



## 太原市 2016-2017 学年第一学期高二年级期末考试

### 数学试卷 (理科)

(考试时间: 上午 8:00-9:30)

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

1. 命题“若  $x > 2$ , 则  $x > 1$ ”的逆否命题为 ( )

- A. 若  $x < 2$ , 则  $x < 1$                       B. 若  $x \leq 2$ , 则  $x \leq 1$   
C. 若  $x \leq 1$ , 则  $x \leq 2$                       D. 若  $x < 1$ , 则  $x < 2$

2. 抛物线  $y^2 = 8x$  的准线方程为 ( )

- A.  $x = 2$                       B.  $x = -2$                       C.  $y = -2$                       D.  $y = 2$

3. 已知空间向量  $\vec{a} = (0, 1, 1)$ ,  $\vec{b} = (-1, 0, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{3}$                       B.  $\frac{\pi}{4}$                       C.  $\frac{\pi}{6}$                       D.  $\frac{\pi}{2}$

4. 焦点在  $x$  轴上, 且渐近线方程为  $y = \pm 2x$  的双曲线方程是 ( )

- A.  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$                       B.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$   
C.  $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$                       D.  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$

5. 已知直线  $a, b$  和平面  $\alpha$ , 且  $b \subset \alpha$ , 那么“ $a \parallel b$ ”是“ $a \parallel \alpha$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件

6. 已知椭圆  $C$  经过点  $(1, 0)$ ,  $(0, 2)$ , 则椭圆  $C$  的标准方程为 ( )

- A.  $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$                       B.  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$   
C.  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$                       D.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

7. 已知椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 2)$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 直线  $l$  过  $F_2$  且与椭圆交于不同的

的两点  $A, B$ , 那么  $\triangle ABF_1$  的周长为 ( )

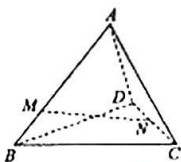


- A. 是定值 4  
B. 是定值 8  
C. 不是定值, 与直线  $l$  的倾斜角有关  
D. 不是定值, 与  $b$  的取值大小有关

8. 如图, 在四面体  $ABCD$  中,  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$ , 点  $M$  在  $AB$  上, 且  $AM = \frac{2}{3}AB$ ,

点  $N$  为  $CD$  的中点, 则  $\overrightarrow{MN} = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$     B.  $-\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$     C.  $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$     D.  $-\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$



9. 对于双曲线  $C_1: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  和  $C_2: \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ , 给出下列四个结论:

(1) 离心率相等; (2) 渐近线相同; (3) 没有公共交点; (4) 焦距相等. 其中正确结论为 ( )

- A. (1) (2) (4)    B. (1) (3) (4)    C. (2) (3) (4)    D. (2) (4)

10. 已知  $\overrightarrow{OA} = (1, 2, 3), \overrightarrow{OB} = (2, 1, 2), \overrightarrow{OP} = (1, 1, 2)$ , 点  $Q$  在  $OP$  上, 那么当  $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB}$  取得最小值时, 点  $Q$  的坐标为 ( )

- A.  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3})$     B.  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{3})$     C.  $(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{8}{3})$     D.  $(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3})$

11. 若圆  $C$  与圆  $x^2 + y^2 = 1$  内切, 与圆  $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$  外切, 则圆  $C$  的圆心在 ( )

- A. 一个椭圆上    B. 双曲线的一支上  
C. 一条抛物线上    D. 一个圆上

12. 已知  $p: " \forall x \in [1, 2], x^2 - a \geq 0 "$ ,  $q: " \exists x \in R, \text{使得 } x^2 + 2ax + 2 - a = 0 "$ , 那么命题 " $p \wedge q$ " 为真命题的充要条件为

- A.  $a \leq -2$  或  $a = 1$     B.  $a \leq -2$  或  $1 \leq a \leq 2$     C.  $a \geq 1$     D.  $-2 \leq a \leq 1$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

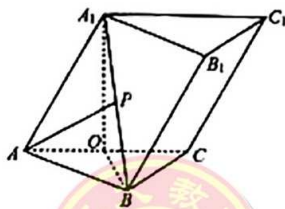
13. 双曲线  $x^2 - y^2 = 1$  的离心率为 \_\_\_\_\_.



14. 命题“若 $|x| \neq 3$ , 则 $x \neq 3$ ”的真假为\_\_\_\_\_(填“真”或“假”)

15. 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的焦点为 $F_1, F_2$ , 点 $P$ 在椭圆上, 若 $|PF_1| = 4$ , 则 $\angle F_1PF_2 =$ \_\_\_\_\_.

