



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



2016-2017 学年第一学期高二年级阶段性测评

数学试卷

(考试时间: 上午 7:30—9:30)

一、选择题

1. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 点 $A(1, 2, -3)$ 关于 x 轴的对称点为 ()

- A. $(1, -2, 3)$ B. $(-1, 2, -3)$ C. $(1, -2, -3)$ D. $(-1, -2, 3)$

考点: 空间直角坐标系中点的坐标, 点的对称变换

答案: A

解析: 根据“关于轴轴轴不变, 其他坐标变相反”的对称变换口诀, 即点 (x, y, z) 关于 x 轴的对称点的坐标为: $(x, -y, -z)$.

结合 A 点坐标, 可得答案.

2. 下列说法正确的是 ()

- A. 有两个面平行且相等, 其余面都是平行四边形的多面体是棱柱
B. 有两个面平行且相似, 其余面都是梯形的多面体是棱台
C. 以半圆的直径所在直线为旋转轴, 半圆面旋转一周形成的旋转体为球
D. 有一个面是多边形, 其余各面都是三角形的几何体是棱锥

考点: 空间几何体定义

答案: C

解析: A 缺少条件侧棱都平行; B 缺少条件侧棱延长线交于一点; D 缺少条件三角形共顶点.

3. 空间中有直线 l 与平面 α 上必存在一条直线与直线 l ()

- A. 平行 B. 垂直 C. 异面 D. 相交

考点: 直线与平面直线之间的位置关系

答案: B

解析: A: $l \perp \alpha$, 不成立; C: $l \subset \alpha$, 不成立; D: $l // \alpha$, 不成立.

4. 平面 α 与平面 β 平行的条件可以是 ()

- A. α 内有无数条直线与 β 平行 B. 直线 $a // \alpha, a // \beta$, 且直线 a 不在 α 内, 也不在 β 内
C. 直线 $a \subset \alpha$, 直线 $b \subset \beta$, 且 $a // \beta, b // \alpha$ D. α 内的任何直线都与 β 平行



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



考点: 考察面面平行的判定定理以及线面平行的性质定理, 理解无数条直线 (无数条直线可以相互平行无交点) 与任意一条直线 (平面内所有直线) 的区别

答案: D

解析: A 应为 α 内有两条相交直线与 β 平行; B $\alpha \perp \beta$ 时, 也成立; C $\alpha \perp \beta$ 也成立.

5. 右图中, 点、直线、平面之间的位置关系用符号表示为 ()

$$A. \alpha \cap \beta = l, m \in \beta, m \cap l = A$$

$$B. \alpha \cap \beta = l, m \subset \beta, m \cap l = A$$

$$C. \alpha \cap \beta = m, l \in \alpha, m \cap l = A$$

$$D. \alpha \cap \beta = m, l \subset \alpha, m \cap l = A$$



考点: 点线面表示方法及点线面的位置关系.

答案: B

解析: 显然由图知, $\alpha \cap \beta = l, m \subset \beta, m \cap l = A$

6. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y - 3 \geq 0 \\ x - 3 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x - 2y$ 的最小值为 ()

- A. 3 B. -3 C. 5 D. -5

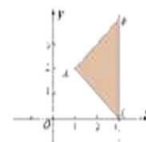
考点: 线性规划问题

答案: D

解析: (一) 求出三条直线的交点坐标分别为 $A(1, 2), B(3, 4), C(3, 0)$, 分别计算 $z = x - 2y$ 的值, 得

$$z_A = 1 - 4 = -3, z_B = 3 - 8 = -5, z_C = 3, \therefore z_{\min} = -5$$

(二) 画出可行域, 如下图所示, 由图可知, 当过 $B(3, 4)$ 时, z 取得最小值 $z_{\min} = 3 - 2 \times 4 = -5$.



7. 一木球的少半部分冻结在水平冰面下, 现将木球取出, 露出一半径为 $5\sqrt{3} \text{ cm}$ 深 5 cm 的浅坑, 则该木球的半径为 ()

- A. 10 cm B. $10\sqrt{3} \text{ cm}$ C. 9 cm D. $5\sqrt{3} \text{ cm}$

考点: 球的截面问题.

