



## 山西省实验中学月考(一)

### 高二数学

#### 一、选择题(本题共8小题,每小题4分,共32分)

1. 下列说法正确的是( )

- A. 有一个面是多边形,其余各面都是三角形,由这些面围成的几何体是棱锥
- B. 有两个面平行且相似,其余各面都是梯形的多面体是棱台
- C. 如果一个棱锥的各个侧面都是等边三角形,那么这个棱锥可能为六棱锥
- D. 有两个相邻侧面是矩形的棱柱是直棱柱

2. 下列命题中错误的是( )

- A. 如果平面 $\alpha$ 不垂直于平面 $\beta$ ,那么平面 $\alpha$ 内一定不存在直线垂直于平面 $\beta$
- B. 如果平面 $\alpha \perp$ 平面 $\gamma$ ,平面 $\beta \perp$ 平面 $\gamma$ , $\alpha \cap \beta = l$ ,那么 $l \perp$ 平面 $\gamma$
- C. 存在四个角都是直角的空间四边形
- D. 空间图形经过中心投影后,直线还是直线,但平行直线可能变成相交的直线

3. 一个空间几何体的三视图如图所示,

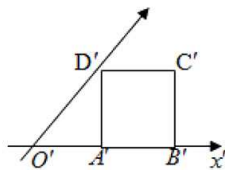
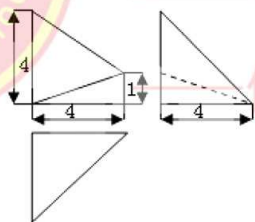
则该几何体的体积为( )

- A.  $\frac{40}{3}$       B.  $\frac{80}{3}$
- C. 40      D. 80

 4. 如图,已知四边形 $ABCD$ 的直观图是一个边长为1的正方形,

则原图形的周长为( )

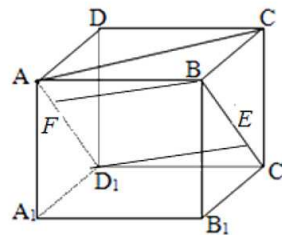
- A.  $2\sqrt{2}$       B. 6
- C. 8      D.  $4\sqrt{2}+2$


 5. 如图,棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $E, F$ 

 是侧面对角线 $BC_1, AD_1$ 上一点,若 $BED_1F$ 是菱形,

 则其在底面 $ABCD$ 上投影的四边形面积( )

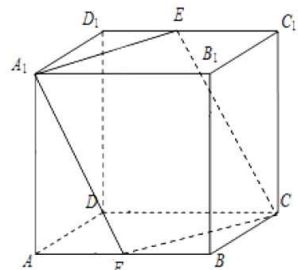
- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{3}{4}$
- C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\frac{3-\sqrt{2}}{4}$


 6. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,棱长为1,

 $E, F$ 分别为 $C_1D_1$ 与 $AB$ 的中点, $B_1$ 到平面 $A_1FCE$ 

的距离为( ).

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- C.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$       D.  $\frac{\sqrt{30}}{5}$


 7. 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 内接于半径为 $\sqrt{3}$ 的半球 $SO$ ,四边形 $ABCD$ 为正方形,

 则该四棱柱的体积最大时, $AB$ 的长是( )

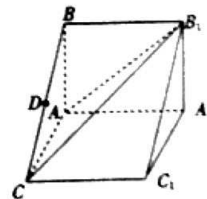
- A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{3}$       D. 2

 8. 如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$ , $AB=AA_1=2$ , $AC=\sqrt{2}$ ,

 过 $BC$ 的中点 $D$ 作平面 $ACB_1$ 的垂线,交平面 $ACC_1A_1$ 于 $E$ ,则 $BE$ 

 与平面 $ABB_1A_1$ 所成角的正切值为( )

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{10}$
- C.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$       D.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$



#### 二、填空题(本题8小题,每小题4分,共32分)

 9. 正方体 $AC_1$ 中, $M, N$ 分别为 $CD, CC_1$ 的中点,则异面直线 $A_1M$ 与 $DN$ 所成角的大
 小为\_\_\_\_\_.

 10. 若一条直线与一个正四棱柱各个面所成的角都为 $\alpha$ ,则 $\cos \alpha =$ \_\_\_\_\_.

