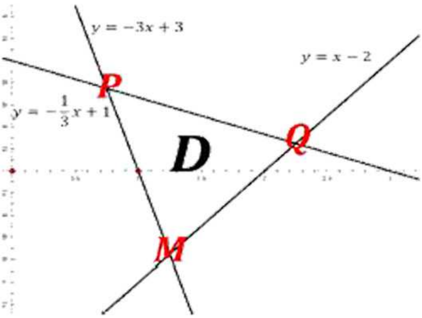
解析：



由题意可得，命题“$\forall(x_0,y_0)\in D, z\le m$”为真命题，如图所示，作出平面区域 D，

由 $z=3x-2y$ 可得，当直线 $y=\frac{3}{2}x-\frac{z}{2}$ 过点 $Q\left(\frac{9}{4},\frac{1}{4}\right)$ 时，z 有最大值，则 m 的最小值为 $\frac{25}{4}$

16.已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=2a_n-2^n+1\left(n\in N^*\right)$，则其通项公式 $a_n=$______.

答案：$n\cdot 2^{n-1}$

考点：数列的转化与变形求通项公式

解析：①$n=1$ 时，$a_1=2a_1-2+1$，则 $a_1=1$；

②$n\ge 2$ 时，$S_{n-1}=2a_{n-1}-2^{n-1}+1$，$S_n-S_{n-1}=2a_n-2^n+1-(2a_{n-1}-2^{n-1}+1)$，则可得

$a_n=2a_{n-1}+2^{n-1}$，即 $\frac{a_n}{2^n}=\frac{a_{n-1}}{2^{n-1}}+\frac{1}{2}$，$\frac{a_n}{2^n}=1+(n-2)\cdot\frac{1}{2}$，所以 $a_n=n\cdot 2^{n-1}$

由①②可得，通项公式 $a_n=n\cdot 2^{n-1}$

三、解答题（解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1 的单调递增等比数列，且满足 a_3，$\frac{5}{3}a_4$，a_5 成等差数列.

(Ⅰ)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(Ⅱ)若 $b_n=\log_3 a_{n+1}\left(n\in N^*\right)$，求数列 $\{a_n\cdot b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

考点：等比数列与等差数列

解析：

（Ⅰ）设$\{a_n\}$的公比为q，由题意可得$\frac{5}{3}q^3=\frac{q^2+q^4}{2}$，解得$q_1=\frac{1}{3},q_2=3$，因为数列$\{a_n\}$是首项为1的单调递增等比数列,所以$q=3,a_n=3^{n-1}$

（Ⅱ）由题意可得，$b_n=\log_3 3^n=n$，则$a_n\cdot b_n=n\cdot 3^{n-1}$

$S_n=1\cdot 3^0+2\cdot 3^1+3\cdot 3^2+\cdots+(n-1)\cdot 3^{n-2}+n\cdot 3^{n-1}$

$3S_n=\quad 1\cdot 3^1+2\cdot 3^2+\cdots+(n-2)\cdot 3^{n-2}+(n-1)\cdot 3^{n-1}+n\cdot 3^n$

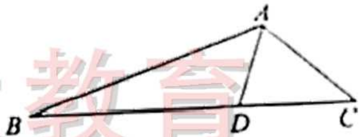
则$-2S_n=1+3^1+3^2+\cdots+3^{n-1}-n\cdot 3^n$，则$S_n=\frac{1}{4}+\frac{2n-1}{4}\cdot 3^n$，$n\in N^*$

18.（本小题满分12分）

如图，已知AD是ΔABC内角$\angle BAC$的角平分线.

（1）用正弦定理证明：$\frac{AB}{AC}=\frac{DB}{DC}$；

（2）若$\angle BAC=120^\circ$，$AB=2,AC=1$，求AD的长.



考点：正余弦定理

解析：(1) $\because AD$是$\angle BAC$的角平分线，$\therefore \angle BAD=\angle CAD$

根据正弦定理，在ΔABD中，$\frac{\sin\angle BAD}{BD}=\frac{\sin\angle ADB}{BA}$

在ΔADC中，$\frac{\sin\angle DAC}{DC}=\frac{\sin\angle ADC}{AC}$

$\because \sin\angle ADB=\sin(\pi-\angle ADC)=\sin\angle ADC$

$\therefore \frac{\sin\angle BAD}{\sin\angle ADB}=\frac{DB}{AB}$，$\frac{\sin\angle DAC}{\sin\angle ADC}=\frac{DC}{AC}$，$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{DB}{DC}$

（2）根据余弦定理，$\cos\angle BAC=\frac{BA^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}$，即