答案: A

解析: 设木球半径为 R , 则由题有 $(R - 5)^2 + (5\sqrt{3})^2 = R^2$, 解得 $R = 10 \text{ cm}$



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信: tygdedu
官方网站: www.tygdedu.cn



8. 下列说法正确的是 ()

A. 方程 $x^2 - y^2 + x + y - a = 0$ 必表示圆

B. 方程 $x^2 + y^2 - ax - y - 1 = 0$ 必表示圆

C. 方程 $x^2 + ay^2 - x + y - a = 0$ 不能表示圆

D. 方程 $ax^2 + y^2 + ax + y - a = 0$ 可以表示一个圆

考点: 圆的一般方程

答案: B

解析: $x^2 + y^2 + x + y - a = 0$ 表示圆当且仅当 $1 + 1 - 4a > 0$, 即 $a > -\frac{1}{2}$, 故 A 错; $x^2 + y^2 - ax + y - 1 = 0$ 表示圆当且仅当 $a^2 - 1 + 4 > 0$, 故 B 正确; 当 $a = 1$ 时, $x^2 + ay^2 - x + y - a = x^2 + y^2 - x + y - 1 = 0$ 可以表示圆, 故 C 错; 当 $a = 1$ 时, $ax^2 + y^2 + ax + y - a = x^2 + y^2 + x + y - 1 = 0$ 不可以表示一个圆, 故 D 错

9. 直线 l 的横、纵截距都不为 0, 且比值为 -2, 则该直线的斜率为 ()

A. -2

B. 2

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

考点: 直线的斜率

答案: D

解析: 设直线方程为 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, 由题意知 $\frac{a}{b} = -2$, 所以 $k = -\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$

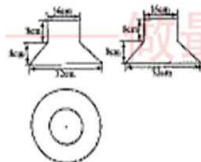
10. 某工厂设计一款布艺有顶夏凉帽, 其三视图如下, 则制作一顶帽子需要布料 ()

A. $192\pi + 192\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$

B. $448\pi + 192\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$

C. $192\pi + 128\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$

D. $448\pi + 128\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$



考点: 圆柱及圆台的表面积

答案: A

解析: 由图可知 $r = 8, R = 16$, 该几何体为圆柱和圆台的组合体, 故所需布料的面积为

$$\pi r^2 + 2\pi rh + \pi(r+R)l = 64\pi + 128\pi + 192\sqrt{2}\pi = 192\pi + 192\sqrt{2}\pi$$

11. 若直线 $x - y + a = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ 的相交弦长为 $2\sqrt{3}$, 则实数 $a =$

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2}$

D. 2 或 -2

考点: 直线与圆, 弦心距问题

答案: C



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信: tygdedu
官方网站: www.tygdedu.cn



解析: 圆心 $(1, 1)$, 半径 $r = 2$ 由弦心距 $\frac{|1-1-a|}{\sqrt{2}} = \sqrt{4-3} = 1$, 解得 $a = \pm\sqrt{2}$, 所以选 C

12. 直棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, D, E, M 分别是 BC, CC_1, AB 上的点, 若 $\frac{CE}{EC_1} = \frac{BD}{DC} = m$, 且 $DE \parallel$ 平面 A_1MC , 则 $\frac{AM}{MB} =$

A. m

B. $\frac{1}{m}$

C. $2m$

D. $\frac{2}{m}$

考点: 线面平行的性质的综合

答案: B

解析: 由题知, 只需作过 DE 的平面与平面 A_1MC 平行, 过 E 作 A_1C 的平行线, 交 A_1C_1 于点 N , 连接 DN , 则 $DN \parallel A_1M$,

根据相似可得: $\frac{AM}{MB} = \frac{CD}{BD} = \frac{1}{m}$

二. 填空题

13. 直线 $\sqrt{3}x + y + 3 = 0$ 的倾斜角 _____

考点: 直线斜率与倾斜角

答案: $\frac{2\pi}{3}$

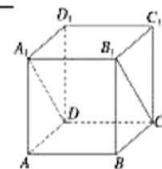
解析: $k = \tan \theta = -\sqrt{3} \therefore \theta = \frac{2\pi}{3}$

14. 如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 若 $BC = 2\sqrt{3}, AA_1 = 2$, 则 AA_1 和 BC_1 所成的角是 _____

考点: 异面直线所成角

答案: $\frac{\pi}{3}$

解析: 连结 AD_1 , AD_1 与 BC_1 平行, 所以 AA_1 和 BC_1 所成的角即 AA_1 与 AD_1 所成的角, 可得 $\frac{\pi}{3}$

