

太原市 2017~2018 学年第一学期高一年级期末考试
数学试卷分析

一、选择题 (本大题共 12 小题,每小题 3 分,共 36 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1.程序框图中的处理框 “” 的功能是()

- A. 表示一个算法的输入信息
B. 赋值、计算
C. 表示一个算法结束
D. 连接程序框

考点：程序框图

答案：B

解析：处理框的功能是：处理数据，赋值或计算。故选 B

2. 已知变量 x 和 y 满足关系式 $y = 0.2x - 0.1$ ，且变量 y 和 z 负相关，则下列结论正确的是 ()

- A. 变量 x 与 y 正相关, x 与 z 负相关 B. 变量 x 与 y 正相关, x 与 z 正相关
C. 变量 x 与 y 负相关, x 与 z 正相关 D. 变量 x 与 y 负相关, x 与 z 负相关

考点：线性回归方程

答案：A

解析：变量 x 和 y 满足关系 $y = 0.2x - 0.1$ ，由 $b = 0.2$ 知变量 x 与 y 正相关，

\therefore 变量 y 与 z 负相关, \therefore 变量 x 与 z 负相关, 故选 A.

3.与二进制数 $1011_{(2)}$ 相等的十进制数是()

- A. 21 B. 13 C. 11 D. 10

考点：二进制转化十进制

答案：C

解析：二进制数转化为十进制数如下： $1011_{(2)}=1\times 2^3+0\times 2^2+1\times 2^1+1\times 2^0=11_{(10)}$ ，故选 C

4. 为评估一种农作物的产量，选了 n 块地作为试验区。这 n 块地的亩产量分别为 x_1, x_2, \dots, x_n ，下面给出的指标中可以用来作为评估这种作物亩产量稳定程度的是（ ）

- A. x_1, x_2, \dots, x_n 的中位数 B. x_1, x_2, \dots, x_n 的平均数
C. x_1, x_2, \dots, x_n 的最大值 D. x_1, x_2, \dots, x_n 的标准差

考点：极差、方差与标准差

答案：D

解析：标准差能反映一个数据集的离散程度，D 选项可以用来评估这种农作物亩产量稳定程度。
选 D

5. 已知输入的 $x = -2$ ，运行后面的程序之后得到的 $y =$ （ ）

- A.4
B.-4
C.-5
D.-6

```
INPUT  x
IF  x >= 1 THEN
    y = x^2
ELSE
    y = 3 * x + 1
END IF
PRINT  y
END
```

考点：条件语句

答案：C

解析：由已知可得程序的功能是计算分段函数 $y = \begin{cases} x^2 & (x \geq 1) \\ 3x + 1 & (x < 1) \end{cases}$ 的值

因为 $x = -2 < 1$ ，所以 $y = 3 \cdot (-2) + 1 = -5$ ，所以选 C.

6. 利用下面随机数表从编号为 01, 02, 03, ..., 23, 24 的总体中抽取 6 个个体，若选定从第一行第三列的数字 0 开始，由左向右依次抽取，则抽取的第 4 个个体编号为（ ）

- 63 01 63 78 59 16 95 55 67 19 98 10 50 71 75 12 86 73 58 07 44 39 52 38 79
33 21 12 34 29 78 64 56 07 82 52 42 07 44 38 15 51 00 13 42 99 66 02 79 54
A.19 B.10 C.12 D.07

考点：简单随机抽样

答案：B

解析：从随机数表的第一行第三列的数字 0 开始向右读，大于 24 的数去掉，一直取到第 4 个数，符合条件的是：01,16,19,10，故选出的第 4 个个体是 10，所以选 B.

7. 从装有 2 个白球和 2 个黑球的口袋内随机抽取 2 个球，下列事件是互斥而不对立的事件的是 ()

- A. 至少有 1 个白球，都是白球 B. 至少有 1 个白球，至少有 1 个黑球
C. 至少有 1 个白球，都是黑球 D. 恰有 1 个白球，恰有 2 个白球

考点：互斥事件、对立事件

答案：D

解析：从口袋中任取 2 个球：

选项 A 能同时发生，故不是互斥事件；

选项 B 中恰有 1 个白球，恰有 1 个黑球，这两个事件能同时发生，故不是互斥事件；

选项 C 不能同时发生，也不能同时不发生，故是互斥且对立事件；

选项 D 不能同时发生，但能同时不发生，故是互斥不对立事件，所以选 D.