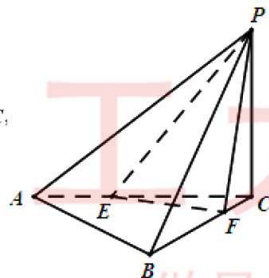


11. 平面  $\alpha$  内的  $\angle MON=60^\circ$ ,  $PO$  是  $\alpha$  的斜线,  $PO=3$ ,  $\angle POM=\angle PON=45^\circ$ , 那么点  $P$  到平面  $\alpha$  的距离为\_\_\_\_\_.

12. 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ , 棱长为 1,  $P$  为  $BC$  中点,  $Q$  为线段  $CC_1$  上的动点, 过  $A$ 、 $P$ 、 $Q$  的平面截该正方体所得的截面记为  $S$ , 则下列命题正确的是\_\_\_\_\_.

- ①当  $0 < CQ < \frac{1}{2}$  时,  $S$  为四边形;
- ②当  $CQ = \frac{1}{2}$  时,  $S$  为等腰梯形;
- ③当  $CQ = \frac{3}{4}$  时,  $S$  与  $C_1D_1$  交点  $R$  满足  $C_1R_1 = \frac{1}{3}$ ;
- ④当  $\frac{3}{4} < CQ < 1$  时,  $S$  为六边形;
- ⑤当  $CQ = 1$  时,  $S$  的面积为  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

13. 如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $AC=BC=CP=1$ , 且  $AC \perp BC$ ,  $PC \perp$  面  $ABC$ , 过  $P$  作截面分别交  $AC$ ,  $BC$  于  $E$ ,  $F$ , 且二面角  $P-EF-C$  为  $60^\circ$ , 则截面  $PEF$  面积的最小值为\_\_\_\_\_.



14.  $Rt\triangle ABC$  中  $CA=CB=\sqrt{2}$ ,  $M$  为  $AB$  的中点, 将  $\triangle ABC$  沿  $CM$  折叠, 使  $A$ 、 $B$  之间的距离为 1, 则三棱锥  $M-ABC$  外接球的体积为\_\_\_\_\_.

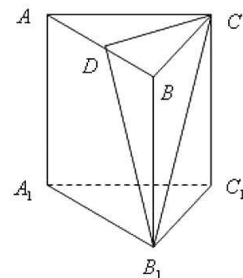
15. 在棱长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $M$  为  $AB$  的中点,  $N$  为  $BB_1$  的中点,  $O$  为平面  $BCC_1B_1$  的中心, 过  $O$  作一直线与  $AN$  交于  $P$ , 与  $CM$  交于  $Q$ , 则  $PQ$  的长为\_\_\_\_\_.

16. 在棱长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 点  $E$ ,  $F$  分别是棱  $BC$ ,  $CC_1$  的中点,  $P$  是侧面  $BCC_1B_1$  内一点, 若  $A_1P \parallel$  平面  $AEF$ , 则线段  $A_1P$  长度的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (本题 3 小题, 每小题 12 分, 共 36 分)

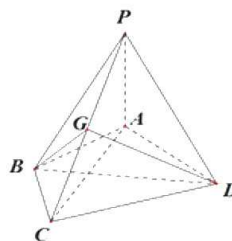
17. 如图, 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AC=BC$ , 点  $D$  是  $AB$  的中点.

- (1) 求证:  $CD \perp$  平面  $A_1ABB_1$ ;
- (2) 求证:  $AC_1 \parallel$  平面  $CDB_1$ .



18. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AB=BC=2$ ,  $AD=CD=\sqrt{7}$ ,  $PA=\sqrt{3}$ ,  $\angle ABC=120^\circ$ ,  $G$  为线段  $PC$  上的点,

- (1) 证明:  $BD \perp$  平面  $PAC$ ;
- (2) 若  $G$  是  $PC$  的中点, 求  $DG$  与平面  $APC$  所成的角的正切值;
- (3) 若  $G$  满足  $PC \perp$  面  $GBD$ , 求  $\frac{PG}{GC}$  的值.



19. 已知四棱锥  $P-ABCD$  的底面为直角梯形,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle DAB=90^\circ$ ,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ , 且  $PA=AD=DC=\frac{1}{2}AB=1$ ,  $M$  是  $PB$  的中点.

- (1) 证明: 平面  $PAD \perp$  平面  $PCD$ ;
- (2) 求二面角  $A-CM-B$  的余弦值.

