



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信号: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



山西省实验中学

2017-2018 学年度第一学期期中考试试题(卷)

高二年级 数学

第一卷(客观题)

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

1. 同一个平面去截一个几何体, 可以使截面是长方形, 也可以使截面是圆, 则这个几何体可以是 ()

- A. 棱柱 B. 棱台 C. 圆柱 D. 球

【考点】几何体的截面问题

【答案】C

2. 棱台的一条侧棱所在的直线与不含这条侧棱的侧面所在的平面的位置关系是 ()

- A. 平行 B. 相交 C. 平行或相交 D. 不垂直

【考点】棱台的概念

【答案】B

3. 一个几何体的三视图中, 正视图是边长为 2 的正三角形, 俯视图是正方形, 则该几何体的侧视图的面积是 ()

- A. $2\sqrt{3}$ B. 4 C. $\sqrt{3}$ D. 2

【考点】几何体的三视图

【答案】C

4. 直线 $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$ 的倾斜角 $\alpha =$ ()

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

【考点】直线的倾斜角与斜率

【答案】D

5. 异面直线 a, b 分别在平面 α, β 内, 若 $\alpha \cap \beta = l$, 则直线 l 必定 ()

- A. 分别与 a, b 都相交 B. 至少与 a, b 中一条相交
C. 与 a, b 都不相交 D. 至多与 a, b 中一条相交

【考点】空间位置关系的考察

【答案】B

6. 已知圆的方程是 $x^2 + y^2 - 4x - 6y = r^2$, 则点 $P(2, 3)$ 与圆的位置关系是 ()

- A. 在圆上 B. 在圆外 C. 在圆内 D. 不能确定

【考点】点与圆的位置关系

【答案】C

7. 平面 α 截球 O 的球面所得圆的半径为 1, 球心 O 到平面 α 的距离为 $\sqrt{2}$, 则此球的体积为 ()

- A. $\sqrt{6}\pi$ B. $4\sqrt{3}\pi$ C. $4\sqrt{6}\pi$ D. $6\sqrt{3}\pi$

【考点】球的相关计算

【答案】B



正视图



俯视图



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信号: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



8. 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC , 底面 ABC 是正三角形, E 为 BC 中点, 则下列叙述正确的是 ()

- A. 直线 AE , B_1C_1 为异面直线, 且 $AE \perp B_1C_1$ B. 直线 CC_1 与 B_1E 是异面直线
C. 直线 $AC \perp$ 平面 ABB_1A_1 D. 直线 $A_1C_1 \parallel$ 平面 AB_1E

【考点】立体几何中线面位置关系

【答案】A

9. 若直线 $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$ 与直线 $5x - 7y + 1 = 0$ 相互平行, 则 $\frac{m}{n}$ 等于 ()

- A. $-\frac{5}{7}$ B. $-\frac{7}{5}$ C. $\frac{7}{5}$ D. $\frac{5}{7}$

【考点】直线截距式的考察

【答案】B

10. 在等腰直角三角形 ABC 中, $AB=BC=1$, M 为 AC 的中点, 沿 BM 把它折成二面角, 折后的 A 与 C 的距离为 1, 则二面角 $C-BM-A$ 的大小为 ()

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

【考点】二面角的计算

【答案】C

11. 经过点 $P(2, -1)$ 且被圆 $C: x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$ 所截得的弦最短时的直线 l 的方程为 ()

- A. $2x - y - 6 = 0$ B. $2x + y - 6 = 0$ C. $x - 2y = 0$ D. $x + 2y = 0$

【考点】过圆内一点圆的最短弦

【答案】D

12. 在半径为 2 的球面上有不共面的四个点, A, B, C, D , 且 $AB=CD=x$, $BC=DA=y$, $CA=BD=z$, 则 $x^2 + y^2 + z^2$ 等于 ()

- A. 64 B. 32 C. 16 D. 8

【考点】对棱相等的四面体与长方体的联系

【答案】B

第二卷 (主观题)

二、填空题 (每小题 3 分, 共 12 分)

13. 已知 b, c, d 为三条不重合直线, α, β, γ 为三个不重合平面, 则下列五个命题:

- ① $b \parallel d, c \parallel d \Rightarrow b \parallel c$
② $b \parallel \gamma, c \parallel \gamma \Rightarrow b \parallel c$
③ $c \parallel \alpha, c \parallel \beta \Rightarrow \alpha \parallel \beta$
④ $c \parallel \alpha, b \parallel c \Rightarrow b \parallel \alpha$
⑤ $b \parallel \gamma, \alpha \parallel \gamma \Rightarrow b \parallel \alpha$

其中正确的命题是_____.

