



太原市 2016-2017 学年第一学期高三年级期末考试

数学试卷 (文科)

一 填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分)

1. 已知 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cap B = ()$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $[-1, 1]$ D. $\{1\}$

2. 设复数 $z = \frac{2i}{1+i}$ 的共轭复数是 $()$

- A. $-1-i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $1+i$

3. 给出下列命题:

- ① 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, S_n 为其前 n 项和, 则 S_n , $S_{2n} - S_n$, $S_{3n} - S_{2n}$ 是等差数列;
- ② 若数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, S_n 为其前 n 项和, 则 S_n , $S_{2n} - S_n$, $S_{3n} - S_{2n}$ 是等比数列;
- ③ 若数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 均为等差数列, 则数列 $\{a_n + b_n\}$ 为等差数列;
- ④ 若数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 均为等比数列, 则数列 $\{a_n b_n\}$ 为等比数列.

其中真命题的个数为 $()$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

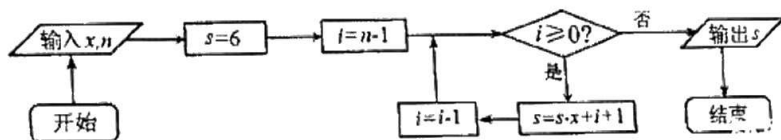
4. 设 m, n 为两条不同的直线, α 为平面, 则下列结论正确的是 $()$

- A. $m \perp n, m \parallel \alpha \Rightarrow n \perp \alpha$ B. $m \perp n, m \perp \alpha \Rightarrow n \parallel \alpha$
C. $m \parallel n, m \parallel \alpha \Rightarrow n \parallel \alpha$ D. $m \parallel n, m \perp \alpha \Rightarrow n \perp \alpha$

5. 已知 $\sin \alpha = -\sqrt{3} \cos \alpha$, 则 $\tan 2\alpha = ()$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

6. 执行如图所示的程序框图, 输入 $x = -1, n = 5$, 则输出 $s = ()$





- A. -2 B. -3 C. 4 D. 3

7. 如图是一个棱锥的正视图和侧视图, 则该棱锥的俯视图可能是 ()



正视图

侧视图



A

B

C

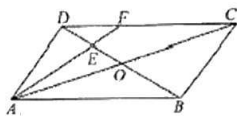
D

8. 将函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin x \cos x + \sin^2 x$ 图像上点的纵坐标不变, 横坐标变为原来的 2 倍, 再沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 得到函数 $y = g(x)$ 的图像, 则 $y = g(x)$ 的一条对称轴是 ()

- A. $x = -\frac{\pi}{6}$ B. $x = -\frac{\pi}{4}$ C. $x = \frac{\pi}{3}$ D. $x = \frac{\pi}{2}$

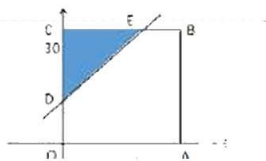
9. 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 O , E 是线段 OD 的中点, AE 的延长线与 CD 相交于点 F , 则 $\overrightarrow{AF} =$ ()

- A. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$
C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BD}$
D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$



10. 甲乙两位同学约定周日早上 8:00-8:30 在学校门口见面, 已知他们到达学校的时间是随机的, 则甲要等乙至少 10 分钟才能见面的概率为

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{7}{9}$





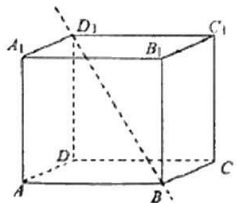
11. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 绕其体对角线 BD_1 旋转 θ 之后与其自身重合, 则 θ 的值可以是 ()

A. $\frac{5\pi}{6}$

B. $\frac{3\pi}{4}$

C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{3\pi}{5}$



12. 已知 $f(x) = \begin{cases} e^x + ax, & x > 0 \\ \frac{1}{e^x} - ax, & x < 0 \end{cases}$, 若函数 $f(x)$ 有四个零点, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $(-\infty, -\frac{1}{e})$

B. $(-\infty, -e)$

C. $(e, +\infty)$

D. $(\frac{1}{e}, +\infty)$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 数据 0.7, 1, 0.8, 0.9, 1.1 的方差是_____.

14. 已知向量 $a = (1, -1)$, $b = (1, 2)$, 则 $b - a$ 与 $a + 2b$ 的夹角为_____.

