



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



太原市 2015—2016 学年高二年级第一学期期中

考试

高二数学

一. 选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

1. 过原点和点 $A(1,1)$ 的直线的倾斜角是

A. 45° B. 60°

C. 120° D. 135°

答案: A

难度: ☆

解析: $\tan \alpha = k = \frac{1-0}{1-0} = 1, \therefore \alpha = 45^\circ$, 故选 A

2. 直线 $2x - y - 4 = 0$ 在 y 轴上得截距是

A. 4 B. -4

C. 2 D. -2

答案: B

难度: ☆

解析: 令 $x=0$, 得 $y=-4$, 故选 B

3. 若一个几何体的正视图是三角形, 则该几何体可能是

A. 正方形 B. 圆柱

C. 圆锥 D. 球

答案: C

难度: ☆

解析: A, B, D 均不可能, 故选 C



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



4. 在空间直角坐标系中, 点 $A(7, -3, 0)$ 与 $B(1, 0, 2)$ 的距离为

A. 6 B. 7

C. 8 D. 9

答案: B

难度: ☆

解析: $d = \sqrt{(7-1)^2 + (-3-0)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{49} = 7$, 故选 B

5. 已知 m, n 是两条不同的直线, α 是一个平面, 则下列说法正确的是

A. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$ B. 若 $m \perp \alpha, n \subset \alpha$, 则 $m \perp n$

C. 若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 则 $n \parallel \alpha$ D. 若 $m \parallel \alpha, m \perp n$, 则 $n \perp \alpha$

答案: B

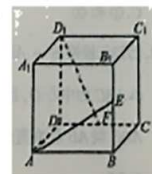
难度: ☆

解析: A 错, m, n 可能相交或者异面; C 错, 可能 $n \subset \alpha$; D 错, 可能 n 与 α 的位置有很多种, 故选 B

6. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 BB_1, CD 的中点, 则直线 AE 与 D_1F 所成的角为

A. 30° B. 45°

C. 60° D. 90°



答案: D

难度: ☆

解析: 通过平移可知 AE, D_1F 垂直, 故选 D

7. 已知直线 l 与直线 $y = 2x + 1$ 关于 y 轴对称, 则直线 l 的方程为

A. $y = -2x + 1$ B. $y = -\frac{1}{2}x + 1$

C. $y = -2x - 1$ D. $y = -\frac{1}{2}x - 1$

答案: A

难度: ☆



解析: $\because l$ 与 $y=2x+1$ 关于 y 轴对称, $\therefore k_l=-2$, 又 $\because l$ 过点 $(0,1)$, 得 $l: y=-2x+1$, 故选 A

8. 已知点 A, B 均不在直线 l 上, 则过点 A, B 且与直线 l 平行的平面个数是
A. 0 个 B. 1 个
C. 无数个 D. 以上三种情况均有可能

答案: D

难度: ☆☆

解析: 由空间位置关系可得, 以上三种情况均有可能, 故选 D

9. 已知直线 $l_1: x+my=2m+2$ 与直线 $l_2: mx+y=m+1$ 平行, 则实数 $m=$

A. 1 B. -1
C. -1 或 1 D. 0 或 1

答案: A

难度: ☆☆

解析: $\because l_1 // l_2$, 则 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$, 得 $m^2=1, m \neq -1$, $\therefore m=1$, 故选 A

10. 已知点 P, Q 分别在直线 $3x+4y-12=0$ 和 $6x+8y+5=0$ 上, 则 $|PQ|$ 的最小值为

A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{18}{5}$

C. $\frac{29}{10}$ D. $\frac{29}{5}$

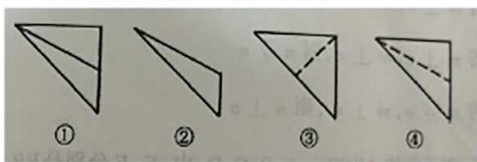
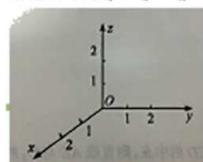
答案: C