【考点】空间位置关系的判断

【答案】①



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信信号: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



14. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PA = \sqrt{6}$, 则 PC 与平面 PAB 所成角的正弦值为_____.

【考点】直线与平面所成角

【答案】 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

15. 设平面 $\alpha \parallel$ 平面 β , $A, C \in \alpha$, $B, D \in \beta$, 直线 AB 与 CD 交于点 S , 且点 S 位于平面 α, β 之间, $AS = 8$, $BS = 6$, $CS = 12$, 则 $SD =$ _____.

【考点】面面平行的性质

【答案】9

16. 已知点 P 是直线 $l: kx + 8y + 32 = 0 (k > 0)$ 上一动点, PA, PB 是圆 $C: x^2 + y^2 - 2y = 0$ 的两条切线, A, B 是切点, 若四边形 $PABC$ 的面积的最小值是 2, 则 $k =$ _____.

【考点】直线与圆的综合问题

【答案】16

三、解答题 (本大题共 5 小题, 17-20 为必做题, 21 为选做题)

17. (12 分) 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, $AA_1 = 5$.

(1) 证明: 平面 $ACD_1 \parallel$ 平面 A_1C_1B ;

(2) 求几何体 A_1-BC_1D 的体积.

【考点】面面平行的证明; 三棱锥的体积计算.

【答案】(1) 证明: 由题可知 $A_1C_1 \parallel AC$, $BC_1 \parallel AD_1$

$$\because A_1C_1 \not\subset \text{面 } ACD_1, AC \subset \text{面 } ACD_1$$

$$\therefore A_1C_1 \parallel \text{面 } ACD_1$$

$$\text{同理 } BC_1 \parallel \text{面 } ACD_1$$

$$\text{又 } \because A_1C_1 \cap BC_1 = C_1$$

$$\therefore \text{面 } ACD_1 \parallel \text{面 } A_1BC_1.$$

$$(2) V_{A_1-BC_1D} = 3 \times 4 \times 5 \times \frac{1}{3} = 20.$$



18. (12分) 已知直线 l 过点 $P(4,1)$

(1) 若直线 l 过点 $Q(-1,6)$, 求直线 l 的方程;

(2) 若直线 l 在 y 轴上的截距是在 x 轴上的截距的 2 倍, 求直线 l 的方程.

【考点】直线方程

【答案】(1) $x + y - 5 = 0$;

(2) 若 l 过原点, 则 l 的方程为: $x - 4y = 0$,

若 l 不过原点, 设 $l: \frac{x}{m} + \frac{y}{2m} = 1$, 带入点 P 的坐标, 解得 $m = \frac{9}{2}$, l 的方程为 $2x + y - 9 = 0$.

19. (14分) 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = \frac{1}{2}AA_1 = 2$, 点 M, N

分别为 A_1B, B_1C_1 的中点.

(1) 求证: $MN \parallel$ 平面 A_1ACC_1 ;

(2) 求证: $A_1N \perp$ 面 BCN ;

(3) 求 C 到平面 BMN 的距离.

【考点】线面平行; 线面垂直; 点到平面的距离.

【答案】(1) 证明: 由题可知, N 为 B_1C_1 的中点, M 为 AB_1 的中点.

