三、解答题 (本大题共 3 个小题, 共 44 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

15. 已知集合  $A = \{x | 1 < x < 3\}$ , 集合  $B = \{x | 2m < x < 1 - m\}$ .

(1) 当  $m = -1$  时, 求  $A \cup B$ ;

(2) 若  $A \subseteq B$ , 求实数  $m$  的取值范围;

(3) 若  $A \cap B = \emptyset$ , 求实数  $m$  的取值范围.

【考点】集合的包含关系判断及应用; 集合关系中的参数取值问题.

【专题】分类讨论; 集合.

【分析】(1)  $m = -1$  时, 求出  $B$ , 计算  $A \cup B$ ;

(2) 由  $A \subseteq B$  得  $\begin{cases} 2m < 1 \\ 1 - m \geq 3 \end{cases}$ , 求得  $m$  的取值范围;

(3) 讨论  $m$  的取值, 使  $A \cap B = \emptyset$  成立.

【解答】解: (1) 当  $m = -1$  时,  $B = \{x | 2m < x < 1 - m\} = \{x | -2 < x < 2\}$ , 且  $A = \{x | 1 < x < 3\}$ ,

$\therefore A \cup B = \{x | -2 < x < 3\}$ ;





(2)  $\because A = \{x | 1 < x < 3\}$ , 集合  $B = \{x | 2m < x < 1 - m\}$ .

由  $A \subseteq B$  知:  $\begin{cases} 2m \leq 1 \\ 1 - m \geq 3 \end{cases}$ ;

解得  $m \leq -2$ , 即实数  $m$  的取值范围为  $(-\infty, -2]$ ;

(3) 由  $A \cap B = \emptyset$  得:

① 若  $2m \geq 1 - m$ , 即  $m \geq \frac{1}{3}$  时,  $B = \emptyset$ , 符合题意,

② 若  $2m < 1 - m$ , 即  $m < \frac{1}{3}$  时, 需  $\begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ 1 - m \leq 1 \end{cases}$ , 或  $\begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ 2m \geq 3 \end{cases}$ ;

解得  $0 \leq m < \frac{1}{3}$ , 或  $\emptyset$ , 即  $0 \leq m < \frac{1}{3}$ ;

综上知:  $m \geq 0$ ;

即实数  $m$  的取值范围是  $[0, +\infty)$ .

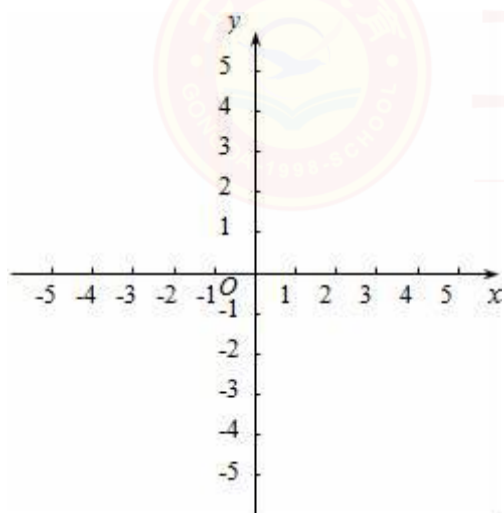
**【点评】** 本题考查了集合的运算以及分类讨论思想的应用问题, 是易错题.

16. 已知定义域为  $\mathbb{R}$  的函数  $f(x)$  满足  $f(-x) + f(x) = 0$ , 且当  $x > 0$  时,  $f(x) = x^2 - 2$

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 画出函数  $f(x)$  的图象并指出它的单调区间.

(3) 求函数  $f(x)$  的值域.



**【考点】** 函数的图象; 函数的值域; 函数解析式的求解及常用方法.

**【专题】** 作图题; 数形结合; 分析法; 函数的性质及应用.

**【分析】** (1) 根据条件①变形, 得到  $f(x)$  在定义域内是奇函数, 设  $x$  小于 0, 得到  $-x$  大于 0, 代入②中  $f(x)$  的解析式中化简后即可得到  $x$  小于 0 时  $f(x)$  的解析式, 综上, 得到  $f(x)$  在  $x$  大于 0 和小于 0 上的分段函数解析式; 当  $x=0$  时  $f(x) = 0$ ;





(2) 分段画出  $f(x)$  的图象.