8. 用秦九韶算法求多项式 $f(x) = x^7 + 2x^6 + 3x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 7x + 8$ ，当 $x = -2$ 时的值的过程中，

$v_3 = ()$

- A. -2 B. 3 C. 1 D. 4

考点：秦九韶算法

答案：A

解析：多项式 $f(x) = x^7 + 2x^6 + 3x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 7x + 8$

$$= ((((((x+2)x+3)x+4)x+5)x+6)x+7)x+8$$

故 $v_0 = a_7 = 1$, $v_1 = v_0x + a_6 = 1 \times (-2) + 2 = 0$, $v_2 = v_1x + a_5 = 0 \times (-2) + 3 = 3$,

$$v_3 = v_2x + a_4 = 3 \times (-2) + 4 = -2 , \text{ 故选 A.}$$

9. 为了研究某班学生的脚长 x (单位: 厘米) 和身高 y (单位: 厘米) 的关系, 从该班随机抽取 10 名学生, 根据测量数据的散点图可以看出 y 与 x 之间具有线性相关关系, 设其回归直线的方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 已知

$\sum_{i=1}^{10} x_i = 225$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 1600$, $\hat{b} = 4$, 该班某学生的脚长为 24 , 据此估计其身高为

A. 160

B. 163

C. 166

D. 170

考点：变量间的相关关系：利用回归直线做预测

答案：C

解析：由已知求得 $\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 22.5$, $\bar{y} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} y_i = 160$, 则样本中心点为 (22.5, 160)

则 $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 160 - 4 \times 22.5 = 70$, 回归方程为 $\hat{y} = 4x + 70$, 将 $x = 24$ 代入方程求得身高为 166 , 选 C.

10. 现有 5 个气球, 其颜色分别是红、黄、蓝、绿、紫 (仅颜色不同), 若从这 5 个气球中随机抽取 2 个, 则取出的这两个气球中含有红的气球的概率为

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{1}{3}$

考点：古典概率及其概率计算

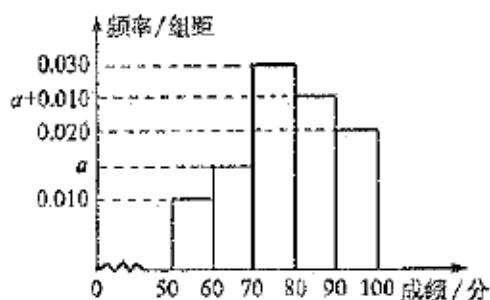
答案：C

解析：假设红、黄、蓝、绿、紫 5 色气球为 A、B、C、D、E. 则所有可能出现的情况有: AB、AC、AD、AE、BC、BD、BE、CD、CE、DE 共 10 种可能, 其中出现 A 即红色气球的情况有 4 种, 则取出的这两个气球中含有红的气球的概率为 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

11. 从某校高一年级期中测评中随机抽取 100 名学生的成绩(单位:分), 整理得到如下频率分布

直方图, 则这 100 名学生成绩的中位数的估计值是 ()

- A. 75
- B. $\frac{222}{3}$
- C. 78
- D. $\frac{235}{3}$



考点：频率分布直方图样本估计总体

答案：D

解析：由题可得, $0.01 \times 10 + a \times 10 + 0.03 \times 10 + (a + 0.01) \times 10 + 0.02 \times 10 = 1$, 解得 $a = 0.015$

中位数在 $[70, 80)$ 之间, 设为 x

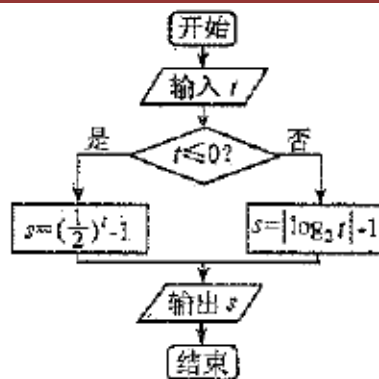
$0.01 \times 10 + 0.015 \times 10 + (x - 70) \times 10 \times 0.03 = 0.5$, 解得 $x = \frac{235}{3}$

所以选 D.

