



山大附 2017-2018 学年度第一次月考数学 (答案)

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	D	A	C	D	A	D	B	D	B	C

二、填空题

题号	13	14	15	16
答案	$\sqrt{3}a^2$	$24 + \pi$	$\frac{3}{2}$	①②③

三、解答题

17. 解: 过点 B 作 $BE \perp AD$ 于点 D ,

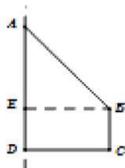
$$\because AB = 2\sqrt{2}, \angle DAB = 45^\circ, \therefore BE = 2,$$

$$\therefore DE = 1,$$

则四边形绕着直线 AD 旋转一周所形成的封闭几何体为一个底面半径为 2, 母线为 1 的圆柱及一个底面半径为 2, 高为 2 的圆锥的组合体.

$$(1) \text{ 几何体的表面积为 } S = \pi \times 2^2 + 2\pi \times 2 \times 1 + \pi \times 2 \times 2\sqrt{2} = (8 + 4\sqrt{2})\pi;$$

$$(2) \text{ 体积为 } V = \pi \times 2^2 \times 1 + \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 2 = \frac{20}{3}\pi.$$



18. 解: (I) 证明: 连接 EC , 则 $EC \perp AB$

$$\text{又 } \because PA = PB, \therefore AB \perp PE,$$

$$\therefore AB \perp \text{面 } PEC,$$

$$\because BC \subset \text{面 } PEC,$$

$$\therefore AB \perp PC$$

(II) 连结 FH , 交于 EC 于 O , 连接 GO , 则 $FH \parallel AB$

$$\text{在 } \triangle PEC \text{ 中, } GO \parallel PE,$$

$$\because PE \cap AB = E, GO \cap FH = O$$

$$\therefore \text{平面 } PAB \parallel \text{平面 } FGH$$



19. (I) $\because M$ 为 EF 中点, $EF=4\sqrt{2}$,

$$\therefore EM=2\sqrt{2},$$

$$\therefore AB \parallel EM, AB=EM,$$

\therefore 四边形 $ABEM$ 为平行四边形,

连接 AE ,

$\because P$ 是 BM 中点,

$\therefore P$ 是 AE 的中点,

$\because Q$ 为 AC 中点,

\therefore 在 $\triangle AEC$ 中, $PQ \parallel EC$,

$\because PQ \not\subset$ 平面 BCE ,

$\therefore PQ \parallel$ 平面 BCE .

(II) 由 (I) 知: $AM=BE=2$,

同理可得: $BM=AF=2$,

$$\text{又 } AB=2\sqrt{2},$$

$$\therefore AB^2=AM^2+BM^2,$$

$$\therefore AM \perp BM,$$

\because 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$$\therefore BC \parallel AD,$$

又 $AD \perp$ 平面 $ABEF$,

$$\therefore BC \perp$$
 平面 $ABEF$,

$$\therefore BC \perp AM,$$

又 $BC \cap BM=B$,

$$\therefore AM \perp$$
 平面 BCM .

工大教育

——做最感动客户的专业教育组织



20. 解: (1) 取 OB 中点 E , 连接 ME, NE

$$\because ME \parallel AB, AB \parallel CD, \therefore ME \parallel CD$$

$$\text{又} \because NE \parallel OC, \therefore \text{平面} MNE \parallel \text{平面} OCD \therefore MN \parallel \text{平面} OCD$$

(2) $\because CD \parallel AB, \therefore \angle MDC$ 为异面直线 AB 与 MD 所成的角 (或其补角)

作 $AP \perp CD$ 于 P , 连接 MP

$$\because OA \perp \text{平面} ABCD, \therefore CD \perp MP$$

$$\because \angle ADP = \frac{\pi}{4}, \therefore DP = \frac{\sqrt{2}}{2}, MD = \sqrt{MA^2 + AD^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \cos \angle MDP = \frac{DP}{MD} = \frac{1}{2}, \angle MDC = \angle MDP = \frac{\pi}{3}$$

所以 AB 与 MD 所成角的大小为 $\frac{\pi}{3}$.

21. 解: (1) 证明: $\because PO \perp \text{平面} ABCD$, 且 $AD \subset \text{平面} ABCD$,

$$\therefore PO \perp AD,$$

$$\because \angle ADC = 45^\circ \text{ 且 } AD = AC = 1,$$

$$\therefore \angle ACD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore AD \perp AC,$$

$$\because AC \subset \text{平面} PAC, PO \subset \text{平面} PAC, \text{ 且 } AC \cap PO = O,$$

\therefore 由直线和平面垂直的判定定理知 $AD \perp \text{平面} PAC$.

(2) 解: 取 DO 中点 N , 连接 MN, AN ,

由 $PO \perp \text{平面} ABCD$, 得 $MN \perp \text{平面} ABCD$,

$\therefore \angle MAN$ 是直线 AM 与平面 $ABCD$ 所成的角,

$\because M$ 为 PD 的中点,

$$\therefore MN \parallel PO, \text{ 且 } MN = \frac{1}{2} PO = 1,$$

$$AN = \frac{1}{2} DO = \frac{\sqrt{5}}{4},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ANM \text{ 中, } \tan \angle MAN = \frac{MN}{AN} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{4}} = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

即直线 AM 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.