太原市 2016-2017 学年第一学期高三年级期末考试

数学试卷（文科）

一 填空题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

1.已知 $A=\{0,1\}$，$B=\{x|-1\le x\le 2\}$，则 $A\cap B=$（　）

A. $\{0,1\}$　　B. $\{-1,0,1\}$　　C. $[-1,1]$　　D. $\{1\}$

答案：A

考点：集合的运算

解析：$A\cap B=\{0,1\}$，故选 A.

2.设复数 $z=\dfrac{2i}{1+i}$ 的共轭复数是（　）

A. $-1-i$　　B. $1-i$　　C. $-1+i$　　D. $1+i$

答案：B

考点：共轭复数

解析：$z=\dfrac{2i}{1+i}=\dfrac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{2i+2}{2}=1+i$，所以其共轭复数 $\bar{z}=1-i$，故选 B.

3.给出下列命题：

①若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，S_n 为其前 n 项和，则 S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$ 是等差数列；

②若数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，S_n 为其前 n 项和，则 S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$ 是等比数列；

③若数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 均为等差数列，则数列 $\{a_n+b_n\}$ 为等差数列；

④若数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 均为等比数列，则数列 $\{a_nb_n\}$ 为等比数列.

其中真命题的个数为（　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

答案：C

考点：等差、等比数列

解析：①由 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，得 $S_{2n}-S_n=a_{n+1}+a_{n+2}+\cdots+a_{2n}$，

$S_{3n}-S_{2n}=a_{2n+1}+a_{2n+2}+\cdots+a_{3n}$，则 S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$ 是首项为 S_n，公差为 n^2d 的

等差数列；

②若数列为摆动数列$\{-1,1,-1,1\cdots\}$时，S_n可能为0，不构成等比数列；

③设$a_n=a_1+(n-1)d_1$，$b_n=b_1+(n-1)d_2$，则$a_n+b_n=(a_1+b_1)+(n-1)(d_1+d_2)$，故数列$\{a_n+b_n\}$是首项为$a_1+b_1$，公差为$d_1+d_2$的等差数列；

④设$a_n=a_1\cdot q_1^{n-1}$，$b_n=b_1\cdot q_2^{n-1}$，则$a_nb_n=(a_1b_1)(q_1q_2)^{n-1}$，故数列$\{a_n\cdot b_n\}$是首项为$a_1b_1$，公比为$q_1q_2$的等比数列.故①③④正确，选C.

4.设m,n为两条不同的直线，α为平面，则下列结论正确的是（　　）

A.$m\perp n,m//\alpha\Rightarrow n\perp\alpha$　　　　B.$m\perp n,m\perp\alpha\Rightarrow n//\alpha$

C.$m//n,m//\alpha\Rightarrow n//\alpha$　　　　D.$m//n,m\perp\alpha\Rightarrow n\perp\alpha$

答案：D

考点：线面、面面垂直与平行

解析：A选项可以是同一平面内两条垂直直线，此时有$n//\alpha$，B、C选项中直线都有可能落在α或β面上，所以排除，故选D.

5.已知$\sin\alpha=-\sqrt{3}\cos\alpha$，则$\tan 2\alpha=$（　　）

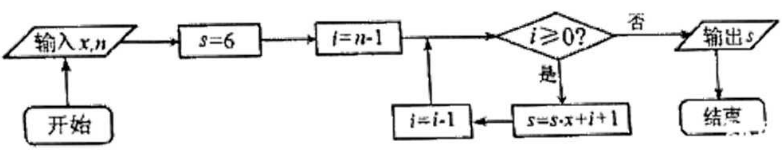
A.$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　B.$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　C.$\sqrt{3}$　　　　D.$-\sqrt{3}$

答案：C

考点：同角三角关系及正切倍角公式的应用

解析：由已知得$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\sqrt{3}$，且$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\sqrt{3}$，故选C

6.执行如图所示的程序框图，输入$x=-1,n=5$，则输出$s=$（　　）



A. -2　　B. -3　　C. 4　　D. 3

答案：B

考点：程序框图

解析：$i=4$ 时，$s=-1$；$i=3$ 时，$s=5$；$i=2$ 时，$s=-2$；$i=1$ 时，$s=4$；$i=0$ 时，$s=-3$；退出循环，故选 B.

7.如图是一个棱锥的正视图和侧视图，则该棱锥的俯视图可能是（　）

正视图　　侧视图

A　　B　　C　　D

答案：C

考点：空间几何体三视图

解析：由其正视图和俯视图可知，其底面在下方，若底面为直角三角形的斜三棱锥，其俯视图为 C.

8.将函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\sin^2 x$ 图像上点的纵坐标不变，横坐标变为原来的 2 倍，再沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得到函数 $y=g(x)$ 的图像，则 $y=g(x)$ 的一条对称轴是（　）

A. $x=-\frac{\pi}{6}$　　B. $x=-\frac{\pi}{4}$　　C. $x=\frac{\pi}{3}$　　D. $x=\frac{\pi}{2}$

答案：A

考点：三角恒等变换以及三角函数的图象与性质

解析：$f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\sin^2 x=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}=\sin(2x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$

纵坐标不变，横坐标变为原来的 2 倍，$\sin(2x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$ 变为 $\sin(x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$，沿 x 轴向右

平移$\frac{\pi}{6}$个单位，变为$\sin(x-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}=\sin(x-\frac{\pi}{3})+\frac{1}{2}$.所以$y=g(x)=\sin(x-\frac{\pi}{3})+\frac{1}{2}$.

