2017-2018 学年第一学期高一年级期中测试题

数学试卷

考试时间：上午 7：30-9：30

一. 选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，满分 36 分，在每出的小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将字母代码填入相应位置）

1.已知集合 $A=\{-1,0,1\}$，集合 $B=\{0,1,2\}$，则 $A\cap B=$

$A.\ \{0,1\}$　　　$B.\ [0,1]$　　　$C.\ \{-1,0,1,2\}$　　　$D.\ [-1,2]$

考点：集合的运算

解析：$\square\ A=\{\square 1,0,1\}\ B=\{0,1,2\},\ \therefore A\cap B=\{0,1\}$

答案：A

2.函数 $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+\lg x$ 的定义域是

$A.\ (0,+\infty)$　　　$B.\ (0,1)\cup(1,+\infty)$　　　$C.\ (0,1)$　　　$D.\ (1,+\infty)$

考点：函数的定义域

解析：$\square\ \begin{cases} x\square 1\neq 0 \\ x>0 \end{cases},\ \therefore x\in(0,1)\cup(1,+\infty)$

答案：B

3 .函数 $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ 在区间 $[-1,1]$ 上的最小值是

$A.-\dfrac{1}{2}$　　　$B.\dfrac{1}{2}$　　　$C.-2$　　　$D.2$

考点：指数函数的性质.

解析：$\because 0<\dfrac{1}{2}<1$，$\therefore f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上单调递减，在 $x=1$ 处取到最小值.

答案：B

4 .下列函数中，在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减的函数是

$A.y=\log_2 x$　　　$B.y=\sqrt{x}$　　　$C.y=|x|$　　　$D.y=\dfrac{1}{x}$

考点：函数单调性判断.

解析：A、B、C 选项在 $(0,+\infty)$ 上都是增函数，只有 D 选项在 $(0,+\infty)$ 上是减函数.

答案：D .

5. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} \log_2 x, x>0 \\ f(x+2), x\leq 0 \end{cases}$，则 $f(-3)=$

$A.-1$　　　$B.0$　　　$C.1$　　　$D.2$

考点：分段函数求值.

解析：因为 $-3<0$，则 $f(-3)=f(-1)=f(1)$；因为 $1>0$，则 $f(1)=\log_2 1=0$，所以选 B .

答案：B

6.已知幂函数 $f(x)=(m^2-m-1)x^m$ 在 $(0,+\infty)$ 上增函数，则实数 $m=$

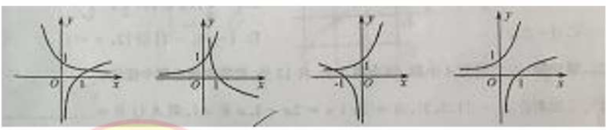
$A.2$ $\qquad$ $B.-1$ $\qquad$ $C.-1$ 或 2 $\qquad$ $D.\frac{1}{2}$

考点：幂函数定义式及性质.

解析：$f(x)=(m^2-m-1)x^m$ 是幂函数，则 $m^2-m-1=1$，解得 $m=-1$ 或 $m=2$；又因为在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，所以 $m=2$.

答案：A

7. 已知 $\lg a+\lg b=0$，则函数 $y=a^x$ 与函数 $y=-\log_b x$ 的图象可能是



A $\qquad$ B $\qquad$ C $\qquad$ D

考点：对数函数性质及其图象应用

解析：$\lg a+\lg b=0$，所以 $ab=1$，所以函数 $y=a^x$ 与函数 $y=-\log_b x$ 的单调性一致，所以选 D

答案：D

8. 下列结论正确的是

$A.\log_5 2>\log_3 2$ $\qquad$ $B.0.9^3>3^{0.9}$ $\qquad$ $C.\log_{0.3} 2>0.3^2$ $\qquad$ $D.\log_3\frac{1}{2}>\log_{\frac{1}{2}}3$