难度: ☆

解析: 平行直线距离为 $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, $\therefore d = \frac{|5 - (-24)|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{29}{10}$, 故选 C

11. 如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$ 中, 一个四面体的顶点坐标分别是 $(0,0,2), (2,2,0), (1,2,1), (2,2,2)$,

给出编号为①、②、③、④的四个图, 则该四面体的正视图和俯视图分别是



A. ①和② B. ③和①
C. ④和③ D. ④和②

答案: D

难度: ☆☆

解析: 把每一个点放回到直角坐标系中, 可观察得三视图为 D

12. 已知三棱锥 $S-ABC$ 的底面 ABC 是边长为 6 等边三角形, 顶点 S 在底面上的射影是 $\triangle ABC$ 的中心 O , 且

$SO=2\sqrt{6}$, 现将三棱锥底面 ABC 放在平面 α 上, 并使三棱锥 $S-ABC$ 绕 AB 所在直线旋转, 则三棱锥

$S-ABC$ 在平面 α 射影面积的最大值是

A. 24 B. 18

C. $9\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{6}$

答案: B

难度: ☆☆☆

解析: 以 α 为轴旋转到 $SC // \text{面 } \alpha$ 时, 此时投影面积最大, 投影为对角线互相垂直的四边形, 且对角线的长

度均为 6, 则面积为 $S = \frac{6 \times 6}{2} = 18$.

二. 填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

13. 圆 $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ 的半径 $r =$ _____.

答案: $\sqrt{2}$

难度: ☆

解析: $\because x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$, $\therefore D = -2, E = 2, F = 0$, $\therefore r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2} = \sqrt{2}$

14. 过点 $P(1,2)$ 的圆 $x^2 + y^2 = 5$ 的切线方程为 _____.

答案: $x+2y-5=0$

难度: ☆

解析: (方法一) $\because P(1,2)$ 在圆 $x^2 + y^2 = 5$ 上, 设圆心为 $O(0,0)$, $\therefore k_{OP} = 2$, \therefore 切线的斜率 $k = -\frac{1}{2}$, \therefore 切线方程为 $y-2 = -\frac{1}{2}(x-1)$, 即 $x+2y-5=0$.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记

下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信号: tygdedu

官方网址: www.tygdedu.cn



(方法二) \because 过圆上一点 (x_0, y_0) 的切线方程为 $x_0x + y_0y = r^2$, \therefore 切线方程为 $x + 2y - 5 = 0$.

15. 已知等边三角形 ABC 的边长为 2, BC 边上的高为 AD , 将三角形 ABC 沿高 AD 折成三棱锥 $A-BCD$, 若棱

$BC = \sqrt{2}$, 则二面角 $B-AD-C$ 的大小为 _____.

答案: 90° 或 $\frac{\pi}{2}$

难度: ☆☆

解析: 由题意知 $AD \perp BD$, $AD \perp CD$, $\therefore \angle BDC$ 为二面角 $B-AD-C$ 的平面角,

$\because BD = CD = 1, BC = \sqrt{2}, \therefore BD^2 + CD^2 = BC^2, \therefore \angle BDC = 90^\circ, \therefore$ 二面角 $B-AD-C$ 的大小为 90° 或 $\frac{\pi}{2}$.

16. 在平面直角坐标系中, A, B 分别是 x 轴和 y 轴上的动点, 若以 AB 为直径的圆 C 与直线 $x + 2y - 6 = 0$ 相切,

则圆 C 面积的最小值为 _____.

答案: $\frac{9\pi}{5}$

难度: ☆☆☆

解析: $\because AB$ 为直径, $\angle AOB = 90^\circ$, \therefore 原点 O 必在圆 C 上, 由 O 向直线 $x + 2y - 6 = 0$ 做垂线, 垂足为 D , 则

当 D 恰为圆 C 与直线 $x + 2y - 6 = 0$ 的切点时, 圆 C 的半径最小.