16. 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 点 $A_1$ 在平面 $ABC$ 内的射影 $O$ 为 $AC$ 的中点,  $A_1O = 2, AB \perp BC, AB = BC = \sqrt{2}$ , 点 $P$ 在线段 $A_1B$ 上, 且 $\cos \angle PAO = \frac{2}{3}$ , 则直线 $AP$ 与平面 $A_1AC$ 所成角的正弦值为\_\_\_\_\_.



### 三、解答题 (本大题共 5 小题, 共 48 分)

17. (本小题满分 8 分)

已知命题:  $p: \forall x \in \mathbb{R}, |x| - x \geq 0$ ;  $q$ : 关于 $x$ 的方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有实数根.

(1) 写出命题 $p$ 的否定, 并判断命题 $p$ 的否定的真假;

(2) 若命题“ $p \wedge q$ ”为假命题, 求实数 $m$ 的取值范围.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记  
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信信号: tygdedu

官方网址: www.tygdedu.cn



18. (本小题满分 10 分)

已知空间四点  $A(2,0,0)$ ,  $B(0,2,1)$ ,  $C(1,1,1)$ ,  $D(-1,m,n)$

(1) 若  $AB \parallel CD$ , 求实数  $m, n$  的值

(2) 若  $m+n=1$ , 且直线  $AB$  和  $CD$  所成角的余弦值为  $\frac{1}{3}$ , 求实数  $m$  的值

19. (本小题满分 10 分)

已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  上一点  $M(1, y)$  到焦点  $F$  的距离是  $\frac{17}{16}$

(1) 求  $p$  的值;

(2) 若圆  $(x-a)^2 + y^2 = 1$  与抛物线  $C$  有四个不同的公共点, 求实数  $a$  的取值范围.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记  
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信信号: tygdedu

官方网址: www.tygdedu.cn



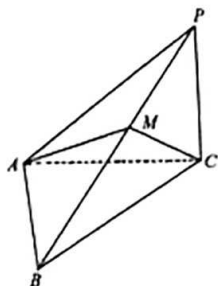
20. (A) 如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PC \perp$  平面  $ABC$ ,

$\angle ACB = 45^\circ$ ,  $BC = 2\sqrt{2}$ ,  $AB = 2$ .

(1) 求  $AC$  的长;

(2) 若  $PC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ , 点  $M$  在侧棱  $PB$  上, 且  $\overrightarrow{BM} = \lambda \overrightarrow{MP}$ , 当

$\lambda$  为何值时, 二面角  $B-AC-M$  的大小为  $30^\circ$ .



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

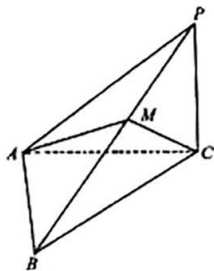


(B) 如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PC \perp$  平面  $ABC$ ,  
 $\angle APB = 30^\circ$ ,  $\angle ACB = 45^\circ$ ,  $BC = 2\sqrt{2}$ ,  $PA \perp AB$ .

(1) 求  $PC$  的长;

(2) 若点  $M$  在侧棱  $PB$  上, 且  $\overline{BM} = \lambda \overline{MP}$ , 当  $\lambda$  为何值时,

二面角  $B-AC-M$  的大小为  $30^\circ$ .



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

21.(A). 已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率  $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 右焦点为  $F$ , 椭圆与  $y$  轴的正半轴交于点  $B$ , 且  $|BF| = \sqrt{2}$ .

(1) 求椭圆  $E$  的方程;

(2) 若斜率为 1 的直线经过点  $(1, 0)$ , 与椭圆  $E$  相交于两个不同两点  $M, N$ . 在椭圆  $E$  上

是否存在点  $P$ , 使得  $\triangle PMN$  的面积为  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ , 请说明理由.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记  
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信号: tygdedu

官方网址: www.tygdedu.cn



(B) 已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 过焦点且垂直于  $x$  轴的直线被椭圆  $E$  截得的线段长为  $\sqrt{2}$ .

(1) 求椭圆  $E$  的方程;

(2) 斜率为  $k$  的直线  $l$  经过原点  $O$ , 与椭圆  $E$  相交于不同两点  $M, N$ , 判断并说明在椭圆

$E$  上是否存在点  $P$ , 使得  $\triangle PMN$  的面积为  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .