



山西大学附中

2016~2017 学年第一学期高一 10 月（总第一次）模块诊断

数学试题

考试时间: 80 分钟

命题人: 李良多

审核人: 高一数学组

一、选择题（每小题 4 分，满分 40 分）

1. 下列命题正确的是（ ）

A. 很小的实数可以构成集合

B. 集合 $\{y|y=x^2-1\}$ 与集合 $\{(x, y)|y=x^2-1\}$ 是同一个集合

C. 自然数集 N 中最小的数是 1

D. 空集是任何集合的子集

【解析】D

【点评】集合基本概念的分析

2. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 的真子集共有（ ）

A. 5 个

B. 6 个

C. 7 个

D. 8 个

【解析】C

【点评】 n 元素集合的子集个数为 2^n ，真子集个数为 $2^n - 1$ ，非空子集个数为 $2^n - 1$ ，非空真子集个数为 $2^n - 2$ 。

3. 下列给出的几个关系式中：① $\{\emptyset\} \subseteq \{a, b\}$ ，② $\{(a, b)\} = \{a, b\}$ ，③ $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$ ，④ $\emptyset \subseteq \{0\}$ 中，正确的有（ ）

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

【解析】C

【点评】集合间关系的辨析：空集是任意集合的子集，空集是任意非空集合的真子集。

4. 下列哪组中的两个函数是相等函数（ ）

A. $f(x) = \sqrt[3]{x^4}$, $g(x) = (\sqrt[3]{x})^4$

B. $f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$, $g(x) = x-2$

C. $f(x) = 1$, $g(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases}$

D. $f(x) = x$, $g(x) = \sqrt[3]{x^3}$

【解析】D

【点评】相同函数的辨析：①定义域相同，②对应法则相同。



5. 已知集合 $A = \{x | -1 \leq 2x + 1 \leq 3\}$, $B = \left\{x \left| x - \frac{1}{2} + \left| x - \frac{3}{2} \right| < 2 \right.\right\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

A. $\{x | -1 \leq x < 0\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 1\}$ C. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$ D. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$

【解析】B

【点评】难点在绝对值不等式的求解，此处建议用绝对值的几何意义，或者零点分段法。

6. 已知集合 $M = \{y | y = x^2 - 1, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{x | y = \sqrt{2 - x^2}\}$, 则 $M \cap N =$ ()

A. $[-1, +\infty)$ B. $[-1, \sqrt{2}]$ C. $[\sqrt{2}, +\infty)$ D. \emptyset

【解析】B

【点评】描述法表示集合时，看清代表元素的字母， M 表示函数 $y = x^2 - 1$ 的值域， N 表示函数

$y = \sqrt{2 - x^2}$ 的定义域。

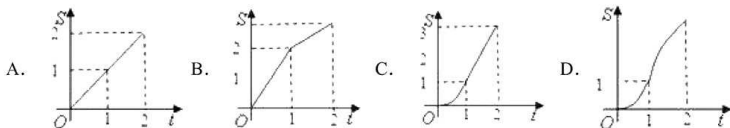
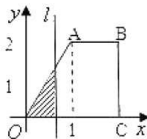
7. 设 $f(x) = \begin{cases} x - 2, & (x \geq 10) \\ f[f(x + 6)], & (x < 10) \end{cases}$ 则 $f(5)$ 的值为 ()

A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

【解析】B

【点评】分段函数求值，注意分段处理

8. 直角梯形 $OABC$ 中 $AB \parallel OC$ 、 $AB=1$ 、 $OC=BC=2$ ，直线 $l: x=t$ 截该梯形所得位于 l 左边图形面积为 S ，则函数 $S=f(t)$ 的图象大致为 ()



【解析】C

【点评】函数图象的辨析



9. 设集合 $A = \left\{ x \mid \frac{x-3}{x+1} < 0 \right\}$, 集合 $B = \{ x \mid x^2 + (a+2)x + 2a > 0 \}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围 ()
- A. $a \geq 1$ B. $1 \leq a \leq 2$ C. $a \geq 2$ D. $1 \leq a < 2$

【解析】A

【点评】题目出现子集关系，注意讨论讨论子集为空集的情况

10. 如果集合 A, B , 同时满足 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{1\}$, $A \neq \{1\}$, $B \neq \{1\}$, 就称有序集对 (A, B) 为“好集对”. 这里有序集对 (A, B) 意指, 当 $A \neq B$ 时, (A, B) 和 (B, A) 是不同的集对, 那么“好集对”一共有 () 个.
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【解析】 $\because A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{1\}$, $A \neq \{1\}$, $B \neq \{1\}$,

\therefore 当 $A = \{1, 2\}$ 时, $B = \{1, 3, 4\}$.

当 $A = \{1, 3\}$ 时, $B = \{1, 2, 4\}$.

当 $A = \{1, 4\}$ 时, $B = \{1, 2, 3\}$.

当 $A = \{1, 2, 3\}$ 时, $B = \{1, 4\}$.

当 $A = \{1, 2, 4\}$ 时, $B = \{1, 3\}$.

当 $A = \{1, 3, 4\}$ 时, $B = \{1, 2\}$.

故满足条件的“好集对”一共有 6 个.

方法 2: $\because A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{1\}$,

\therefore 将 2, 3, 4 分为两组, 则有 $C_3^1 + C_3^2 = 3 + 3 = 6$ 种.

故选 B.



【点评】集合的新定义题型

二、填空题 (每小题 4 分, 满分 20 分)

11. 函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 2]$, 则函数 $y = f(x+1)$ 的定义域是_____.

【解析】 $[-1, 1]$

【点评】抽象函数求定义域

12. 已知 $f(x-1) = 2x^2 - 8x + 11$, 则函数 $f(x)$ 的解析式为_____.

【解析】 $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$

【点评】换元法求解析式



13. 不等式 $ax^2 + (a+1)x + 1 \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的值是_____.

【解析】1

【点评】一元二次不等式恒成立问题

14. 设集合 $A = \{x | 2x^2 + 7x - 15 < 0\}$, $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$, 满足 $A \cap B = \emptyset$,

$A \cup B = \{x | -5 < x \leq 2\}$, 求实数 $a =$ _____ $b =$ _____.

【解析】 $-\frac{7}{2}$, 3

【点评】一元二次不等式已知解集问题

15. 已知 a, b 为常数, 若 $f(x) = x^2 + 4x + 3$, $f(ax + b) = x^2 + 10x + 24$, 则 $5a - b =$ _____.

【解析】2

【点评】待定系数法

三、解答题 (每小题 10 分, 满分 40 分)

16. 已知 $A = \{a^2, a+1, -3\}$, $B = \{a-3, 3a-1, a^2+1\}$, 若 $A \cap B = \{-3\}$, 求实数 a 的值.

【解析】 $-\frac{2}{3}$

【点评】列举法求参数的问题, 注意检验两件事情: ①满足互异性; ② $A \cap B = \{-3\}$

17. 设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a-1)x + (a^2 - 5) = 0\}$

(1) 若 $A \cap B = \{2\}$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.

【解析】(1) 1, -5; (2) $a > 3$

【点评】集合交并补运算的综合题目, 是中等题



18. 求下列函数的定义域

$$(1) f(x) = \sqrt{2 - \frac{x+3}{x+1}}; \quad (2) f(x) = \frac{\sqrt{-x^2 + 3x + 4}}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}.$$

【解析】 (1) $(-\infty, -1) \cup [1, +\infty)$; (2) $[-1, 2) \cup (3, 4]$

【点评】 具体函数求定义域

19. 若二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 满足 $f(x+1) - f(x) = 2x$, 且 $f(0) = 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若在区间 $[-1, 1]$ 上, 不等式 $f(x) > 2x + m$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

【解析】 (1) $y = x^2 - x + 1$; (2) $m < -1$

【点评】 (1) 待定系数法求解解析式; (2) 二次函数恒成立问题