令$x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in Z)$，解得$x=\frac{5\pi}{6}+k\pi(k\in Z)$，取$k=-1$可得$x=-\frac{\pi}{6}$，故选A.

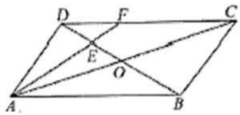
9.在平行四边形$ABCD$中，AC与BD交于点O，E是线段OD的中点，AE的延长线与CD相交于点F，则$\overrightarrow{AF}=$（ ）

A. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BD}$

D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$



答案：D

考点：平面向量

解析：在平行四边形$ABCD$中，满足$\frac{DE}{EB}=\frac{DF}{AB}=\frac{1}{3}$，又因为$AB=CD$可得$\frac{DF}{DC}=\frac{1}{3}$，

所以$\overrightarrow{DF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$；$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$，所以$\overrightarrow{DF}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BD}$；

又$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$；

所以$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$.故选D.

10.甲乙两位同学约定周日早上8:00-8:30在学校门口见面，已知他们到达学校的时间是随机的，则甲要等乙至少10分钟才能见面的概率为

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{9}$　　D. $\frac{7}{9}$

答案：C

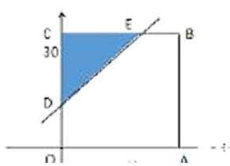
考点：几何概型

解析：从早上8:00开始计时，设甲经过x分钟到达，乙经过y分钟到达，则x，y满足

$\begin{cases}0\le x\le 30\\0\le y\le 30\end{cases}$，如图$OABC$，

若甲要等乙至少10分钟才能见面，则x,y满足$y-x\ge 10$，

则该不等式对应的平面区域是图中CDE，



$\because S_{OABC}=30\times 30=900$

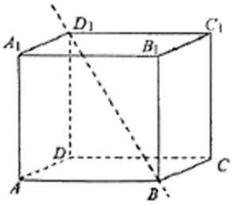
$S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}\times 20\times 20=200$

因此，甲要等乙至少 10 分钟才能见面的概率 $P=\frac{200}{900}=\frac{2}{9}$.

故选 C.

11.如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 绕其体对角线 BD_1 旋转 θ 之后与其自身重合，则 θ 的值可以是（　）

A. $\frac{5\pi}{6}$　　B. $\frac{3\pi}{4}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{3\pi}{5}$



答案：C

考点：空间旋转体

解析：如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，对角线 BD_1 垂直于平面 AB_1C，且三角形 AB_1C 为等边三角形，由此可知，正方体绕体对角线旋转 120° 能与原正方体重合.

12.已知 $f(x)=\begin{cases}e^x+ax, x>0\\ \frac{1}{e^x}-ax, x<0\end{cases}$，若函数 $f(x)$ 有四个零点，则实数 a 的取值范围为（　）

A. $\left(-\infty,-\frac{1}{e}\right)$　　B. $(-\infty,-e)$　　C. $(e,+\infty)$　　D. $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$

答案：B

考点：分段函数；函数零点

解析：由于函数 $f(x)$ 是偶函数，可知要使 $f(x)$ 有四个零点，只需要 $e^x+ax=0$ 有两个正根，而 $e^x+ax=0$ 有两个正根等价于 $-\frac{e^x}{x}=a$ 有两个正根，可设 $g(x)=-\frac{e^x}{x}$

$g'(x)=-\frac{e^x x-e^x}{x^2}=-\frac{e^x(x-1)}{x^2}$

令$g'(x)>0$，得$x\in(1,+\infty)$，可知$g(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减.

令$g'(x)<0$，得$x\in(0,1)$，可知$g(x)$在$(0,1)$上单调递增.

可知$g(x)$在$x=1$时取到最小值$g(1)=-e$.

所以要使$-\dfrac{e^x}{x}=a$有两个正根，也就是要$y=-\dfrac{e^x}{x}$和$y=a$有两个交点.

故$x\in(-\infty,-e)$

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

13. 数据 0.7，1，0.8，0.9，1.1 的方差是________.

答案：0.02

考点：方差的计算

解析：这组数据的平均数为 0.9，

$s^2=\dfrac{1}{5}[(0.7-0.9)^2+(1-0.9)^2+(0.8-0.9)^2+(0.9-0.9)^2+(1.1-0.9)^2]=0.02$.

14. 已知向量$\vec{a}=(1,-1),\vec{b}=(1,2)$，则$\vec{b}-\vec{a}$与$\vec{a}+2\vec{b}$的夹角为________.

答案：$\dfrac{\pi}{4}$

考点：向量的运算

解析：因为$\vec{b}-\vec{a}=(0,3)$，$\vec{a}+2\vec{b}=(3,3)$，设$\vec{b}-\vec{a}$与$\vec{a}+2\vec{b}$的夹角为θ，则

$\cos\theta=\dfrac{(\vec{b}-\vec{a})(\vec{a}+2\vec{b})}{|\vec{b}-\vec{a}||\vec{a}+2\vec{b}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，因此$\vec{b}-\vec{a}$与$\vec{a}+2\vec{b}$的夹角为$\dfrac{\pi}{4}$

15. 已知平面区域$D=\left\{(x,y)\left|\begin{cases}3x+y\ge 3\\ x-y\le 2\\ x+3y\le 3\end{cases}\right.\right\}$，$z=3x-2y$，若命题“$\exists(x_0,y_0)\in D,z>m$”为假命题，则实数$m$的最小值为________.

答案：$\dfrac{25}{4}$

考点：线性规划与命题综合