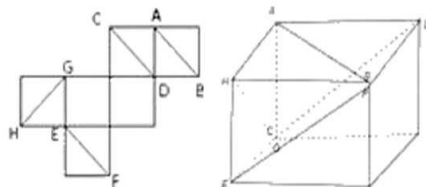


15. 右图是一个正方体的展开图, 如果将它还原成正方体, 那么 AB, CD, EF, GH 所在直线为异面直线的有 _____ 对

考点: 几何体的展开与折叠

答案: 3

解析: 如图所示, 把展开图还原成正方体, 可知 AB 和 CD , AB 和 HG , EF 和 HC , 共 3 对异面直线。





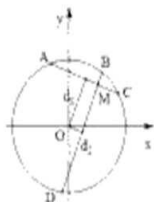
16. 已知 AC, BD 为圆 $x^2 + y^2 = 9$ 的互相垂直的两条弦, 垂足为 $M(1, \sqrt{3})$, 则四边形 $ABCD$ 面积的最大值为

考点: 直线与圆的位置关系

答案: 14

设圆心 O 到 AC, BD 的距离分别为 d_1, d_2 , 则 $d_1^2 + d_2^2 = OM^2 = 4$, $AC = 2\sqrt{9-d_1^2}$, $BD = 2\sqrt{9-d_2^2}$, 则

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD = 2\sqrt{(9-d_1^2)(9-d_2^2)} = 2\sqrt{81-9(d_1^2+d_2^2)+d_1^2d_2^2} \leq 2\sqrt{45+(\frac{d_1^2+d_2^2}{2})^2} = 2 \times 7 = 14$$
, 当
 且仅当 $d_1^2 = d_2^2 = 2, d_1 = d_2 = \sqrt{2}$ 时上式取等, 所以 $S_{\max} = 14$



三、解答题

17. 已知直线 $l_1: (m+1)x + 5y = m+3$, $l_2: 3x + (m-3)y = 5$.

(1) m 为何值时, $l_1 \perp l_2$; (2) m 为何值时, $l_1 \parallel l_2$.

考点: 两直线间的平行, 垂直关系.

答案: (1) $m = -\frac{9}{4}$; (2) $m = -6$.

解析: (1) $l_1 \perp l_2, \therefore 3(m+1) + 5(m-3) = 0, \therefore m = -\frac{9}{4}$.

(2) $l_1 \parallel l_2, \therefore (m+3)(m-1) = 3 \times 5 = 15, m = -6$ 或 2 , 当 $m = -6$ 时, $l_1: -5x + 5y = -3, l_2: 3x - 3y = 5$ 满足条件;

当 $m = 2$ 时, $l_1: 3x + 5y = 5, l_2: 3x + 5y = 5$ 不满足条件, $\therefore m = -6$

注意: 此处如果用 $\frac{m-1}{3} = \frac{5}{m+3}, \therefore m = -6$ 或 2 (舍), 严格来说是存在一定问题的

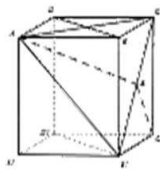
18. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中.

(1) 画出二面角 $A-B_1C-C_1$ 的平面角, 并说明理由; (2) 求证: $AC \perp$ 平面 DD_1B_1B .

考点: 二面角的平面角的画法; 线面垂直的判定

解析: (1) 如图所示, 作 B_1C 的中点 E , 连接 C_1E, AE , 则 $C_1E \perp B_1C$ 在 $\triangle AB_1C$ 中, $AB_1 = AC, AE \perp B_1C, \therefore \angle AEC_1$ 为所求二面角的平面角.

(2) 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\left. \begin{array}{l} AC \perp BD \\ AC \perp DD_1 \\ BD \cap DD_1 = D \end{array} \right\} \Rightarrow AC \perp \text{平面 } DD_1B_1B$.



19. 如图, 正四棱锥 $P-ABCD$ 中, M, N 分别是 PA, DB 的中点, $PA = 5, AB = 6$.

(1) 求证: $MN \parallel$ 平面 PBC ; (2) 求点 A 到平面 PBC 的距离.

考点: (1) 空间内线面平行证明; (2) 几何体计算及等积转化运用.

答案: (1) 略; (2) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

解析: (1) 连接 AC , 因为 N 是 DB 的中点, 且 $P-ABCD$ 为正四棱锥, 所以 N 也是 AC 的中点, 在 $\triangle APC$ 中, M, N 分别是 PA, AC 的中点, 故 MN 是中位线.

$\therefore MN \parallel PC, PC \subset \text{面 } PBC, MN \not\subset \text{面 } PBC, \therefore MN \parallel \text{面 } PBC$

(2) 连接 PV , 因为 N 是底面 $ABCD$ 的中心, 所以 $PV \perp$ 面 $ABCD$.

