



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

学校网址: <http://www.tygdedu.cn>

太原五中

2012—2013 学年度第二学期月考(4月)

高三 数学(理科)

命题: 张立冬 刘洪柱 校对: 王萍 王彩凤 王志军

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分, 共 24 小题, 共 150 分, 考试时间 120 分钟。

注意事项: 1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内;

2. 选择题必须用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米的黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚;

3. 请按照题号顺序在各题的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效;

4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑;

5. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

第 I 卷

一、选择题: 本大题共 12 题, 每小题 5 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 R 为全集, $A = \{x | (1-x)(x+2) \leq 0\}$, 则 $C_R A =$ ()

(A) $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 1\}$ (B) $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 1\}$

(C) $\{x | -2 < x < 1\}$ (D) $\{x | -2 \leq x \leq 1\}$

2. 设复数 $x = \frac{2i}{1-i}$ (i 是虚数单位), 则 $C_{2013}^1 x + C_{2013}^2 x^2 + C_{2013}^3 x^3 + \dots + C_{2013}^{2013} x^{2013} =$

()

A. i B. $-i$ C. $-1+i$ D. $1+i$

3. 已知 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 6, \vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{a}) = 2$ 则向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 ()

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

4. 数列 $\{a_n\}$ 的首项为 3, $\{b_n\}$ 为等差数列且 $b_n = a_{n+1} - a_n (n \in N^*)$, 若

$b_3 = -2, b_{10} = 12$, 则 $a_8 =$ ()

A. 0 B. 3 C. 8 D. 11

5. 如果随机变量 $\xi \sim N(-1, \sigma^2)$, 且 $P(-3 \leq \xi \leq -1) = 0.4$, 则 $P(\xi \geq 1)$ 等于 ()

A. 0.4 B. 0.3 C. 0.2 D. 0.1

6. 当 $x = \frac{\pi}{4}$ 时, 函数 $f(x) = A \sin(x + \varphi) (A > 0)$ 取得最小值, 则函数 $y = f\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$

是 ()

A. 奇函数且图像关于点 $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 对称 B. 偶函数且图像关于点 $(\pi, 0)$ 对称

C. 奇函数且图像关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称 D. 偶函数且图像关于点 $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 对称

7. 设 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 且 $\sin A \cdot \vec{GA} + \sin B \cdot \vec{GB} + \sin C \cdot \vec{GC} = \vec{0}$, 则 B 的大小为 ()

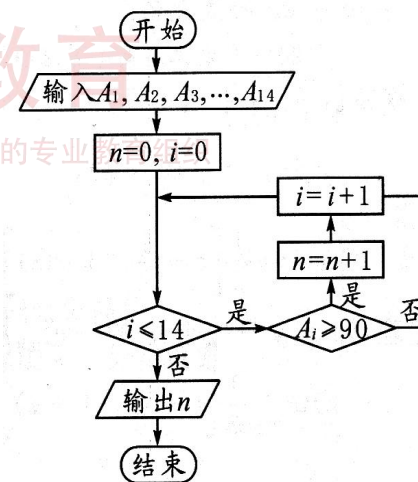
A. 45° B. 60° C. 30° D. 15°



工大教育

——做最感动客户的专业

7	9						
8	6	3	8				
9	3	9	8	8	4	1	5
10	3	1					
11	4						



8. 左图是某高三学生进入高中三年来的数学考试成绩的茎叶图, 图中第 1 次到 14 次的考试成绩依次记为 A_1, A_2, \dots, A_{14} . 右图是统计茎叶图中成绩在一定范围内考试次数的一个算法流程图。那么算法流程图输出的结果是 ()



工大教育

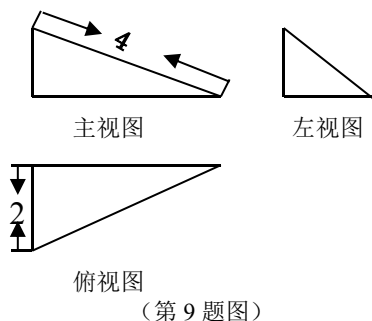
——做最感动客户的专业教育组织

学校网址: <http://www.tygdedu.cn>

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

9. 某几何体的三视图如右图所示, 则该几何体的体积不可能是 ()

- (A) 1 (B) 1.5 (C) 2 (D) 3



(第9题图)

10. 2013年第12届全国运动会举行期间, 某校4名大学生申请当A, B, C三个比赛项目的志愿者, 组委会接受了他们的申请, 每个比赛项目至少分配一人, 每人只能服务一个比赛项目, 若甲要求不去服务A比赛项目, 则不同的安排方案共有 ()

- (A) 20种 (B) 24种 (C) 30种 (D) 36种

11. 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点, P 为双曲线右支上的任意一点, 若 $\frac{|PF_1|^2}{|PF_2|} = 8a$, 则双曲线离心率的取值范围是 ()

- A. (1, 2] B. [2, +∞) C. (1, 3] D. [3, +∞)

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = \frac{1}{2}, a_{n+1} = a_n^2 + a_n$, 则

$\frac{1}{a_1+1} + \frac{1}{a_2+1} + \frac{1}{a_3+1} + \dots + \frac{1}{a_{2013}+1}$ 的值所在区间是 ()

- A. (0, 1) B. (1, 2) C. (2, 3) D. (3, 4)

第II卷

二、填空题: 本大题共4个小题, 每小题5分。

13. 设 $a = \int_0^\pi \sin x dx$, 则二项式 $(a\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^6$ 的展开式中的常数项等于_____。