(3) 由图象可知函数的值域.

【解答】解: (1)  $\because$  对于  $f(x)$  定义域内的任意实数  $x$ , 都有  $f(-x) + f(x) = 0$ ,

$$\therefore f(-x) = -f(x),$$

故  $f(x)$  在其定义域  $\mathbb{R}$  内是奇函数,

所以  $f(0) = 0$

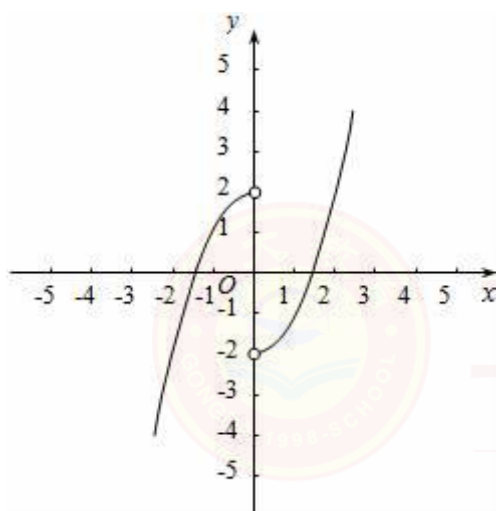
$$\because \text{当 } x > 0 \text{ 时, } f(x) = x^2 - 2,$$

设  $x < 0$ , 所以  $-x > 0$ ,

$$\therefore f(-x) = -f(x) = x^2 - 2, \text{ 即 } f(x) = 2 - x^2,$$

$$\text{则 } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ 2 - x^2, & x < 0 \end{cases};$$

(2) 函数  $f(x)$  的图象为:



(3) 由图象可知, 值域为  $\mathbb{R}$ .

【点评】此题要求学生掌握奇函数的性质及确定方法, 考查了一元二次方程的解法, 考查了分类讨论的数学思想, 是一道中档题.

17. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

(I) 判断  $f(x)$  的奇偶性;

(II) 确定函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上是增函数还是减函数? 证明你的结论.

(III) 若对任意  $x \in [1, 2]$  都有  $f(x) \leq \frac{a}{2} - 1$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.



【考点】函数奇偶性的判断；函数单调性的性质；函数恒成立问题.

【专题】函数的性质及应用.

【分析】(1) 根据函数的奇偶性进行判断；

(2) 根据增减函数的定义进行判断和证明；

(3) 先求出函数的最大值，只要最大值满足就可以了.

【解答】解：(I) 因为函数为  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  所以定义域为  $\{x| \in \mathbb{R}\}$  - - - - - 1

$$f(-x) = \frac{1}{1+(-x)^2} = \frac{1}{1+x^2} = f(x), \therefore f(x) \text{ 为偶函数.} - - - - - 3$$

(II) 在区间  $(-\infty, 0)$  上取  $x_1, x_2$  且  $x_1 < x_2$ ,

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{1}{1+x_1^2} - \frac{1}{1+x_2^2} = \frac{(x_2^2 - x_1^2)(x_2^2 + x_1^2)}{(x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1)} - - - - -$$

- - - - - 4

- - - - - 6

因为  $x_1^2 + 1 > 0$ ,  $x_2^2 + 1 > 0$ , 且  $x_1 < x_2$ ,  $\therefore x_2^2 - x_1^2 > 0$ ,  $x_2^2 + x_1^2 > 0$  - - - - - 8

$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0$ , 所以  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上为增函数. - - - - -

- - 10

(III)  $f(x)_{\max} = f(1) \leq \frac{a}{2} - 1$  即可, - - - - - 12

易得  $a \geq 3$  - - - - - 14

【点评】本题主要考查函数的奇偶性和单调性以及恒成立问题，属于中档题.