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 6$, 所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$, 在 $\triangle PBC$ 中, $PB = PA = 5, BC = 6$, 则 $S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$

在 $Rt\triangle PAV$ 中, $PA = 5, AV = 3\sqrt{2}$, 则 $PV = \sqrt{PA^2 - AV^2} = \sqrt{25 - 18} = \sqrt{7}$, 设点 A 到平面 PBC 的距离是 h , 则

$$V_{P-ABC} = V_{A-PBC}, \text{ 即 } \frac{1}{3} \times S_{\triangle ABC} \times PV = \frac{1}{3} \times S_{\triangle PBC} \times h, \text{ 所以 } h = \frac{S_{\triangle ABC} \times PV}{S_{\triangle PBC}} = \frac{18 \times \sqrt{7}}{12} = \frac{3\sqrt{7}}{2}.$$



20. (甲) 已知点 $A(1, -10), B(0, 1), C(-3, -1)$, $\triangle ABC$ 的边 BC 的中线所在直线为 l_1 , 直线 l_2 被直线 l_1 与 $l_2: 3x - 5y - 6 = 0$ 截得的

线段中点 M 恰好是坐标原点.

(1) 求直线 l_1 的方程; (2) 求直线 l_2 的方程.

考点: 直线的方程

答案: (1) $l_1: 4x - y + 6 = 0$; (2) $l_2: x - 6y = 0$

解析: (1) BC 的中点为 $(-\frac{3}{2}, 0)$, 由题知点 A 在直线 l_1 上, 根据直线的两点式方程得 $\frac{y - (-10)}{0 - (-10)} = \frac{x - 1}{-\frac{3}{2} - 1}$,

化简得 $l_1: 4x - y + 6 = 0$

(2) 设 l_2 与 l_1, l_2 分别交于 E, F 两点, 设点 $E(x_1, y_1)$ 则点 $F(-x_1, -y_1)$, 则 $\begin{cases} 4x_1 - y_1 + 6 = 0 \\ -3x_1 + 5y_1 - 6 = 0 \end{cases}$, 解之得 $\begin{cases} x_1 = -\frac{36}{23} \\ y_1 = \frac{6}{23} \end{cases}$.

因为点 E 与 M 在直线 l_2 上, 所以 $l_2: x - 6y = 0$.

(乙) 已知点 $A(1, -10), B(0, 1), C(-3, -1)$, $\triangle ABC$ 的边 BC 的中线所在直线为 l_1 , 直线 l_2 被直线 l_1 与 $l_2: 3x - 5y - 6 = 0$ 截得的线



(1) 求直线 l_1 的方程; (2) 求直线 l_1, l_2 与 y 轴所围三角形的面积.

考点: 直线的方程

答案: (1) $l_1: 4x + y - 6 = 0$; (2) $S = \frac{108}{23}$

解析: (1) BC 的中点为 $(-\frac{3}{2}, 0)$, 由题知点 A 在直线 l_1 上, 根据直线的两点式方程得

$$\frac{y - (-10)}{0 - (-10)} = \frac{x - 1}{-\frac{3}{2} - 1}, \text{ 化简得 } l_1: 4x + y - 6 = 0.$$

(2) 设 l_2 与 l_1, l_2 分别交于 E, F 两点, 设点 $E(x_1, y_1)$ 则点 $F(-x_1, -y_1)$, 则

$$\begin{cases} 4x_1 + y_1 - 6 = 0 \\ -3x_1 + 5y_1 - 6 = 0 \end{cases}, \text{ 解之得 } \begin{cases} x_1 = -\frac{36}{23} \\ y_1 = \frac{6}{23} \end{cases}, \text{ 因为点 } E \text{ 与 } M \text{ 在直线 } l_1 \text{ 上, 所以 } l_2: x - 6y = 0.$$

如图所示: l_1 与 l_2 相交于点 H , l_2 与 y 轴相交于点 G , 所求三角形的面积为 $S_{\triangle OHG} = \frac{1}{2} \cdot |-6| \cdot |\frac{36}{23}| = \frac{108}{23}$



21. (本小题 10 分) 说明: 请考生在 (甲), (乙) 两个小题中任选一题做答.

(甲) 已知圆 $C: (x+4)^2 + y^2 = 4$, 圆 D 的圆心在 y 轴上移动, 且恒与圆 C 外切.

(1) 若圆 D 与 x 轴相切, 求圆 D 的方程.

(2) 已知点 $A(-2\sqrt{3}, 0)$, 设圆 D 与 y 轴交于点 M, N , 求 $\cos \angle MAN$ 的值.