14. 设实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y \leq 0, \\ 2x-y \geq 0, \\ x^2+y^2-2x-2y \leq 0, \end{cases}$, 则目标函数 $z = x+y$ 的最大值为_____。

15. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 r, s, t 是互不相等的正整数, 则有等式 $a_t^{r-s} \cdot a_r^{s-t} \cdot a_s^{t-r} = 1$ 成立. 类比上述性质, 相应地, 在等差数列 $\{b_n\}$ 中, 若 r, s, t 是互不相等的正整数, 则有等式_____成立。

16. 已知 $x \in \mathbf{R}$, 用符号 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数. 函数 $f(x) = \frac{[x]}{x} - a$ ($x \neq 0$) 有且仅有3个零点, 则 a 的取值范围是_____。

三、解答题: 本大题共6小题, 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对边分别为 a, b, c , 且满足

$$\cos \frac{A}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, b+c=6, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3.$$



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

学校网址: <http://www.tygdedu.cn>

(I) 求 a 的值;

(II) 求 $\frac{2\sin(A+\frac{\pi}{4})\sin(B+C+\frac{\pi}{4})}{1-\cos 2A}$ 的值.

(参考公式 $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 其中 $n = a+b+c+d$)

18. (本小题满分 12 分)

近年空气质量逐步恶化,雾霾天气现象出现增多,大气污染危害加重.大气污染可引起心悸、呼吸困难等心肺疾病.为了解某市心肺疾病是否与性别有关,在某医院随机的对入院 50 人进行了问卷调查得到了如下的列联表:

	患心肺疾病	不患心肺疾病	合计
男		5	
女	10		
合计			50

已知在全部 50 人中随机抽取 1 人,抽到患心肺疾病的人的概率为 $\frac{3}{5}$.

(I) 请将上面的列联表补充完整;

(II) 是否有 99.5% 的把握认为患心肺疾病与性别有关?说明你的理由;

(III) 已知在患心肺疾病的 10 位女性中,有 3 位又患胃病.现在从患心肺疾病的 10 位女性中,选出 3 名进行其他方面的排查,记选出患胃病的女性人数为 ξ ,求 ξ 的分布列,数学期望以及方差;大气污染会引起各种疾病,试浅谈日常生活中如何减少大气污染.

下面的临界值表供参考:

$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

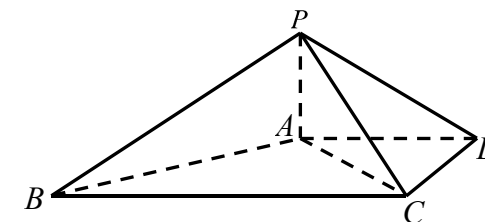
19. (本小题满分 12 分)

如图:四棱锥 $P-ABCD$ 中,

$PA \perp AD$, $AD = \frac{1}{2}BC = \sqrt{3}$, $PC = \sqrt{5}$

$AD \parallel BC$,

$AB = AC$, $\angle BAD = 150^\circ$ $\angle PDA = 30^\circ$



(I) 证明: $PA \perp$ 平面 $ABCD$;

(II) 在线段 PD 上是否存在一点 F ,使直线 CF 与平面 PBC 成角正弦值等于 $\frac{1}{4}$,

若存在,指出 F 点位置,若不存在,请说明理由.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点 F ,过原点和 x 轴不重合的直线与椭圆

E 相交于 A, B 两点,且 $|AF| + |BF| = 2\sqrt{2}$, $|AB|$ 最小值为 2.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 若圆: $x^2 + y^2 = \frac{2}{3}$ 的切线 l 与椭圆 E 相交于 P, Q 两点,当 P, Q 两点横坐标

不相等时,问: OP 与 OQ 是否垂直?若垂直,请给出证明;若不垂直,请说明理由.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

学校网址: <http://www.tygdedu.cn>

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 + 2x$, $g(x) = \ln x$.

(1) 设函数 $F(x) = f(x) - g(x)$, 求函数 $F(x)$ 的单调区间;

(2) 是否存在实数 $a > 0$, 使得方程 $\frac{g(x)}{x} = f'(x) - (2a+1)$ 在区间 $(\frac{1}{e}, e)$ 内有且只有两个不相等的实数根? 若存在, 请求出 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

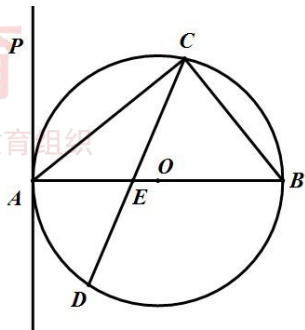
说明: 请考生在第 22、23、24 三题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做第一题记分.

22. (本题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA 是过点 A 的直线, 且 $\angle PAC = \angle ABC$.

(1) 求证: PA 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 如果弦 CD 交 AB 于点 E , $AC = 8$, $CE : ED = 6 : 5$, $AE : EB = 2 : 3$, 求直径 AB 的长.



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 极坐标与参数方程选讲

已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos\theta$, 直线 l 的参数方程是:

$$\begin{cases} x = -\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$$

(t 为参数).

(I) 求曲线 C 的直角坐标方程, 直线 l 的普通方程;

(II) 将曲线 C 横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$, 再向左平移 1 个单位, 得到曲线 C_1 , 求曲线 C_1 上的点到直线 l 距离的最小值.

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知关于 x 的不等式 $|ax-2| + |ax-a| \geq 2(a > 0)$.

(I) 当 $a=1$ 时, 求此不等式的解集;

(II) 若此不等式的解集为 R , 求实数 a 的取值范围.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织