2015~2016学年高一年级第一学期阶段性测评（一）试卷分析

数学试卷

一、选择题

1.设集合 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{x\in R|x>0\}$，则 $A\cap B=$

A．{-1，0}　　B．{-1}　　C．{0，1}　　D．{1}

答案：D

考点：集合的运算

2.函数 $f(x)=\sqrt{x+1}+\sqrt{2-x}$ 的定义域是

A．$[-1,+\infty)$　　B．$[2,+\infty)$　　C．$[-1,2]$　　D．$(-1,2)$

答案：C

考点：函数的定义域

解析：偶次根下的式子大于等于零，即 $\begin{cases}x+1\ge 1\\2-x\ge 0\end{cases}$，解得，$-1\le x\le 2$

3.函数 $f(x)=\log_2 x$ 在区间【1，2】的最小值是

A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

答案：B

考点：对数函数的单调性，对数函数的图像和最值

解析：函数上 $f(x)=\log_2 x$ 的底数大于1，$f(x)=\log_2 x$ 在定义域 $(0,+\infty)$ 上单调递增，则 $f(x)$ 在区间[1，2]上为增函数，因此，当 $x=1$ 时，$f(x)$ 取最小值，即 $f(1)=0$.

4.在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增的函数是

A．$y=2^x$　　B．$y=\log_2 x$　　C．$y=\frac{2}{x}$　　D．$y=-2x$

答案： A

考点：函数的单调性，函数的图像

解析： A 选项，$y=2^x$ 在定义域 R 上都是增函数；B 选项，$y=\log_2 x$ 的定义域是 $(0,+\infty)$，在 $(-\infty,0)$ 上无定义；C 选项，$y=\frac{2}{x}$ 在 $(-\infty,0)$ 和 $(0,+\infty)$ 上是单调递减；D 选项，$y=-2x$ 在 R 上单调递减

5.下列各组函数中，f(x)与 g(x)相等的一组

A．$f(x)=\left(\sqrt{x}\right)^2$，$g(x)=x$　　B．$f(x)=\frac{x^2}{x}$，$g(x)=x$

C．$f(x)=\sqrt{x^2}$，$g(x)=\sqrt[3]{x^3}$　　D．$f(x)=\sqrt[6]{x^3}$，$g(x)=\sqrt{x}$

答案： D

考点：函数的三要素

解析：A 选项，f(x)的定义域是 $[0,+\infty)$，g(x)的定义域是 R；B 选项，f(x)的定义域是 $\{x|x\neq0\}$，g(x)的定义域是 R；C 选项，对应关系(解析式)不同，$f(x)=|x|$，$g(x)=x$，D 选项，$f(x)=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$，$g(x)=\sqrt{x}$，定义域都是 $[0,+\infty)$

在区间【1，2】的最小值是

6.已知 $a=\log_2 3$，$b=\log 3$，$c=3^{\frac{1}{2}}$，则下列结论正确的是

A．c>b>a　　B．c>a>b　　C．a>b>c　　D．a>c>b

答案： D

考点：指数、对数的大小比较

解析： $a=\log_2 3>\log_2 2=1$；$b=\log_{\frac{1}{2}} 3<\log_{\frac{1}{2}} 2=0$；$0<c=3^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}<1$，故 a>c>b

7.函数 $f(x)=a^{x-1}+4$（$a>0$，且 $a\neq1$）的图像经过的定点是

A．(5，1)　　B．(1，5)　　C．(1，4)　　D．(4，1)

答案：B

考点：指数函数的定点、图像的平移变换

解析：函数 $y=a^x$ 恒过定点(0，1)，则 $f(x)=a^{x-1}+4$ 是由 $y=a^x$ 先向右平移 1 个单位，得到 $y=a^{x-1}$ 的图像，定点变为(1，1)，再将 $y=a^{x-1}$ 的图像向上平移 4 个单位，因此，定点变为(1，5)

