



# 2017 ~ 2018 学年第一学期高二年级阶段性测评

## 数学测评参考答案及评分意见

### 一、选择题(每小题 3 分,共 36 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	D	B	D	A	C	B	A	A	C	D

### 二、填空题(每小题 4 分,共 16 分)

13.  $2\sqrt{2}$     14.  $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$     15.  $3x + y + 2 = 0$     16.  $4 + 2\sqrt{3}$

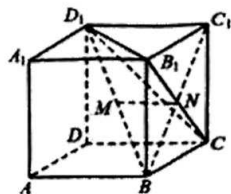
### 三、解答题(共 52 分)

#### 17.(本小题 10 分)

解(I)  $\because A(-2, -1), B(2, 1), \therefore k_{AB} = \frac{1}{2}, \dots\dots\dots 2$  分  
 $\therefore$  边  $AB$  上的高所在直线的斜率为  $k = -\frac{1}{k_{AB}} = -2, \dots\dots\dots 4$  分  
 $\therefore$  边  $AB$  上的高所在直线的点斜式方程为  $y - 3 = -2(x - 1); \dots\dots\dots 5$  分  
(II) 设  $AB$  的中点为点  $D, \because A(-2, -1), B(2, 1), \therefore D(0, 0), \dots\dots\dots 7$  分  
 $\therefore$  边  $AB$  的中线  $CD$  的斜率为  $k = 3, \dots\dots\dots 9$  分  
 $\therefore$  边  $AB$  上的中线  $CD$  的一般式方程为  $3x - y = 0. \dots\dots\dots 10$  分

#### 18.(本小题 10 分)

解(I) 连接  $BC_1, \because ABCD - A_1B_1C_1D_1$  是正方体,  $\therefore BCC_1B_1$  是正方形,  
 $\because N$  是  $B_1C$  的中点,  $\therefore BC_1$  与  $B_1C$  相交于点  $N$ , 且  $BN = C_1N$ ,  
又  $\because M$  是  $BD_1$  的中点,  $MN \parallel C_1D_1, \dots\dots\dots 2$  分  
 $\because ABCD - A_1B_1C_1D_1$  是正方体,  
 $\therefore D_1C_1 \perp$  平面  $BCC_1B_1$ ,  
 $\therefore MN \perp$  平面  $BCC_1B_1$ ,  
 $\therefore MN \perp B_1C; \dots\dots\dots 5$  分



(II) 由(I) 得  $D_1C_1 \perp$  平面  $BCC_1B_1$ ,

$\therefore V_{B_1-BCD_1} = V_{D_1-BCB_1} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCB_1} \cdot D_1C_1 \dots\dots\dots 8$  分  
 $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} BC \cdot BB_1 \cdot D_1C_1 = \frac{a^3}{6}. \dots\dots\dots 10$  分

#### 19.(本小题 10 分)

解(I)  $\because x^2 + y^2 - 4x = 0, \therefore (x - 2)^2 + y^2 = 4, \therefore C_1(2, 0), r_1 = 2, \dots\dots\dots 2$  分



$$\therefore x^2 + y^2 + 2my + n = 0,$$

$$\therefore x^2 + (y + m)^2 = m^2 - n, \therefore C_2(0, -m), r_2 = \sqrt{m^2 - n}, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{圆 } C_1 \text{ 与圆 } C_2 \text{ 关于直线 } y = x \text{ 对称}, \therefore \begin{cases} -m = 2, \\ \sqrt{m^2 - n} = 2, \end{cases} \therefore \begin{cases} m = -2, \\ n = 0; \end{cases} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(II) \text{ 由 (I) 得圆 } C_2: x^2 + y^2 - 4y = 0,$$

$$\text{由题意可设所求圆的方程为 } x^2 + y^2 - 4x + \lambda(x^2 + y^2 - 4y) = 0 (\lambda \neq -1), \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{该圆经过点 } P(-1, 1), \therefore 6 - 2\lambda = 0, \therefore \lambda = 3,$$

$$\therefore \text{所求圆的方程为 } x^2 + y^2 - x - 3y = 0. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