考点：指、对数函数比较大小

解析：$A.$ 由函数 $y=\log_3 x$ 与函数 $y=\log_5 x$ 的图象可知 $x\in(0,1)$ 时，$y=\log_5 x$ 的图象恒在函数 $y=\log_3 x$ 的上方，$x\in(1,+\infty)$ 时，$y=\log_3 x$ 的图象恒在 $y=\log_5 x$ 的图象的上方，所以 A 项错误；$B.$ $0.9^3<1<3^{0.9}$，所以 B 项错误；$C.$ $\log_{0.3}2<0<0.3^2$，所以 C 项错误；$D.$ $\log_{\frac{1}{2}}3=\frac{1}{\log_3\frac{1}{2}}$，与 $\log_3\frac{1}{2}$ 互为倒数，$\log_3\frac{1}{3}<\log_3\frac{1}{2}<\log_3 1$，所以 $-1<\log_3\frac{1}{2}<0$，则它的相反数 $\log_{\frac{1}{2}}3<-1$，所以 D 项正确。

答案：D

9. 如图所示的 Venn 图中，A,B 是非空集合，定义集合 $A\otimes B$ 为阴影部分表示的集合，

若 $x,y\in R$，$A=\{x|y=\lg x+\lg(2-x)\},B=\{y|y=3^x,x>0\}$，则 $A\otimes B=$

A. $\{x|0<x<2\}$

B. $\{x|1<x<2\}$

C. $\{x|0<x\le 1$ 或 $x\ge 2\}$

D. $\{x|0<x<1$ 或 $x>2\}$

考点：集合的表示，集合的运算，Venn 图的应用。

解析：$A=\{x\mid 0<x<2$，$B=\{y\mid y>1\}$，Venn 图表示 $A\otimes B=(A\cup B)-(A\cap B)$，则 $A\cup B=\{x\mid x>0\}$，$A\cap B=\{x\mid 1<x<2\}$，$A\otimes B=\{x\mid 0<x\le 1或x\ge 2\}$.

答案：C

10.函数 $f(x)=1.01^x-x^2$ 的零点个数为

1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

考点：基本初等函数的性质，函数图像的应用

解析：原函数的零点可以转化为函数 $y=1.01^x$ 与 $y=x^2$ 的图像的交点个数，画出函数图像可以很容易得到两个函数图像在 $-1<x<0$ 与 $1<x<2$ 相交，故有 2 个交点，但是指数函数的增涨幅度比二次函数的增涨幅度要快，所以在 $x\in(2,+\infty)$ 还会相交一次，所以共有 3 个交点。

答案：C

11.已知奇函数 $f(x)$ 在 R 上单调递减，且 $f(-1)=1$,则不等式 $-1\le f(x-2)\le 1$ 的解集是（　）

A. $[-1,1]$　　B. $[-3,-1]$　　C. $[0,2]$　　D $[1,3]$

考点：函数奇偶性与单调性

解析：由已知可得 $f(-1)=-f(1)=1,\therefore f(1)=-1$,所求不等式可化为

$f(1)\le f(x-2)\le f(-1)$,由函数的单调性可得 $-1\le x-2\le 1\Rightarrow 1\le x\le 3$

答案：D

12.函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且 $f(x)=\begin{cases}2^x-1, 0\le x<1\\ \dfrac{1}{x}, x\ge 1\end{cases}$,偶函数 $g(x)$ 的定义域为 $\{x\mid x\ne 0\}$,且当 $x>0$ 时，$g(x)=\log_2 x$,若存在实数 a,使得 $f(a)=g(b)$ 成立，则实数 b 的取值范围是

A. $[-2,-\frac{1}{2}]\cup[\frac{1}{2},2]$　　B. $[-\frac{1}{2},0]\cup[0,\frac{1}{2}]$

C. $[-2,2]$　　D $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

考点：函数奇偶性的应用

解析：由已知可得 $f(x)$ 在 $x>0$ 的值域为 $[0,1]$,因为 $f(x)$ 是奇函数，当 $x<0$ 时，$f(x)$ 的值域为 $[-1,0]$　所以 $f(x)$ 在 R 上的值域为 $[-1,1]$，所以 $-1\le g(x)\le 1$

即 $-1\le \log_2|b|\le 1$，$\frac{1}{2}\le b\le 2$　或 $-2\le b\le -\frac{1}{2}$

答案：A

二、填空题（本大题共 4 个，每小题 3 分，满分 12 分，把答案填在题中横线上）

13.已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{y\mid y=2x-1,x\in A\}$，则 $A\cup B=$________