8.若函数 $f(x)=(2m-1)x^{m^2-2}$ 是幂函数，则 f(-2)=

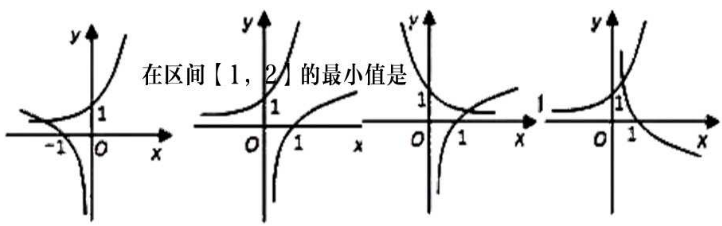
A．-1　　B．-2　　C．1　　D．$-\frac{1}{2}$

答案：D

考点：幂函数的定义

解析：函数 $f(x)=(2m-1)x^{m^2-2}$ 为幂函数，则 x^{m^2-2} 的系数为 1，即 2m-1=1，则 m=1，$f(x)=x^{-1}=\frac{1}{x}$，因此 $f(-2)=-\frac{1}{2}$

9.在同一坐标系中，函数 $f(x)=a^x$ 与函数 $g(x)=\log_a x$ 的图像可能是



A　　B　　C　　D

答案：B

考点：指数函数与对数函数的图像

解析：A 中，，对数函数的定义域不满足；

B、当 a>1 时，指数函数和对数函数都是增函数，满足条件；

C，D，指数函数的和对数函数在 a 取相同的值时，单调性相同，故都不满足条件。

10.已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2 x, & x>0\\ 2^x, & x\le 0\end{cases}$，若 $f(a)=\frac{1}{2}$，则 a=

A．-1　　B．$\sqrt{2}$　　C．-1 或 $\sqrt{2}$　　D．1 或 $-\sqrt{2}$

答案：C

考点：分段函数、指数、对数函数的求值

解析：当 $a>0$ 时，$f(a)=\log_2 a=\frac{1}{2}$，解得，$a=\sqrt{2}$；当 $a\le 0$ 时，$f(a)=2^a=\frac{1}{2}$，则 $a=-1$

11.函数 f(x)是 R 上的偶函数，且在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，则下列结论正确的是

A．f(-2)>f(0)>f(1)　　B．f(-2)>f(-1)>f(0)

C．f(1)>f(0)>f(-2)　　D．f(1)>f(-2)>f(0)

答案：B

考点：根据函数的单调性、奇偶性比较函数值的大小

解析：由于函数 f(x) 是偶函数，则 f(-2)=f(2)，f(-1)=f(1)，另外 f(x) 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，因此，f(2)>f(1)>f(0)，即 f(-2)>f(-1)>f(0)

12.对于函数 y=f(x)，如果存在区间[a，b]，同时满足下列条件：①f(x)在[a，b]内是单调的；

在区间【1，2】的最小值是

②当定义域是[a，b]时，f(x) 的值域也是[a，b]，则称[a，b]是该函数的“对称区间”。

已知函数 $f(x)=\frac{m+1}{m}-\frac{1}{x}(m>0)$ 存在“对称区间”，则实数 m 的取值范围是

A．(0，1)　　B．$\left(\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right)$　　C．(0，2)　　D．(1，3)

答案：A

考点：函数的新定义，函数三要素以及单调性的考查

解析：f(x)满足①和②两个条件，得 $f(x)=\frac{m+1}{m}-\frac{1}{x}=x$，该式去分母可变形为

$mx^2-(m+1)x+m=0$，只要保证该方程有两个不相等的实数根即可，即判别式

$\Delta=(m+1)^2-4m^2>0$，解得 $-\frac{1}{3}<m<1$，又 m>0，因此，$0<m<1$，故选 A

二、填空题

13.已知集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{x|x^2=1\}$ 则 $A\cup B=$________。

答案: {-1，1，2}

考点：集合的运算

解析： $B=\{-1,1\}$，$\therefore A\cup B=\{-1,1,2\}$

14.若 $f(x)=(x+1)(x-a)$ 是偶函数，则实数 a=________。

答案： 1

考点：函数的奇偶性

解析：函数 f(x)是偶函数，则 f(-x)=f(x)；即 $(x+1)(x-a)=(-x+1)(-x-a)$，解得：a=1

15.若 $x\log_2 3=1$，则 $3^x+3^{-x}=$________。

答案：$\frac{5}{2}$

考点：对数的公式，指数的运算

解析：$x=\frac{1}{\log_2 3}=\log_3 2$，则 $3^x=3^{\log_3 2}=2$，$\therefore 3^{-x}=\frac{1}{3^x}=\frac{1}{2}$，因此，$3^x+3^{-x}=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

16.已知函数 f(x)的定义域为 A，若当 $f(x_1)=f(x_2)(x_1, x_2\in A)$ 时，总有 $x_1=x_2$，则称 f(x)为单值函数。例如，函数 $f(x)=2x+1(x\in R)$ 是单值函数。给出下列命题：

① 函数 $f(x)=x^2(x\in R)$ 是单值函数；

② 函数 $f(x)=2^x(x\in R)$ 是单值函数；

③ 若 f(x)为单值函数，$x_1, x_2\in A$，且 $x_1\neq x_2$，则 $f(x_1)\neq f(x_2)$；

④ 函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\geq 0\\ \left(\frac{1}{2}\right)^x-1, & x<0\end{cases}$ 是单值函数。

其中的真命题是__________。（写出所有真命题的编号）

答案：②③

考点：函数的新定义，结合函数的单调性以及分段函数

解析：由 $f(x_1)=f(x_2)(x_1, x_2\in A)$ 时，总有 $x_1=x_2$，则 $f(x)$ 实际上是单调函数

① 函数 $f(x)=x^2(x\in R)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，$(0,+\infty)$ 上单调递增，故不是单值函数；

② 函数 $f(x)=2^x(x\in R)$ 在 R 上单调递增，故 $f(x)$ 是单值函数；

③ $f(x)$ 为单值函数，则 $f(x)$ 是单调函数，若 $x_1\neq x_2$，则 $f(x_1)\neq f(x_2)$；

④ $f(x)$ 是分段函数，该函数在 $(-\infty,0)$ 上单调减函数，$(0,+\infty)$ 上单调增函数，故 $f(x)$ 不是单值函数

17.（本小题满分 10 分）

已知集合 $A=\{x|-2<x<1\}$，集合 $B=\{x|-1<x<4\}$。

（1）求 $A\cap B, A\cup B$；

（2）求 $(C_R A)\cup B$、$A\cap(C_R B)$。

考点：集合的运算

解析：（1）$A\cap B=\{x|-1<x<1\}$；$A\cup B=\{x|-2<x<4\}$

（2）$C_R A=\{x|x\le -2\text{或}x\ge 1\}$

$C_R B=\{x|x\le -1\text{或}x\ge 4\}$，$A\cap(C_R B)=\{x|-2<x\le -1\}$；

18.计算下列各式的值（每小题 5 分，共 10 分）

（1）$0.5^0-8^{\frac{2}{3}}+(-27)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$；

（2）$\log_2(\log_2 16)+\log_5 10-\log_5 3\cdot\log_3 2$。

考点：指数幂的运算，对数的运算

解析：(1)原式$=1-4+(-3)+8=2$；

(2) 原式$=\log_2 4+\log_5 10-\dfrac{\lg 3}{\lg 5}\cdot\dfrac{\lg 2}{\lg 3}=2+\log_5 10-\log_5 2=3$；

19.（本小题满分 10 分）

已知 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x},x\in(-1,1)$。

求证：（1）$f\left(\dfrac{1}{a}\right)=-f(a)(a\neq 0)$；　（2）$\lg f(-a)=-\lg f(a)$

考点：对数的化简

解析：(1)证明：$f\left(\dfrac{1}{a}\right)=\dfrac{1-\dfrac{1}{a}}{1+\dfrac{1}{a}}=\dfrac{a-1}{a+1}$，$f(a)=\dfrac{1-a}{a+1}$

$$f\left(\frac{1}{a}\right)=-f(a)$$

(2) 证明 $\lg f(-a)=\lg\dfrac{1+a}{1-a}=\lg\left(\dfrac{1-a}{1+a}\right)^{-1}=-\lg\dfrac{1-a}{1+a}$

$\lg f(a)=\lg\dfrac{1-a}{1+a}$

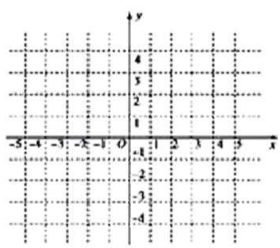
$\lg f(-a)=-\lg f(a)$

20.（本小题满分 10 分）

已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 当 $x>0$ 时，$f(x)=-x^2+2x$。

（1）求函数 $f(x)$ 在 R 上的解析式；

（2）画出函数 $f(x)$ 的图像，并求出其单调区间。

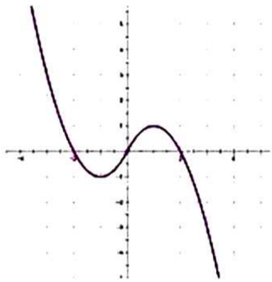


考点:由奇偶性求解析式，由图像判断函数单调性

解析：（1）因为 $f(x)$ 定义在 R 上的奇函数，可知 $f(0)=0$；

当 $x<0$ 时，$-x>0$，$f(x)=-f(-x)=x^2+2x$

所以 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x, x\geq 0\\ x^2+2x, x<0\end{cases}$



(2) 单调递增区间 $(-1,1)$，

单调递减区间 $(-\infty,-1),(1,+\infty)$

21.（本小题满分 12 分）说明：请同学们在甲，乙两个小题中任选一题作答。

（甲）已知函数 $f(x)=k-\dfrac{2}{2^x+1},k\in R$.

（1）是否存在实数 k 使得函数 $f(x)$ 为奇函数？若存在，求出实数 k；若不存在，请说明理由。

（2）判断函数 $f(x)$ 的单调性，并证明你的判断；

（3）当 $k=1$ 时，若不等式 $f(t^2-2t)+f(2t^2-m)>0$ 对于 $t\in R$ 恒成立，求实数 m 的取值范围。

解析：（1）因为 $f(x)$ 为奇函数，定义域为 R，所以 $f(0)=0$，可解得 $k=1$

(2) 证明：设 $x_1, x_2\in R$，且 $x_1<x_2$

$$f(x_1)-f(x_2)=k-\frac{2}{2^{x_1}+1}-k+\frac{2}{2^{x_2}+1}=\frac{2\left(2^{x_1}-2^{x_2}\right)}{\left(2^{x_1}+1\right)\left(2^{x_2}+1\right)}$$

因为 $x_1<x_2$，所以 $2^{x_1}<2^{x_2}$，$2^{x_1}-2^{x_2}<0$

所以 $f(x_1)<f(x_2)$，可证得 $f(x)$ 在 R 上是单调递增

(3) $k=1$ 时，$f(x)$ 为奇函数。

$f(t^2-2t)+f(2t^2-m)>0$

$\Leftrightarrow f(t^2-2t)>-f(2t^2-m)\Leftrightarrow f(t^2-2t)>f(m-2t^2)$

又因为 $f(x)$ 在 R 上是单调递增的，所以 $t^2-2t>m-2t^2$ 对于 $t\in R$ 恒成立

所以$m<\left(3t^2-2t\right)_{\min}$，可知$m<-\frac{1}{3}$

（乙）已知函数$f(x)=\log_a(x+1)-\log_a(x-1)\left(a>0,且a\neq 1\right)$

（1）判断函数$f(x)$的奇偶性；

（2）判断函数$f(x)$的单调性，并证明你的判断；

（3）当$x\in[2,3]$时，若函数$f(x)$的最小值为1，求实数a的值。

解析：（1）因为$\begin{cases}x+1>0\\x-1>0\end{cases}\Rightarrow x>1$，可知$f(x)$的定义域不关于原点对称

所以$f(x)$既不是奇函数也不是偶函数

（2）$f(x)=\log_a(x+1)-\log_a(x-1)=\log_a\frac{x+1}{x-1}=\log_a\left(1+\frac{2}{x-1}\right)$

令$g(x)=1+\frac{2}{x-1}$，因为$g(x)$在$(1,+\infty)$是单调递减函数

当$a>1$时，$y=\log_a x$是单调递增的，所以$f(x)$在$(1,+\infty)$是单调递减。

当$0<a<1$时，$y=\log_a x$是单调递减的，所以$f(x)$在$(1,+\infty)$是单调递增。

（3）当$a>1$时，$f(x)$在$(1,+\infty)$是单调递减，在$[2,3]$也是单调递减的。

$f(x)_{\min}=f(3)=1$，$f(3)=\log_a\frac{3+1}{3-1}=\log_a 2=1$，可得$a=2$

当$0<a<1$时，$f(x)$在$(1,+\infty)$是单调递增，在$[2,3]$也是单调递增的。

$f(x)_{\min}=f(2)=1$，$f(2)=\log_a\frac{2+1}{2-1}=\log_a 3=1$，可得$a=3$（舍去）

综上所述，$a=2$