


工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

 查考试成绩、答案 | 查备课笔记
 下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

 太原工大教育 官方微信: tygdedu
 官方网址: www.tygdedu.cn

工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

 查考试成绩、答案 | 查备课笔记
 下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

 太原工大教育 官方微信: tygdedu
 官方网址: www.tygdedu.cn


数学试卷

(考试时间: 上午 7:00—9:00)

说明: 本试卷为闭卷笔答, 答题时间 90 分钟, 满分 100 分

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 下列说法正确的是 ()

- A. $0 \notin \mathbb{N}$ B. $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ C. $\pi \notin \mathbb{R}$ D. $\sqrt{4} \in \mathbb{Z}$

答案: D

解析: 略

2. 若 $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$, 则集合 M 可以是 ()

- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{1, 3\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{1\}$

答案: A

解析: 略

3. 函数 $y = \lg(x+1)$ 的定义域是 ()

- A. $[-1, +\infty)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $(0, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$

答案: B

解析: 略

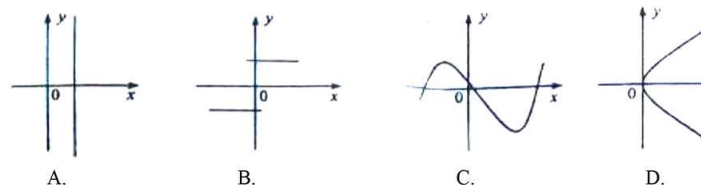
4. 下列各组函数是同一函数的是 ()

- A. $y = \frac{2x}{x}$ 与 $y = 2$ B. $y = \sqrt{x^2}$ 与 $y = (\sqrt{x})^2$
 C. $y = \lg x^2$ 与 $y = 2 \lg x$ D. $y = \frac{x^2}{x}$ 与 $y = x(x \neq 0)$

答案: D

解析: A, B, C 中的两个函数的定义域均不同, 所以不是同一函数, D 选项中的两个函数定义域和对应法则均相同.

5. 下列四个图形中, 能表示函数 $y = f(x)$ 的是 ()



答案: C

解析: 对函数定义的考察, 即一个 x 只能对应一个 y .

6. 下列函数在 $(0, +\infty)$ 上是增函数的是 ()

- A. $y = \ln(x-2)$ B. $y = -\sqrt{x}$ C. $y = x^2$ D. $y = \frac{1}{x}$

答案: C

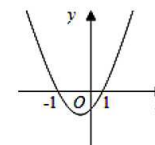
解析: 选项 A 中 $y = \ln(x-2)$ 的定义域为 $(2, +\infty)$, 选项 B, D 在 $(0, +\infty)$ 均为单调减函数, 只有 C 符合条件.

7. 设 $a = \log_{\frac{1}{2}} 3$, $b = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$, $c = 2^{\frac{1}{3}}$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

答案: A

解析: $2^{\frac{1}{3}} > 1$, $0 < (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}} < 1$, $\log_{\frac{1}{2}}(3) < 0$, $\therefore c > b > a$.



8. 已知 $f(x) = (x-m)(x-n)$ (其中 $n < m$) 的图象如右图所示, 则函数 $g(x) = m^x + n$ 的图象大致是 ()





工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信号: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信号: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



答案: A

解析: 由题可知, n, m 分别为抛物线与 x 轴的交点, 其中 $n < -1, 0 < m < 1$,
 $\therefore g(x) = m^x + n$ 的图像应该是把一个单调递减的指数函数向下平移大于 1 个单位.

9. 已知函数 $f(x+1) = 2x - 1$, 则 $f(x)$ 的解析式为 ()

- A. $f(x) = 3 - 2x$ B. $f(x) = 2x - 3$ C. $f(x) = 3x - 2$ D. $f(x) = 3x$

答案: B

解析: $\because f(x+1) = 2x - 1, \therefore f(x) = 2(x-1) - 1 = 2x - 3$.

10. 偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 若 $f(1) = 0$, 则不等式 $f(x) > 0$ 的解集是 ()

- A. $(-1, 0) \cup (0, 1)$ B. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ C. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ D. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

答案: B

解析: 根据题意, 数形结合, 通过画图可以得出答案选 B.