此时, 圆 C 的直径为点 $O(0,0)$ 到直线 $x + 2y - 6 = 0$ 的距离 $d = \frac{6}{\sqrt{5}}, \therefore r = \frac{1}{2}d = \frac{3}{\sqrt{5}},$

\therefore 圆 C 面积的最小值为 $\pi r^2 = \frac{9\pi}{5}$

三. 解答题 (本大题共 5 小题, 共 52 分)

17. (本题 10 分)

已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(3,4), B(6,4)$, 点 $H(5,-2)$ 是 $\triangle ABC$ 的垂心

(1) 求 BC 边上的高所在的直线的方程

(2) 求直线 BC 的方程

答案: (1) $y + 3x - 13 = 0$

(2) $3y - x - 6 = 0$

难度: ☆

解析: (1) BC 边上的高所在的直线为直线 AH

由已知 $A(3,4), H(5,-2)$

直线 AH 的方程为 $\frac{y-4}{-2-4} = \frac{x-3}{5-3}$

化简得 $y + 3x - 13 = 0$

因为 BC 边上的高所在的的直线为 AH

所以 $k_{BC} \cdot k_{AH} = -1$, 又因为 $k_{AH} = -3$, 所以 $k_{BC} = \frac{1}{3}$

直线 BC 的方程为 $y - 4 = \frac{1}{3}(x - 6)$

化简得 $3y - x - 6 = 0$



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信: tygdedu
官方网站: www.tygdedu.cn



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信: tygdedu
官方网站: www.tygdedu.cn

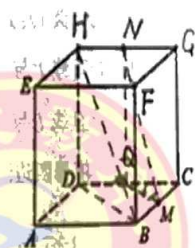


更 18. 一个正方体的平面展开图及该正方体的直观图的示意图如图所示, 在正方体中, 设 BC 的中点为 M , GH 的中点为 N

请将字母 F, G, H, N 标记在正方体相应的点处 (不需说明理由)

证明: 直线 $MN \parallel$ 平面 BDH

答案: 如图所示



难度: ☆☆

解析: (2) 连接 MN, DB, BH

取 CD 的中点 Q , 连接 NQ, QM

因为

$NQ \parallel HD, QM \parallel BD$

$NQ \cap QM = Q$

$HD \cap BD = D$

所以 面 $MNQ \parallel$ 面 BDH

又因为 $MN \subset$ 平面 MNQ

所以 直线 $MN \parallel$ 平面 BDH

19. 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 = 9$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6x - 2my + m^2 + 5 = 0 (m \in \mathbb{R})$

(1) 若圆 C_1 与圆 C_2 相外切, 求 m 的值;

(2) 求过原点, 且经过直线 $x - y + 3 = 0$ 与圆 C_1 交点的圆的一般方程.

答案: (1) $m = \pm 4$, (2) $x^2 + y^2 + 3x - 3y = 0$

难度: ☆☆

解析: (1) $C_1(0,0)$, $r_1 = 3$, $C_2(3,m)$, $r_2 = 2$

因为圆 C_1 与圆 C_2 相外切, 所以 $\sqrt{3^2 + m^2} = 5$, 解得 $m = \pm 4$

(2) 设圆的方程为 $x^2 + y^2 - 9 + \lambda(x - y + 3) = 0$, 因为过原点, 解得 $\lambda = 3$

圆的一般方程为 $x^2 + y^2 + 3x - 3y = 0$

20. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中, $PC \perp$ 平面 ABC , $PC = 3$, $AC = AD = \sqrt{2}$, $CD = 2DB = 2$,

(1) 证明: $AD \perp$ 平面 PAC

(2) 求三棱锥 $B-PAD$ 的体积.