15. 已知平面区域 $D = \{(x, y) \mid \begin{cases} 3x + y \geq 3 \\ x - y \leq 2 \\ x + 3y \leq 3 \end{cases}\}$, $z = 3x - 2y$. 若命题 " $\exists (x_0, y_0) \in D, z > m$ " 为

假命题, 则实数 m 的最小值为_____.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2a_n - 2^n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$, 则其通项公式 $a_n =$ _____.

三、解答题 (解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1 的单调递增等比数列, 且满足 $a_3, \frac{5}{3}a_4, a_5$ 成等差数列.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

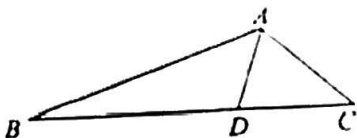
(II) 若 $b_n = \log_3 a_{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$, 求数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (本小题满分 12 分)

如图, 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 内角 $\angle BAC$ 的角平分线.

(1) 用正弦定理证明: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}$;

(2) 若 $\angle BAC = 120^\circ$, $AB = 2, AC = 1$, 求 AD 的长.





19. (本小题满分 12 分)

甲乙两人玩一种游戏, 游戏规则如下: 先将筹码放在如下表的正中间 D 处, 投掷一枚质地均匀的硬币, 若正面朝上, 筹码向右移动一格; 若反面朝上, 筹码向左移动一格.

A	B	C	D	E	F	G
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

(I) 将硬币连续投掷三次, 求筹码停在 C 处的概率.

(II) 将硬币连续投掷三次, 现约定: 若筹码停在 A 或 B 或 C 或 D 处, 则甲赢; 否则, 乙赢. 问该约定对乙公平吗? 请说明理由.

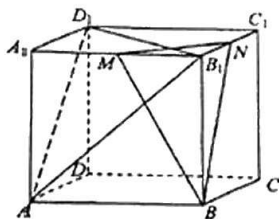


20. (本小题满分 12 分)

如图, 在六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 平面 $ABCD \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$, $DD_1 \parallel$ 平面 A_1B_1BA .

$DD_1 \parallel$ 平面 B_1BCC_1 .

(I) 证明: $DD_1 \parallel BB_1$;





工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信号: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



(II) 已知六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长均为 2,
且 $BB_1 \perp$ 平面 $ABCD$, $\angle BAD = 60^\circ$, M, N 分别为
棱 A_1B_1 , B_1C_1 的中点, 求四面体 $D-MNB$ 的体积.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x}{e^x} - ax \ln x$ ($a \in \mathbb{R}$) 在 $x=1$ 处的切线的斜率 $k = -1$

(1) 求 a 的值;

(2) 证明: $f(x) < \frac{2}{e}$;

(3) 若正实数 m, n 满足 $mn=1$, 证明: $\frac{1}{e^m} + \frac{1}{e^n} < 2(m+n)$.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信号: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



工大教育

22. (本小题满分 10 分) 选修 4—4: 坐标系与参数方程

已知平面直角坐标系 xOy 中, 点 $P(1,0)$, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos \varphi \\ y = \sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数).

以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 倾斜角为 α 的直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin(\alpha - \theta) = \sin \alpha$.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若曲线 C 与直线 l 交于 M, N 两点, 且 $\left| \frac{1}{|PM|} - \frac{1}{|PN|} \right| = \frac{1}{3}$, 求的值.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

查考试成绩、答案 | 查备课笔记
下载学习资料 | 及时获取最新教育信息

太原工大教育 官方微信号: tygdedu
官方网址: www.tygdedu.cn



23. (本小题满分 10 分) 选修 4—5: 不等式选讲

已知实数 a, b, c 均大于 0.

(1) 求证: $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} \leq a + b + c$;

(2) 若 $a + b + c = 1$, 求证: $\frac{2ab}{a+b} + \frac{2bc}{b+c} + \frac{2ca}{c+a} \leq 1$.