考点：集合的运算

解析：□ $A=\{1,2,3\}$，$\therefore B=\{1,3,5\}$，$\therefore A\cup B=\{1,2,3,5\}$

答案：$\{1,2,3,5\}$

14.函数 $f(x)=\log_a x+1$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$) 的图象必经过的定点是________

考点：对数函数的图象过定点

解析：$\because$ $f(x)=\log_a x$ 的图象恒过 $(1,0)$ 点，$\therefore$ $f(x)=\log_a x+1$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$) 的图象恒过 $(1,1)$ 点

答案：$(1,1)$

15.已知 $x+x^{-1}=3$ ，则 $x^2-x^{-2}=$

考点：幂函数运算

解析：由题可知 $(x+x^{-1})^2=9$，则 $x^2+x^{-2}=7$ ，$(x-x^{-1})^2=5$ ，$x-x^{-1}=\pm\sqrt{5}$ 故 $x^2-x^{-2}=(x+x^{-1})(x-x^{-1})=\pm 3\sqrt{5}$

答案：$\pm 3\sqrt{5}$

16.某品牌手机销售商今年 1,2,3 月份的销售量分别是 1 万部，1.2 万部，1.3 万部，为估计以后每个月的销售量，以这三个月的销售为依据，用一个函数模拟该品牌手机的销售量 y （单位：万部）与月份 x 之间的关系，现从二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 或函数 $y=ab^x+c(b>0,b\neq 1)$ 中选用一个效果好的函数进行模拟，如果 4 月份的销售量为 1.37 万件，则 5 月份的销售量为（ ）万件

考点：函数模型及其应用

解析：当函数为二次函数时，可得方程 $\begin{cases} a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=1.2 \\ 9a+3b+c=1.3 \end{cases}$ ，经计算可得 $\begin{cases} a=-0.05 \\ b=0.05 \\ c=1 \end{cases}$ 则函数为 $y=-0.05x^2+0.05x+1$ ，当 $x=4$ 时，$y=0.4$ 差距较大；

当函数为 $y=ab^x+c$ 时，代入可得方程 $\begin{cases} ab+c=1 \\ ab^2+c=1.2 \\ ab^3+c=1.3 \end{cases}$ 经计算可得 $\begin{cases} a=-0.8 \\ b=0.5 \\ c=1.4 \end{cases}$ ，则函数为 $y=(-0.8)(0.5)^x+1.4$ ，当 $x=4$ 时，$y=1.35$ 与 1.37 差距较小，所以选择第二个模型，即当 $x=5$ 时，$y=1.375$

答案：1.375

三. 解答题（本大题共 5 个小题，共 52 分，解答需要写出文字说明，证明过程或验算步骤）

17.已知全集 $U=R$ ，$A=\{x|-3<x<2\}$ ，$B=\{x|a-1<x<a+3\}$.

（1）当 $a=0$ 时，求 $A\cap B$，$A\cup B$；

（2）若 $B\subseteq C_U A$，求实数 a 的取值范围.

考点：集合间的基本运算以及反求参数范围

解析：（1）当 $a=0$ 时，$B=\{x|-1<x<3\}$ ，$A\cap B=\{x|-1<x<2\}$ ，$A\cup B=\{x|-3<x<3\}$.

（2）$C_U A=\{X|x\le -3$ 或 $x\ge 2\}$

若 $B=\varnothing$ ，则有 $a-1\geq a+3$，不合题意.

若 $B\neq\varnothing$ ，则满足

$\begin{cases} a-1<a+3 \\ a+3\leq -3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a-1<a+3 \\ a-1\geq 2 \end{cases}$ ，解得 $a\leq -6$ 或 $a\geq 3$，

故答案为 $a\leq -6$ 或 $a\geq 3$.

答案：（1）$A\cap B=\{x|-1<x<2\}$ ，$A\cup B=\{x|-3<x<3\}$.

（2）$a\leq -6$ 或 $a\geq 3$.