$\cos 120^\circ=\frac{2^2+1^2-BC^2}{2\times 2\times 1}$，$BC=\sqrt{7}$

$\because \frac{AB}{AC}=\frac{DB}{DC}$，$\therefore \frac{DB}{DC}=\frac{2}{1}$，$CD=\frac{\sqrt{7}}{3}$，$BD=\frac{2\sqrt{7}}{3}$

设$AD=x$,则在ΔABD与ΔADC中，根据余弦定理

$$\cos 60^\circ=\frac{1+x^2-(\frac{\sqrt{7}}{3})^2}{2\cdot x\cdot 1},\cos 60^\circ=\frac{2^2+x^2-(\frac{2\sqrt{7}}{3})^2}{2\cdot x\cdot\frac{2\sqrt{7}}{3}}$$

解得 $x=\frac{2}{3}$，因此 $AD=\frac{2}{3}$

19.（本小题满分 12 分）

甲乙两人玩一种游戏，游戏规则如下：先将筹码放在如下表的正中间 D 处，投掷一枚质地均匀的硬币，若正面朝上，筹码向右移动一格；若反面朝上，筹码向左移动一格.

A	B	C	D	E	F	G

（Ⅰ）将硬币连续投掷三次，求筹码停在 C 处的概率.

（Ⅱ）将硬币连续投掷三次，现约定：若筹码停在 A 或 B 或 C 或 D 处，则甲赢；否则，乙赢. 问该约定对乙公平吗？请说明理由.

考点：游戏公平性；列表法或树状图法

解析：（Ⅰ）将硬币连续投掷三次，共有以下 8 种情况.

$D\to C\to B\to A; D\to C\to B\to C; D\to C\to D\to E; D\to C\to D\to C;$

$D\to E\to F\to G; D\to E\to F\to E; D\to E\to D\to E; D\to E\to D\to C.$

则筹码停在 C 处的概率 $P=\frac{3}{8}$.

（Ⅱ）该约定对乙公平.

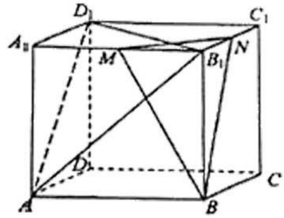
筹码停在 A 或 B 或 C 或 D 处有 4 种情况，即筹码停在 A 或 B 或 C 或 D 处的概率为 $P=\frac{1}{2}$.

所以，该约定对乙公平.

20.（本小题满分 12 分）

如图，在六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，平面 $ABCD$ // 平面 $A_1B_1C_1D_1$，DD_1 // 平面 A_1B_1BA，DD_1 // 平面 B_1BCC_1.

（Ⅰ）证明：DD_1 // BB_1；



（II）已知六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长均为 2，

且 $BB_1\perp$ 平面 $ABCD$, $\angle BAD=60^{\circ}$. M , N 分别为

棱 A_1B_1 ，B_1C_1 的中点，求四面体 $D-MNB$ 的体积.

考点：立体几何平行证明；体积计算

解析：

（1）由 $DD_1//$ 平面 A_1B_1BA ，且 $DD_1\subseteq$ 平面 DD_1B_1B ，平面 $A_1B_1BA\cap$ 平面 $DD_1B_1B=BB_1$

故 $DD_1//BB_1$

（2）连接 AC, BD 交于点 O ，取 OB 的中点为 E ，连接 EM, EN

又 $DB\perp MN$, $DB\perp BB_1$，且 $BB_1//$ 平面 EMN ，故 $DB\perp$ 平面 EMN

又 $S_{\Delta EMN}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 2=\sqrt{3}$, $DE=\frac{3}{2}$, $BE=\frac{1}{2}$

故 $V_{D-MNB}=V_{D-MNE}+V_{B-MNE}=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{3}{2}+\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{x}{e^x}-ax\ln x(a\in R)$ 在 $x=1$ 处的切线的斜率 $k=-1$

（1）求 a 的值；

（2）证明：$f(x)<\frac{2}{e}$；

（3）若正实数 m,n 满足 $mn=1$，证明：$\frac{1}{e^m}+\frac{1}{e^n}<2(m+n)$.

解析：（1） $f'(x)=\frac{1-x}{e^x}-a\ln x-a$

$f'(1)=-a=-1$

$\therefore a=1$

（2） $f(x)=\frac{x}{e^x}-x\ln x<\frac{2}{e}$，即 $\frac{x}{e^x}-\frac{2}{e}<x\ln x$

令 $g(x)=\frac{x}{e^x}-\frac{2}{e}$，则 $g'(x)=\frac{1-x}{e^x}$

因此，$g(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递增；$(1,+\infty)$ 单调递减

$g(x)$ 最大值为 $g(1)=-\frac{1}{e}$，当且仅当 $x=1$ 时等号成立

又令 $h(x)=x\ln x$，则 $h'(x)=\ln x+1$

因此，$h(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 单调递减；$\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ 单调递增.

$h(x)$ 最小值为 $h\left(\frac{1}{e}\right)=-\frac{1}{e}$，当且仅当 $x=\frac{1}{e}$ 时等号成立

因此，$\frac{x}{e^x}-\frac{2}{e}<x\ln x$，即 $f(x)<\frac{2}{e}$

（3）由（2）得，$\frac{m}{e^m}-m\ln m<\frac{2}{e}$，即 $\frac{1}{e^m}-\ln m<\frac{2}{me}$

两边同乘以 e，得：$\frac{1}{e^{m-1}}-e\ln m<\frac{2}{m}$ ---------①

同理：$\frac{1}{e^{n-1}}-e\ln n<\frac{2}{n}$ ---------②

①+②，得：$\frac{1}{e^{m-1}}+\frac{1}{e^{n-1}}<e(\ln m+\ln n)+2(\frac{1}{m}+\frac{1}{n})=2\frac{m+n}{mn}=2(m+n)$

原式得证.

22.（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

已知平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(1,0)$，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\varphi\\y=\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$ 为参数）.
以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，倾斜角为 α 的直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin(\alpha-\theta)=\sin\alpha$.

（1）求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

（2）若曲线 C 与直线 l 交于 M,N 两点，且 $\left|\frac{1}{|PM|}-\frac{1}{|PN|}\right|=\frac{1}{3}$，求的值.

考点：坐标系与参数方程

解析：（1）曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\varphi\\y=\sin\varphi\end{cases}$，由 $\cos^2\varphi+\sin^2\varphi=1\Rightarrow\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

l 的极坐标方程为 $\rho\sin(\alpha-\theta)=\sin\alpha$

$\rho\sin\alpha\cdot\cos\theta-\rho\cos\alpha\cdot\sin\theta=\sin\alpha$

$(x-1)\cdot\sin\alpha=y\cdot\cos\alpha$

$(x-1)\cdot\tan\alpha=y$

$y=x\cdot\tan\alpha-\tan\alpha$

所以直线l的直角坐标方程为$y=x\cdot\tan\alpha-\tan\alpha$.

（2）直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cdot\cos\alpha\\y=t\cdot\sin\alpha\end{cases}$代入$C$可得

$$(3\sin^2\alpha+1)\cdot t^2+2\cos\alpha\cdot t-3=0\Rightarrow\begin{cases}t_1+t_2=-\dfrac{2\cos\alpha}{3\sin^2\alpha+1}\\t_1\cdot t_2=-\dfrac{3}{3\sin^2\alpha+1}\end{cases},$$

由$\left|\dfrac{1}{|PM|}-\dfrac{1}{|PN|}\right|=\dfrac{1}{3}$可得$\left|\dfrac{|PM|-|PN|}{|PM|\cdot|PN|}\right|=\dfrac{1}{3}\Rightarrow\dfrac{|t_1+t_2|}{|t_1\cdot t_2|}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow3|t_1+t_2|=|t_1\cdot t_2|$

即$\left|\dfrac{-6\cos\alpha}{3\sin^2\alpha+1}\right|=\left|\dfrac{-3}{3\sin^2\alpha+1}\right|\Rightarrow|\cos\alpha|=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\alpha=60^\circ$或$\alpha=120^\circ$.

23.（本小题满分10分）选修4—5：不等式选讲

已知实数a，b，c均大于0.

（1）求证：$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac}\le a+b+c$；

（2）若$a+b+c=1$，求证：$\dfrac{2ab}{a+b}+\dfrac{2bc}{b+c}+\dfrac{2ca}{c+a}\le1$.

考点：基本不等式的应用，简单的推理能力

解析：

（1）$\because a,b,c>0$，由基本不等式，得：$a+b\ge2\sqrt{ab}$，$b+c\ge2\sqrt{bc}$，$c+a\ge2\sqrt{ca}$，

以上三式相加，得：$2(a+b+c)\ge2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca})$

即$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}\le a+b+c$，原式得证.

（2）$\because a+b\ge2\sqrt{ab}$，$b+c\ge2\sqrt{bc}$，$c+a\ge2\sqrt{ca}$

$$\therefore\frac{2ab}{a+b}+\frac{2bc}{b+c}+\frac{2ca}{c+a}\le\frac{2ab}{2\sqrt{ab}}+\frac{2bc}{2\sqrt{bc}}+\frac{2ca}{2\sqrt{ca}}$$

$$=\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$$

由（1），得 $\le a+b+c=1$，原式得证.