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ f(x+3), & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f(-4)$ 的值是 ()

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

答案: D

解析: 分段函数求值, $f(-4) = f(-1) = f(-1+3) = f(2) = \log_2 2 = 1$.

12. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x, g(x) = ax + 2 (a > 0)$, 若对于任意 $x_1 \in R$, 都存在 $x_2 \in [-2, +\infty)$,

使得 $f(x_1) > g(x_2)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{3}{2})$ B. $(0, +\infty)$ C. $(\frac{3}{2}, +\infty)$ D. $(\frac{3}{2}, 3)$

答案: C

解析: 要满足题意, 只需要满足 $f_{\min}(x_1) > g_{\min}(x_2), f_{\min}(x_1) = -1$,

$g_{\min}(x_2) = g(-2) = -2a + 2, \therefore -1 > -2a + 2$, 解得 $a > \frac{3}{2}$.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在题中横线上

13. 集合 $\{-1, 1\}$ 共有 _____ 个子集.

答案: 4

解析: 略

14. 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的减函数, 且 $f(1-a) < f(2a-1)$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

答案: $a < \frac{2}{3}$

解析: 略

15. 已知函数 $f(x) = ax^3 - 1$, 若 $f(2016) = 5$, 则 $f(-2016) =$ _____.

答案: -7

解析: $f(2016) = a \cdot 2016^3 - 1 = 5, \therefore a \cdot 2016^3 = 6, \therefore a \cdot (-2016)^3 = -6$,
 $\therefore f(-2016) = -6 - 1 = -7$.

16. 下列命题:

- ① 函数 $y = -\frac{1}{x}$ 在其定义域上是增函数;
② 函数 $y = \frac{x(x+1)}{x+1}$ 是奇函数;
③ 函数 $y = \log_2(x-1)$ 的图象可由 $y = \log_2(x+1)$ 的图象向右平移 2 个单位得到;
④ 若 $(\frac{1}{2})^a = (\frac{1}{3})^b < 1$, 则 $a < b < 0$

则下列正确命题的序号是 _____.

答案: ③

解析: ① $y = -\frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 和 $(-\infty, 0)$ 上单调递减而在定义域上不是单调递减的.

② 定义域关于原点对称.

④ 由指数函数图象可知, $a > b > 0$.

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 48 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

17. (本小题满分 8 分)

考场号: _____

座位号: _____

姓名: _____

初中学校: _____

密封线内不要答题



已知非空集合 $A = \{x | a < x < 2a + 3\}$, $B = \{x | 0 < x < 1\}$,

(1) 若 $a = -\frac{1}{2}$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $A \cap B = \emptyset$ 求实数 a 的取值范围.

解析(1): $A = \left(-\frac{1}{2}, 2\right)$, $B = (0, 1)$, $A \cap B = (0, 1)$.

(2) $\because A \cap B = \emptyset, \therefore A = \emptyset$ 或 $2a + 3 \leq 0$ 或 $a \geq 1$,

解得: $a \leq -\frac{3}{2}$ 或 $a \geq 1$.

18. 计算 (本小题满分 10 分)

(1) $27^{-\frac{1}{3}} + 64^{\frac{2}{3}} - 3^{-1} + (\sqrt{2} - 1)^0$

(2) $\frac{\lg 8 + \lg 125 - \lg 2 - \lg 5}{\lg \sqrt{10} \cdot \lg 0.1}$

解析: (1) 17 (2) -4

19. (本小题满分 10 分)

已知幂函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(3, \frac{1}{9})$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性, 并用定义证明.

解析: (1) 设 $f(x) = x^a$, 将 $(3, \frac{1}{9})$ 代入, 解得 $a = -2, \therefore f(x) = \frac{1}{x^2}$.

(2) 单调递减. 证明: 任取 $x_1, x_2 \in (0, +\infty), x_2 > x_1$,

$$\text{则 } f(x_2) - f(x_1) = \frac{1}{x_2^2} - \frac{1}{x_1^2} = \frac{(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)}{x_1^2 x_2^2} < 0,$$

$\therefore f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.

20. (本小题满分 10 分) 说明: 请同学们在 (A) (B) 两个小题中任选一题作答.

(A) 已知 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x(1 - 2x)$.

(1) 求 $f(0)$;

(2) 当 $x < 0$ 时, 求 $f(x)$ 的表达式.