$\therefore MN$ 是 $\triangle B_1AC_1$ 的中位线

$\therefore MN \parallel AC_1$

又 $\because MN \subset$ 面 A_1ACC_1 , $AC_1 \subset$ 面 A_1ACC_1

$\therefore MN \parallel$ 面 A_1ACC_1

(2) 证明: $\because AA_1 \perp$ 平面 ABC

\therefore 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 是直三棱柱

$\therefore BB_1 \perp$ 面 $A_1B_1C_1$

$\therefore BB_1 \perp A_1N$

又 $\because A_1B_1 = A_1C_1$, N 为 B_1C_1 中点

$\therefore A_1N \perp B_1C_1$

又 $\because B_1C_1 \cap BB_1 = B_1$

$\therefore A_1N \perp$ 面 BCN

(3) 解: 由题可知, $BN = CN = 3\sqrt{2}$, $BC = 2\sqrt{2}$

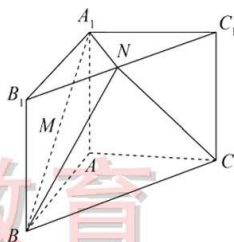
由(2)可知 $A_1N \perp$ 面 BCN ,

\therefore 平面 $A_1BN \perp$ 平面 BCN , 且面 $A_1BN \cap$ 面 $BCN = BN$

\therefore 过点 C 做 BN 的垂线交 BN 于 H , 就有 $HC \perp$ 面 BMN

而 $HC = \frac{2\sqrt{2} \times 4}{3\sqrt{2}} = \frac{8}{3}$

$\therefore C$ 到面 BMN 的距离为 $\frac{8}{3}$





20. (14分) 已知 $\triangle ABC$ 三边所在直线方程分别是 $l_{AB}: 4x - 3y + 10 = 0$, $l_{BC}: y = 2$, $l_{CA}: 3x - 4y = 5$.

(1) 求 AB 边上的高所在直线的方程;

(2) 求 $\angle BAC$ 的平分线所在直线的方程.

【考点】直线方程综合

【答案】(1) 联立 $\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{13}{3}, 2\right)$, $\therefore AB$ 边上的高所在直线的方程为 $3x + 4y - 21 = 0$.

(2) 设 $\angle BAC$ 的平分线所在直线与 BC 交于点 $P(m, 2)$,

则有 P 到 AB 、 AC 的距离相等,

$$\text{即 } \frac{|4m - 3 \times 2 + 10|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{|3m - 8 - 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}, \text{ 解得 } m = -17 \text{ 或 } \frac{9}{7}$$

$\because P$ 在线段 BC 上, $\therefore m = -17$ (舍)

$$\therefore P\left(\frac{9}{7}, 2\right)$$

$$\text{又可解得 } A\left(-\frac{55}{7}, -\frac{50}{7}\right)$$

\therefore 角平分线的所在直线方程为 $7x - 7y + 5 = 0$

21. (选做题) 10分

已知直角三角形 ABC 中, 设 R , r 分别为 $\triangle ABC$ 的外接圆、内切圆半径, 令 $T = \frac{R}{r}$, 试用解析法求 T 的最小值.

【考点】直角三角形的外接圆与内切圆

【答案】 $\sqrt{2} + 1$

【解析】设直角三角形 ABC 的两条直角边长为 a , b , 斜边长为 c

$$\text{容易得到, 外接圆半径 } R = \frac{c}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2},$$

$$\text{根据等积法: } r \times (a + b + c) = a \times b, \text{ 得到 } r = \frac{ab}{a + b + c} = \frac{ab}{a + b + c} = \frac{ab}{a + b + \sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\frac{R}{r} = \frac{\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}}{\frac{ab}{a + b + \sqrt{a^2 + b^2}}} = \frac{(a + b + \sqrt{a^2 + b^2}) \cdot (\sqrt{a^2 + b^2})}{2ab} \geq \frac{(2\sqrt{ab} + \sqrt{2ab}) \cdot \sqrt{2ab}}{2ab} = \frac{(2\sqrt{2} + 2)ab}{2ab} = \sqrt{2} + 1$$

$\therefore \frac{R}{r}$ 最小值为 $\sqrt{2} + 1$, 当且仅当 $a = b$, 即直角三角形 ABC 为等腰直角三角形时取等号