20. (本小题 10 分)

(甲) (I) 证明:  $\because E, F$  分别是  $PB, AB$  的中点,  $\therefore EF \parallel AP$ ,

$\because PA \subset \text{平面 } PAC, EF \not\subset \text{平面 } PAC, \therefore EF \parallel \text{平面 } PAC, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

同理可得  $FG \parallel \text{平面 } PAC, \because EF \cap FG = F, EF \subset \text{平面 } EFG, FG \subset \text{平面 } EFG,$

$\therefore \text{平面 } EFG \parallel \text{平面 } PAC, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$\because AN \subset \text{平面 } PAC, \therefore AN \parallel \text{平面 } EFG; \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(II) 由 (I) 得平面  $EFG \parallel \text{平面 } PAC,$

$\because AB \perp AC, AB \perp PA, \therefore AB \perp \text{平面 } PAC, \therefore AB \perp \text{平面 } EFG, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

$\because M, N$  分别是  $PD, PC$  的中点,  $\therefore MN \parallel DC, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

$\because AB \parallel DC, \therefore MN \parallel AB, \therefore MN \perp \text{平面 } EFG, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

$\because MN \subset \text{平面 } MNE, \therefore \text{平面 } MNE \perp \text{平面 } EFG.$

(乙) (I) 证明: 设  $PA$  的中点为  $Q$ , 连接  $EQ, DQ$ .

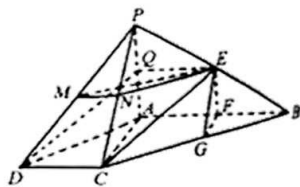
$\because E$  是  $PB$  的中点,  $\therefore EQ \parallel AB, EQ = \frac{1}{2}AB,$

$\because AB \parallel DC, AB = 2CD, \therefore EQ \parallel CD, EQ = CD,$

$\therefore EQDC$  是平行四边形,  $\therefore CE \parallel DQ, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$\because DQ \subset \text{平面 } PAD, CE \not\subset \text{平面 } PAD,$

$\therefore CE \parallel \text{平面 } PAD; \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$



(II) 证明:  $\because E, F$  分别是  $PB, AB$  的中点,  $\therefore EF \parallel AP,$

$\because PA \subset \text{平面 } PAC, EF \not\subset \text{平面 } PAC, \therefore EF \parallel \text{平面 } PAC,$

同理可得  $FG \parallel \text{平面 } PAC, \because EF \cap FG = F, EF \subset \text{平面 } EFG, FG \subset \text{平面 } EFG,$

$\therefore \text{平面 } EFG \parallel \text{平面 } PAC, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

$\because AB \perp AC, AB \perp PA, \therefore AB \perp \text{平面 } PAC, \therefore AB \perp \text{平面 } EFG, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

$\because M, N$  分别是  $PD, PC$  的中点,  $\therefore MN \parallel DC,$

$\because AB \parallel DC, \therefore MN \parallel AB, \therefore MN \perp \text{平面 } EFG, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$



21 (本小题 12 分)

(甲) 解 (I)  $\because x^2 + y^2 = 4, \therefore C_1(0, 0), r_1 = 2,$  ..... 2 分

$\because (x-4)^2 + (y-2)^2 = 4, \therefore C_2(4, 2), r_2 = 2,$  ..... 2 分

$\therefore |C_1C_2| = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5} > r_1 + r_2 = 4, \therefore$  圆  $C_1$  和圆  $C_2$  相离. .... 4 分

$|AB|_{\min} = |C_1C_2| - (r_1 + r_2) = 2\sqrt{5} - 4;$  ..... 6 分

(II) 假设存在点  $P(3, n)$ , ① 当直线  $l_1$  与  $l_2$  斜率都存在时, 设直线  $l_1$  的斜率为  $k$ , 则直线  $l_1$  的

