



山西省实验中学 2017-2018 学年度第一次月考数学 (答案)

一、 选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	D	A	C	B	B	D	C

二、 填空题

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	90°	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$\sqrt{3}$	①②③⑤	$\frac{2}{3}$	$\frac{7\sqrt{21}\pi}{54}$	$\frac{\sqrt{14}}{3}$	$\left[\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$

三、 解答题

17. 解: (1) 证明: $\because ABC-A_1B_1C_1$ 是直三棱柱,

\therefore 平面 $ABC \perp$ 平面 A_1ABB_1 .

$\because AC=BC$, 点 D 是 AB 的中点,

$\therefore CD \perp AB$, 而 $ABC \cap$ 面 $A_1ABB_1 = AB$

$\therefore CD \perp$ 平面 A_1ABB_1 .

(2) 证明: 连接 BC_1 , 设 BC_1 与 B_1C 的交点为 E , 连接 DE .

$\because D$ 是 AB 的中点, E 是 BC_1 的中点,

$\therefore DE \parallel AC_1$. $\because DE \subset$ 平面 CDB_1 , $AC_1 \not\subset$ 平面 CDB_1 ,

$\therefore AC_1 \parallel$ 平面 CDB_1 .

18. 证明: (1) \because 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$,

$\therefore PA \perp BD$,

设 AC 与 BD 的交点为 O ,

$\because AB=BC=2$, $AD=CD=\sqrt{7}$, $PA=\sqrt{3}$,

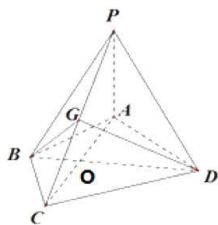
$\therefore BD$ 是 AC 的中垂线, 故 O 为 AC 的中点, 且 $BD \perp AC$.

而 $PA \cap AC = A$, $\therefore BD \perp$ 平面 PAC .

(2) 若 G 是 PC 的中点, O 为 AC 的中点, 则 GO 平行且等于 $\frac{1}{2}PA$,

故由 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 得 $GO \perp$ 面 $ABCD$,

$\therefore GO \perp OD$, 故 $OD \perp$ 平面 PAC , 故 $\angle DGO$ 为 DG 与平面 PAC 所成的角.



由题意可得 $GO = \frac{1}{2}PA = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 4 + 4 - 2 \times 2 \times 2 \times \cos 120^\circ = 12,$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{3}, OC = \sqrt{3},$$

$$\text{Rt} \triangle COD \text{ 中, } OD = \sqrt{CD^2 - CO^2} = 2,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle GOD \text{ 中, } \tan \angle DGO = \frac{OD}{OG} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore DG \text{ 与平面 } APC \text{ 所成的角的正切值为 } \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

(3) 若 $PC \perp$ 面 GBD , 则 $PC \perp GO$,

由 $\triangle GCO \sim \triangle PAC \dots$ (10 分)

$$\text{解得: } GC = \frac{2\sqrt{15}}{5}, \therefore \frac{PG}{GC} = \frac{3}{2}.$$

19. 解: (1) 证明: $\because PA \perp$ 面 $ABCD$, $CD \perp AD$,

\therefore 由三垂线定理得: $CD \perp PD$.

因而, CD 与面 PAD 内两条相交直线 AD , PD 都垂直,

$\therefore CD \perp$ 面 PAD . 又 $CD \subset$ 面 PCD ,

\therefore 面 $PAD \perp$ 面 PCD .

(2) 作 $AN \perp CM$, 垂足为 N , 连接 BN .

在 $\text{Rt} \triangle PAB$ 中, $AM=MB$, 又 $AC=CB$, $\therefore \triangle AMC \cong \triangle BMC$,

$\therefore BN \perp CM$, 故 $\angle ANB$ 为所求二面角的平面角

$\because CB \perp AC$, 由三垂线定理, 得 $CB \perp PC$,

在 $\text{Rt} \triangle PCB$ 中, $CM=MB$, 所以 $CM=AM$.

$$\text{在等腰三角形 } AMC \text{ 中, } AN \cdot MC = \sqrt{CM^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} \cdot AC,$$

$$\therefore AN = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}. \therefore AB=2,$$

$$\therefore \cos \angle ANB = \frac{AN^2 + BN^2 - AB^2}{2 \times AN \times BN} = -\frac{2}{3}.$$

故二面角 $A-CM-B$ 余弦值为 $-\frac{2}{3}$.