答案: (2) $\frac{1}{2}$

难度: ☆☆

解析: 证明: (1) 因为 $PC \perp$ 平面 ABC , $AD \subset$ 平面 ABC , 所以 $AD \perp PC$

又因为 $AC = AD = \sqrt{2}$, $CD = 2$, 所以 $AC^2 + AD^2 = CD^2$, 所以 $AC \perp AD$

又因为 $PC \cap AC = C$ 所以 $AD \perp$ 平面 PAC .

(2) $V_{B-PAD} = V_{P-ABD}$

过点 A 作 $AE \perp CB$, 垂足为 E , 所以 $AE = 1$

所以 $V_{B-PAD} = V_{P-ABD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABD} \cdot PC = \frac{1}{2}$



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



21. (甲) 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 2$, 直线 $l: y = kx + 1 (k \in \mathbb{R})$.

(I) 证明: 直线 l 与圆 O 相交;

(II) 设直线 l 与圆 O 交于 A, B 两点, 点 M 为 AB 的中点, 延长 OM 交圆 O 于点 P , 是否存在实数 k 使得四边形 $OAPB$ 为平行四边形? 若存在, 求实数 k 的值; 若不存在, 请说明理由.

答案: (I) 见解析.

(2) 存在, $k = \pm 1$.

难度: ★★★★★

解析: (I) 证明: 将直线 l 与圆联立, 得: $x^2 + (kx + 1)^2 = 2$, 整理, 得: $(k^2 + 1)x^2 + 2kx - 1 = 0$, 所以 $\Delta = (2k)^2 + 4(k^2 + 1) = 8k^2 + 4 > 0$, 即直线 l 与圆 O 相交.

(2) 假设存在 k , 使 $OAPB$ 为平行四边形. 由题意知 AB 与 OP 互相平分, 又因为 $OA = OB$, 所以 $AB \perp OP$, 即原点 O 到 AB 的距离为 $\frac{r}{2}$, $(0, 0)$ 到 $y = kx + 1$ 的距离 $d = \frac{1}{\sqrt{k^2 + 1}}$, 即 $\frac{1}{\sqrt{k^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 解得: $k = \pm 1$, 故存在 $k = \pm 1$, 使四边形 $OAPB$ 为平行四边形.

(乙) 已知圆 $O: x^2 + y^2 = k^2 (k \neq 0)$, 直线 $l: y = kx + 1 (k \in \mathbb{R})$.

(I) 若直线 l 与圆 O 相交, 求 k 的取值范围;

(II) 设直线 l 与圆 O 交于 A, B 两点, 点 M 为 AB 中点, 延长 OM 交圆 O 于点 P , 是否存在实数 k 使得四边形 $OAPB$ 为平行四边形? 若存在, 求实数 k 的值; 若不存在, 请说明理由.

答案: (I) : $k > \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$, 或 $k < -\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$;

(2) : $k = \pm \sqrt{\frac{-1+\sqrt{17}}{2}}$.

难度: ★★★★★

解析: (I) 圆 O 到直线 l 的距离 $d = \frac{1}{\sqrt{k^2 + 1}} < |k|$, 所以 $\frac{1}{k^2 + 1} < k^2$, 整理, 得: $k^4 + k^2 - 1 > 0$, 解得: $k > \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$, 或 $k < -\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$.

(2) $x^2 + (kx + 1)^2 = k^2$, 整理, 得: $(1 + k^2)x^2 + 2kx + 1 - k^2 = 0$.

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, M 为 AB 中点, 则 $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$,

$\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{k}{1 + k^2}$, $\frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{k(x_1 + x_2) + 2}{2} = \frac{1}{1 + k^2}$, 则点 $P\left(-\frac{2k}{1 + k^2}, \frac{2}{1 + k^2}\right)$ 在圆 O 上, 所以

$\frac{4k^2}{(1 + k^2)^2} + \frac{4}{(1 + k^2)^2} = k^2$, 整理, 得: $k^4 + k^2 - 4 = 0$, $k^2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$, $k = \pm \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}}$.