

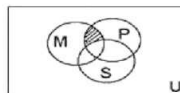
数 学 试 题

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 已知集合 $A = \{x | -1 - x < 0\}$ ，则正确的是（ ）

- A. $\{0\} \subseteq A$ B. $\{0\} \in A$ C. $\emptyset \in A$ D. $\{0\} \notin A$

2. 如图， U 是全集， M 、 P 、 S 是 U 的三个子集，则阴影部分表示的集合是（ ）



- A. $(M \cap P) \cap S$ B. $(M \cap P) \cup S$
C. $(M \cap P) \cap (\complement_U S)$ D. $(M \cap P) \cup (\complement_U S)$

3. 若集合 $A = \{x | |2x - 1| < 3\}$ ， $B = \left\{x \mid \frac{2x+1}{3-x} < 0\right\}$ ，则 $A \cap B =$ （ ）

- A. $\left\{x \mid -1 < x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } 2 < x < 3\right\}$ B. $\{x | 2 < x < 3\}$
C. $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 2\right\}$ D. $\left\{x \mid -1 < x < -\frac{1}{2}\right\}$

4. 满足 $M \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ，且 $M \cap \{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1, a_2\}$ 的集合 M 的个数是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 已知 $f(x)$ 是一次函数，且满足 $3f(x+1) = 2x+17$ ，则 $f(x) =$ （ ）

- A. $\frac{2}{3}x+5$ B. $\frac{2}{3}x+1$ C. $2x-3$ D. $2x+5$

6. 已知函数 $g(x) = 1 - 2x$ ， $f\left[g(x)\right] = \frac{1-x^2}{x^2} (x \neq 0)$ ，则 $f(0)$ 等于（ ）

- A. 3 B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. -3

7. 若函数 $f(x) = 4x^2 - kx - 8$ 在 $[5, 8]$ 上是单调函数，则 k 的取值范围是（ ）

- A. $(-\infty, 40]$ B. $[40, 64]$
C. $(-\infty, 40] \cup [64, +\infty)$ D. $[64, +\infty)$

8. 函数 $y = 2 - \sqrt{-x^2 + 4x}$ 的值域是 ()

- A. $[-2, 2]$ B. $[1, 2]$ C. $[0, 2]$ D. $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

9. 已知定义域为 $(-1, 1)$ 的奇函数 $y = f(x)$ 又是减函数, 且 $f(a-3) + f(9-a^2) < 0$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(2\sqrt{2}, 3)$ B. $(3, \sqrt{10})$ C. $(2\sqrt{2}, 4)$ D. $(-2, 3)$

10. 若 $f(x)$, $g(x)$ 都是奇函数, $h(x) = af(x) + bg(x) + 2$ 在 $(0, +\infty)$ 上有最大值 5, 则 $h(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上有 ()

- A. 最小值 -5 B. 最大值 -5 C. 最小值 -1 D. 最大值 -3

11. $x \in \mathbb{R}$, $f(x)$ 是函数 $y = 3 - x^2$ 与 $y = 2x$ 中较小者, 则 $f(x)$ 的最大值为 ()

- A. -6 B. 2 C. 3 D. $+\infty$

12. 若函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值是 M , 最小值是 m , 则 $M - m$ ()

- A. 与 a 有关, 且与 b 有关 B. 与 a 有关, 但与 b 无关
C. 与 a 无关, 且与 b 无关 D. 与 a 无关, 但与 b 有关

二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

13. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上单调递增, 那么 $f(-\pi)$, $f(-\frac{\pi}{2})$, $f(-2)$ 之间的大小关系是_____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & x \leq -1 \\ 2x+2, & -1 < x < 1 \\ \frac{1}{x}-1, & x \geq 1 \end{cases}$, 若 $f(a) > 1$, 则 a 的取值范围是_____.

15. 对于函数 $f(x)$, 定义域为 D , 若存在 $x_0 \in D$ 使 $f(x_0) = x_0$, 则称 (x_0, x_0) 为 $f(x)$ 的图象上的不动点, 由此, 函数 $f(x) = \frac{9x-5}{x+3}$ 的图象上不动点的坐标为_____.

16. 设 $f(x)$ 的定义域为 R ，下列函数 (1) $y = |f(x)|$ ；(2) $y = xf(x^2)$ ；(3) $y = -f(-x)$ ；
(4) $y = f(x) + f(-x)$ ；(5) $y = f(|x|)$ 中必为偶函数的是_____.

三、解答题：(本大题共 6 小题，共计 68 分)

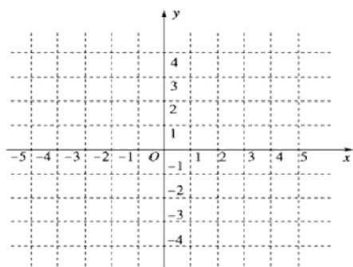
17. (本题共 10 分) 已知集合 $U = R$ ， $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ， $B = \{x | 4 \leq x \leq 6\}$ ，求
(1) $A \cap B$ ； (2) $A \cup B$ ； (3) $(\complement_R A) \cap B$.

18. (本题共 10 分) 记函数 $f(x) = \sqrt{2 - \frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A ，

$$g(x) = \frac{1+2x}{\sqrt{(x-a-1)(2a-x)}} (a < 1) \text{ 的定义域为 } B.$$

- (1) 求 A ； (2) 若 $B \subseteq A$ ，求实数 a 的取值范围.

19. (本题共 12 分) 设 $f(x)$ 为定义在 R 上的偶函数, 当 $0 \leq x \leq 2$ 时, $y = x$; 当 $x > 2$ 时, $y = f(x)$ 的图象是顶点为 $P(3, 4)$ 且过点 $A(2, 2)$ 的抛物线的一部分.



- (1) 求函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$ 上的解析式;
- (2) 在图中的直角坐标系中画出函数 $f(x)$ 的图象;
- (3) 写出函数 $f(x)$ 的值域和单调区间.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

20. (本题共 12 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2(a-1)x + 2a + 6 = 0$,
- (1) 若方程有两个实根, 求实数 a 的范围;
 - (2) 设函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2a + 6, x \in [-1, 1]$, 记此函数的最小值为 $M(a)$, 求 $M(a)$ 的解析式.

21. (本题共 12 分) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 且对一切 $x > 0$, $y > 0$ 都有

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y), \text{ 当 } x > 1 \text{ 时, 总有 } f(x) > 0.$$

(1) 求 $f(1)$ 的值;

(2) 判断 $f(x)$ 的单调性并证明;

(3) 若 $f(4) = 6$, 解不等式 $f(x-1) \leq 3$.

22. (本题共 12 分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x-a)^2 - 1, & x \geq 0 \\ -(x-b)^2 + 1, & x < 0 \end{cases}$, 其中 $a, b \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a < 0$ 时, 且 $f(x)$ 为奇函数, 求 $f(x)$ 的表达式;

(2) 当 $a > 0$ 时, 且 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上单调递减, 求 $b-a$ 的值.