方程为  $y = k(x-3) + n$ , 直线  $l_2$  的方程为  $y = -\frac{1}{k}(x-3) + n,$  ..... 7 分

$\because$  直线  $l_1$  被圆  $C_1$  所截得的弦长等于直线  $l_2$  被圆  $C_2$  所截得的弦长, 且  $r_1 = r_2 = 2,$

$\therefore$  点  $C_1$  到直线  $l_1$  的距离  $d_1$  等于点  $C_2$  到直线  $l_2$  的距离  $d_2,$  ..... 9 分

$\therefore d_1 = \frac{|3k - n|}{\sqrt{1+k^2}}, d_2 = \frac{|k(n-2) - 1|}{\sqrt{1+k^2}}, \therefore \frac{|3k - n|}{\sqrt{1+k^2}} = \frac{|k(n-2) - 1|}{\sqrt{1+k^2}},$

$\therefore (n-5)k + (n-1) = 0$  或  $(n+1)k - (n+1) = 0,$

$\therefore$  直线  $l_1$  和  $l_2$  有无数对,  $\therefore n = -1,$  ..... 10 分

经检验, 此时存在无数对直线  $l_1$  与  $l_2$ , 且满足  $d_1 < 2, d_2 < 2,$

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(3, -1);$  ..... 11 分

② 当直线  $l_1$  与  $l_2$  的斜率都不存在时, 点  $P$  的坐标为  $(3, -1)$  或  $(3, 1);$

综上所述, 点  $P$  的坐标为  $(3, -1).$  ..... 12 分

(乙) (I)  $\because x^2 + (y+2)^2 = 4, \therefore C_1(0, -2), r_1 = 2,$  ..... 1 分

$\because mx - y + (m-1) = 0, \therefore m(x+1) - (y+1) = 0,$

$\therefore$  直线  $l$  过定点  $M(-1, -1),$  ..... 3 分

$\therefore |MC_1| = \sqrt{2} < r_1 = 2, \therefore$  点  $M(-1, -1)$  在圆  $C_1$  内部, ..... 4 分

$\therefore$  当  $l \perp MC_1$  时,  $|AB|$  取得最小值,  $|AB|_{\min} = 2\sqrt{r_1^2 - |MC_1|^2} = 2\sqrt{2};$  ..... 6 分

(II) 假设存在点  $P(3, n)$ , ① 当直线  $l_1$  与  $l_2$  斜率都存在时, 设直线  $l_1$  的斜率为  $k$ , 则直线  $l_1$  的

方程为  $y = k(x-3) + n$ , 直线  $l_2$  的方程为  $y = -\frac{1}{k}(x-3) + n,$  ..... 7 分

$\because$  直线  $l_1$  被圆  $C_1$  所截得的弦长等于直线  $l_2$  被圆  $C_2$  所截得的弦长, 且  $r_1 = r_2 = 2,$

$\therefore$  点  $C_1$  到直线  $l_1$  的距离  $d_1$  等于点  $C_2$  到直线  $l_2$  的距离  $d_2,$  ..... 9 分

$\therefore d_1 = \frac{|3k - 2 - n|}{\sqrt{1+k^2}}, d_2 = \frac{|kn - 1|}{\sqrt{1+k^2}}, \therefore \frac{|3k - 2 - n|}{\sqrt{1+k^2}} = \frac{|kn - 1|}{\sqrt{1+k^2}},$

$\therefore (3-n)k - (n+1) = 0$  或  $(3+n)k - (3+n) = 0,$

$\therefore$  直线  $l_1$  和  $l_2$  有无数对,  $\therefore n = -3,$  ..... 10 分

经检验, 此时存在无数对直线  $l_1$  与  $l_2$ , 且满足  $d_1 < 2, d_2 < 2,$

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(3, -3);$  ..... 11 分

② 当直线  $l_1$  与  $l_2$  的斜率都不存在时, 点  $P$  的坐标为  $(3, -1)$  或  $(3, -3);$

综上所述, 点  $P$  的坐标为  $(3, -3).$  ..... 12 分