考点: 圆与圆的位置关系, 余弦定理 (向量) 的应用

答案: (1): $x^2 - (y-3)^2 = 9$ 或 $x^2 - (y+3)^2 = 9$; (2): $\frac{1}{2}$

解析: (1): 设圆心 $D(0, m)$, 半径为 r , 因为圆 D 与 x 轴相切, 所以 $|m| = r$. ①

因为圆 C 与圆 D 外切, 所以 $\sqrt{(0+4)^2} + \sqrt{(m-0)^2} = r+2$, 所以 $m^2 + 16 = (r+2)^2$. ②

由①②得: $\begin{cases} r=3 \\ m=\pm 3 \end{cases}$, 所以圆 D 的方程为 $x^2 + (y-3)^2 = 9$ 或 $x^2 + (y+3)^2 = 9$.

(2): 设圆 D 圆心 $D(0, b)$, 半径为 r 且 M 点在 N 点上方, 由于圆 D 与圆 C 外切, 所以 $(r+2)^2 = b^2 + 16$ 得 $r^2 + 4r = b^2 + 12$

解法一: ① $b > 0$ 时, $|OM| = r - b, |AM| = (r+b)^2 + 12, |ON| = r - b, |AN| = (r-b)^2 + 12, |MN| = 2r$,



$$\cos \angle MAN = \frac{|AM|^2 + |AN|^2 - |MN|^2}{2|AM||AN|} = \frac{(r+b)^2 + 12 + (r-b)^2 + 12 - 4r^2}{2\sqrt{(r+b)^2 + 12} \cdot \sqrt{(r-b)^2 + 12}} = \frac{2r}{\sqrt{(r+b)^2 + 12} \cdot \sqrt{(r-b)^2 + 12}}$$

$$= \frac{2r}{\sqrt{r^4 + 4r^2 + 4r^2 - r^2(r^2 + 4r - 12)}} = \frac{2r}{4r} = \frac{1}{2}$$

② $b < 0$ 时, $|OM| = r - b, |ON| = r + b$, 所以同理可得 $\cos \angle MAN = \frac{1}{2}$.

解法二: $M(0, b+r), N(0, b-r), \overrightarrow{AM} = (2\sqrt{3}, b+r), \overrightarrow{AN} = (2\sqrt{3}, b-r), \cos \angle MAN = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}}{|\overrightarrow{AM}||\overrightarrow{AN}|} = \frac{12 + b^2 - r^2}{\sqrt{(r+b)^2 + 12} \cdot \sqrt{(r-b)^2 + 12}}$

(后继续化简过程与解法一相同)

(乙) 已知圆 $C_1: x^2 - (y-1)^2 = 1$ 与圆 $C_2: (x-\sqrt{3})^2 + y^2 = 3$.

(1) 求两圆的交点坐标; (2) 设有直线 l 过原点, 且与圆 C_1, C_2 分别交于点 A, B (点 A, B 不是原点), 求 $|AB|$ 得最大值.

考点: 圆与圆的位置关系, 直线与圆的位置关系

答案: (1): $(0, 0), (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$; (2): 4

解析: 联立: $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 1 \\ (x-\sqrt{3})^2 + y^2 = 3 \end{cases}$, 得 $\sqrt{3}x - y = 0$. 联立: $\begin{cases} \sqrt{3}x - y = 0 \\ x^2 + (y-1)^2 = 1 \end{cases}$, 得 $x = 0$ 或 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

代入直线 $\sqrt{3}x - y = 0$ 得两点坐标分别为: $(0, 0), (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$.

(2): 设 $l: y = kx$, 联立: $\begin{cases} y = kx \\ x^2 + (y-1)^2 = 1 \end{cases}$, 得 $A(\frac{2k}{1+k^2}, \frac{2k^2}{1+k^2})$, 联立: $\begin{cases} y = kx \\ (x-\sqrt{3})^2 + y^2 = 3 \end{cases}$, 得 $B(\frac{2\sqrt{3}}{1+k^2}, \frac{2\sqrt{3}k}{1+k^2})$.

$$|AB| = \sqrt{\left(\frac{2k-2\sqrt{3}}{1+k^2}\right)^2 + \left(\frac{2k^2-2\sqrt{3}k}{1+k^2}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{(k-\sqrt{3})^2}{1+k^2}}$$

$$\text{令 } t = k - \sqrt{3}, k^2 = t^2 + 2\sqrt{3}t + 3, \text{ 则 } |AB| = 2\sqrt{\frac{t^2}{t^2 + 2\sqrt{3}t + 4}} = 2\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{2\sqrt{3}}{t} + \frac{4}{t^2}}}$$

因为 $\frac{4}{t^2} - \frac{2\sqrt{3}}{t} + 1 = \left(\frac{2}{t} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4}$, 所以 $|AB| \leq 2\sqrt{4} = 4$, 所以 $|AB|$ 最大值为 4.