18.计算下列各式的值（每小题 5 分，共 10 分）

（1）$\pi^0+\left(\sqrt{2}\right)^{-2}-\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}-\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$　　（2）$\frac{\log_3 2\cdot\log_4 9-\lg 5}{\lg 4}$

考点：指数和对数的运算法则

解析：（1）$\pi^0+\left(\sqrt{2}\right)^{-2}-\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}-\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$

$$=1+\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}}-\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$=1+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$$

$$=-\frac{1}{2}$$

（2）$\frac{\log_3 2\cdot\log_4 9-\lg 5}{\lg 4}$

$$=\frac{\log_3 2\cdot\log_2 3-\lg 5}{\lg 4}$$

$$=\frac{1-\lg 5}{\lg 4}=\frac{\lg 2}{\lg 4}=\log_4 2=\frac{1}{2}$$

答案：（1）$-\frac{1}{2}$　　（2）$\frac{1}{2}$

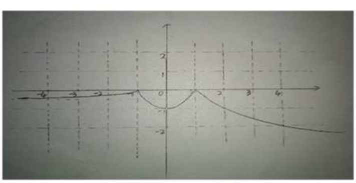
19. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-\frac{1}{2},\ x<-1,\\ x^2-1,-1\le x\le 1,\\ \log_{\frac{1}{2}}x,\ x>1.\end{cases}$

（1）在所给的平面直角坐标系中画出函数 $f(x)$ 的图象，并根据图象写出 $f(x)$ 的单调区间；

（2）若函数 $g(x)=f(x)-m$ 由四个零点，求实数 m 的取值范围。

考点：函数的图象、单调性及零点的综合应用。

解析：（1）函数 $f(x)$ 的图象如图,



由图象可得，单调递增区间为 $(-\infty,-1),(0,1)$，单调递减区间为 $(-1,0),(1,+\infty)$

（2）由题意可知，$f(x)$ 的图象与 $y=m$ 的图象有四个交点，由函数 $f(x)$ 的图象可得 m 的取值范围为 $\left(-\frac{1}{2},0\right)$

20（A）已知 $f(x)=x+\frac{k}{x}(k>0)$

（1）判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并说明理由

（2）当 $k=1$ 时，判断函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 单调性，并证明你的判断

考点：函数奇偶性的判断

解析：(1) $f(x)$ 为奇函数

理由：因为 $f(x)=x+\frac{k}{x}(k>0)$ 的定义域为 $x\neq 0$

又 $f(-x)=-x+\frac{k}{-x}=-\left(x+\frac{k}{x}\right)=-f(x)(k>0)$，所以 $f(x)$ 为奇函数

(2) $f(x)$ 在 $(0,1)$ 为单调递减

证明：任取 $x_1<x_2\in(0,1)$，$f(x_1)-f(x_2)=x_1+\frac{1}{x_1}-\left(x_2+\frac{1}{x_2}\right)=\frac{(x_1-x_2)(x_1x_2-1)}{x_1x_2}$，

因为 $x_1<x_2\in(0,1)$，所以 $x_1-x_2<0,x_1x_2-1<0,0<x_1x_2<1$，所以 $f(x_1)-f(x_2)>0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 为单调递减

（B）已知 $f(x)=x+\frac{k}{x}(k>0)$

（1）判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并说明理由

（2）判断函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调性，并证明你的判断

考点：函数奇偶性的判断

解析：(1) $f(x)$ 为奇函数

理由：因为 $f(x)=x+\frac{k}{x}(k>0)$ 的定义域为 $x\neq 0$

又 $f(-x)=-x+\frac{k}{-x}=-\left(x+\frac{k}{x}\right)=-f(x)(k>0)$，所以 $f(x)$ 为奇函数

(2) $f(x)$ 在 $(0,\sqrt{k})$ 为单调递减，在 $(\sqrt{k},+\infty)$ 单调递增

证明：任取 $x_1<x_2\in(0,+\infty)$，$f(x_1)-f(x_2)=x_1+\frac{k}{x_1}-\left(x_2+\frac{k}{x_2}\right)=\frac{(x_1-x_2)(x_1x_2-k)}{x_1x_2}$，

当 $x_1<x_2\in(0,\sqrt{k})$，所以 $x_1-x_2<0,x_1x_2-k<0,x_1x_2>0$，所以 $f(x_1)-f(x_2)>0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,\sqrt{k})$ 为单调递减