(A) 解析: (1) $\because f(x)$ 是 \mathbb{R} 上的奇函数, $\therefore f(0) = 0$.

(2) 当 $x < 0$ 时, $f(x) = -f(-x) = x(1 + 2x)$.



(B) 已知函数 $f(x) = \frac{mx+n}{x^2+1}$ (m, n 为常数) 是定义在 $[-1, 1]$ 上的奇函数, 且 $f(-1) = -\frac{1}{2}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 解关于 x 的不等式 $f(2x-1) < -f(x)$.

(B) (1) $\because f(x)$ 是 $[-1, 1]$ 上的奇函数, $\therefore f(0) = 0$,

又 $\because f(-1) = -\frac{1}{2}$, 代入解析式解得 $\begin{cases} m = 1 \\ n = 0 \end{cases}$.

$$\therefore f(x) = \frac{x}{x^2+1}.$$

$$(2) f(2x-1) < -f(x) = f(-x), \therefore f(x) = \frac{x}{x^2+1} =$$

$\frac{1}{x + \frac{1}{x}}$, 在 $(0, 1]$ 上单调递增, $\therefore f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上单调递增,

$$\therefore \begin{cases} 2x-1 < -x \\ -1 \leq 2x-1 \leq 1, \text{ 解得 } 0 \leq x < 1. \text{ 解集为 } \left[0, \frac{1}{3}\right). \\ -1 \leq -x \leq 1 \end{cases}$$

21. (本小题满分 10 分) 说明: 请同学们在 (A) (B) 两个小题中任选一题作答.

(A) 已知函数 $f(x) = -\log_3(9x) \cdot \log_3 \frac{x}{3} \left(\frac{1}{9} \leq x \leq 27\right)$.

(1) 设 $t = \log_3 x$, 求 t 的取值范围.

(2) 求 $f(x)$ 的最小值, 并指出 $f(x)$ 取得最小值时 x 的值.

$$(A) \text{ 解析: (1) } f(x) = -\log_3(9x) \cdot \log_3\left(\frac{x}{3}\right) =$$

$$-(\log_3 x + 2) \cdot (\log_3 x - 1)$$

$$t = \log_3 x, \because x \in \left[\frac{1}{9}, 27\right], \therefore t \in [-2, 3]$$

$$(2) y = -(t+2)(t-1), \text{ 开口向下, 对称轴为 } t = -\frac{1}{2},$$

\therefore 当 $t=3$ 时取得最小值, $y_{\min} = -5 \cdot 2 = -10$, 此时 $x = 27$.



工大教育
——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信信号: tygdedu
官方网站: www.tygdedu.cn



工大教育
——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信信号: tygdedu
官方网站: www.tygdedu.cn



(B) 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x|x - a|$, 其中 $a \in R$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 在所给坐标系中作出 $f(x)$ 的图象;

(2) 对任意 $x \in [1, 2]$, 函数 $g(x) = -x + 14$ 的图象恒在函数 $f(x)$ 图象的上方, 求实数 a 的取值范围.

(B)(1)略.

(2) $g(x) = -x + 14$ 在 $[1, 2]$ 上单调递减,

$$f(x) = x^2 + 2x|x - a| = \begin{cases} -x^2 + 2ax, & x \leq a \\ 3x^2 - 2ax, & x > a \end{cases}$$

当 $a \leq 1$ 时, $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上单调递增,

\therefore 原题等价于, $f(2) < g(2)$, 解得 $0 < a \leq 1$;

当 $1 < a < 2$ 时, $f(x)$ 在 $[1, a]$ 上单调递增,

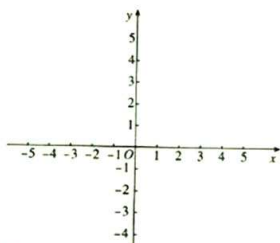
在 $(a, 2]$ 也是单调递增, 原题等价于

$f(2) < g(2)$, 解得 $1 < a < 2$;

当 $a \geq 2$ 时, $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上还是单调递增,

原题等价于 $f(2) < g(2)$, 解得 $2 \leq a < 4$;

综上, a 的取值范围是 $(0, 4)$.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

考场号: _____

座位号: _____

姓名: _____

初中学校: _____

密封线内不要答题