当 $x_1<x_2\in(\sqrt{k},+\infty)$，所以 $x_1-x_2<0,x_1x_2-k>0,x_1x_2>0$，所以 $f(x_1)-f(x_2)<0$，

所以 $f(x)$ 在 $(\sqrt{k},+\infty)$ 为单调递减

综上：$f(x)$ 在 $(0,\sqrt{k})$ 为单调递减，在 $(\sqrt{k},+\infty)$ 单调递增

21（A）已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R，对于任意的 x、y，都有 $f(x+y)=f(x)f(y)$，设 $x<0$ 时，$f(x)>1$ 且 $f(-1)=2$。

(1) 求 $f(0)$；

(2) 证明：对于任意的 $x\in R$，$f(x)>0$

(3) 若不等式 $f((k-1)x)>4f(3-x)$ 在 $(0,+□)$ 上恒成立，求实数 k 的取值范围

考点：抽象函数的性质

解析：(1)令 $x<0,y=0,f(x)>1$ □ $f(x+0)=f(x)=f(x)f(0)$ □ $f(0)=1$

(2)由题意当 $x<0$ 时，$f(x)>1$.

由（1）知，当 x=0 时，$f(0)=1>0$

所以下证，当$x>0$时，$f(x)>0$

$f(x+y)=f(x)\times f(y)$ $x>0,\square x<0$ $\therefore f(x)=\frac{f(0)}{f(-x)}=\frac{1}{f(-x)},0<f(x)<1$

所以$x\in R$时，$f(x)>0$

(3)$f(0)=f(1\square 1)=f(1)\times f(\square 1)\square$ $f(\square 1)=2$ $f((k+1)x)>f(\square 1)\times f(x+2)=f(x+1)$

令$x+y=x_1,x=x_2,\square\ y=x_1\square x_2$，假设$x_1>x_2$，$y>0$

$\square\ \frac{f(x+y)}{f(x)}=f(y)<1$ $f(x_1)<f(x_2)$ 故函数$f(x)$在$(0,+\square)$单调递减

$f((k\square 1)x)>4f(3\square x)$

$\therefore \frac{1}{2}f((k-1)x)>2f(3-x)$ 即$\therefore f(1)\cdot f((k-1)x)>f(-1)\cdot f(3-x)$，

$\therefore f((k-1)x+1)>f(2-x)$

$(k-1)x+1<2-x$ 化简的 $k<\frac{1}{x}$

$x\square(0,+\square)$，$\therefore k\in(-\infty,0]$

21（B）已知函数$f(x)$的定义域为R，对于任意的x,y都有$f(x+y)=f(x)f(y)$，

设$x<0$时，$f(x)>1$.

(1).求$f(0)$；

(2).证明：对于任意的$x\in R,f(x)>0$；

(3).当$f(1)=\frac{1}{2}$时，若不等式$\frac{f((k+1)x)}{f(x+2)}>2$在$(0,+\infty)$上恒成立，求实数 k 的取值范围

考点：抽象函数的性质

解析：(1)令$x<0,y=0,f(x)>1$ $f(x+0)=f(x)=f(x)f(0)\square$ $f(0)=1$

(2)由题意当$x<0$时，$f(x)>1$.

由（1）知，当 x=0 时，$f(0)=1>0$

所以下证，当$x>0$时，$f(x)>0$

$f(x+y)=f(x)\times f(y)$ $x>0,\square x<0$ $\square\ f(x)=\frac{f(0)}{f(\square x)}=\frac{1}{f(\square x)}>0$

(3)$f(0)=f(1\square 1)=f(1)\times f(\square 1)\square$ $f(\square 1)=2$ $f((k+1)x)>f(\square 1)\times f(x+2)=f(x+1)$

令$x+y=x_1,x=x_2,\square\ y=x_1\square x_2$，假设$x_1>x_2$，$y>0$

$\square\ \frac{f(x+y)}{f(x)}=f(y)<1$ $f(x_1)<f(x_2)$ 故函数$f(x)$在$(0,+\square)$单调递减

$(k-1)x+1<2-x$ 化简的 $k<\frac{1}{x}$

$x\square(0,+\square)$，$\therefore k\in(-\infty,0]$