12. 执行如下图所示的程序框图, 若输出的 $s = 1$, 则输入的 t

的所有取值的和为 ()

- A. $\frac{7}{2}$
- B. $\frac{3}{2}$
- C. $\frac{21}{4}$
- D. $\frac{13}{4}$



考点：程序框图与分段函数结合

答案：D

解析：根据程序框图的分段函数： $s = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^t - 1, t \leq 0 \\ |\log_2 t| - 1, t > 0 \end{cases}$

输出 $s=1$ 分两种情况讨论，

当 $t \leq 0$ 时， $s = \left(\frac{1}{2}\right)^t - 1 = 1$ ，解得 $t = -1$ ；

当 $t > 0$ 时， $s = |\log_2 t| - 1 = 1$ ，可得 $\log_2 t = 2$ 或 $\log_2 t = -2$ ，解得 $t = 4$ 或 $t = \frac{1}{4}$ ；

输入的 t 的所有取值的和为 $t = -1 + 4 + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$

所以选 D.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分.）

13. 42 与 315 的最大公约数为_____.

考点：用辗转相除法或更相减损术计算最大公约数

答案：21

解析：辗转相除法如下： $315 = 42 \times 7 + 21, 42 = 21 \times 2$

更相减损术如下： $315 - 42 = 273, 273 - 42 = 231, 231 - 42 = 189, 189 - 42 = 147$

$147 - 42 = 105, 105 - 42 = 63, 63 - 42 = 21, 42 - 21 = 21$ ，所以 42 与 315 的最大公约数为 21.

14. 某工厂生产甲、乙、丙三种不同型号的产品，产品分别为 300, 600, 450 件，为检验产品的质量，现用分层抽样的方法从以上所有产品中抽取 90 件进行检验，则应该从丙种型号的产品中抽取的件数为_____.

考点：分层抽样原则

答案：30

解析：产品总件数为 $300+600+450=1350$ 件，抽样比例为 $\frac{90}{1350} = \frac{1}{15}$ ，则该从丙种型号的产品中抽取的件数为 $450 \times \frac{1}{15} = 30$ 件。

15. 随着研发资金的持续投入,某公司的收入逐年增长,下表是该公司近四年的息收入情况:

年份 x	2013	2014	2015	2016
总收入 y / 亿元	5	6	8	9

该公司财会人员对上述数据进行了处理,令 $t = x - 2012$, $z = y - 5$, 得到下表:

t	1	2	3	4
z	0	1	3	4

已知变量 t 与 z 之间具有线性相关关系,据此预测该公司 2018 年的总收入为_____.

附：
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

考点：线性回归方程

答案：11.9亿元

解析：由题可得： $\bar{t} = 2.5, \bar{z} = 2$

将数值代入得

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i z_i - n\bar{t}\bar{z}}{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n\bar{t}^2} = \frac{1 \times 0 + 2 \times 1 + 3 \times 3 + 4 \times 4 - 4 \times 2.5 \times 2}{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 - 4 \times (2.5)^2} = 1.4$$

$$\hat{a} = \bar{z} - \hat{b}\bar{t} = -1.5$$

线性回归方程为： $\hat{z} = 1.4\hat{t} - 1.5$

又 $y - 5 = (x - 2012) \times 1.4 - 1.5$, 将 2018 代入, 解得 $y = 11.9$

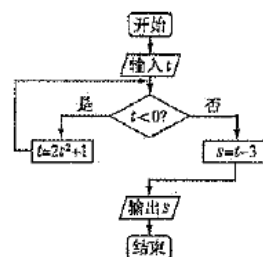
16. 执行如下图所示的程序框图, 若输入的 $t \in [-2, 2]$, 则输出的 $s \in [-2, 0]$ 的概率为 _____.

三、解答题 (本大题共 5 小题, 共 52 分. 解答应写出文字说明、证明过

程或

演算步骤)

17 (本小题满分 10 分)



考点：程序框图与几何概型的结合

答案： $\frac{1}{2}$

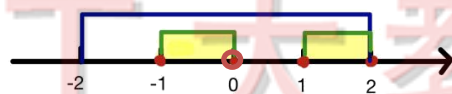
解析： 当 $t \geq 0$ 时, $s = t - 3$, 可得 $-2 \leq t - 3 \leq 0$, 解得 $1 \leq t \leq 3$;

当 $t < 0$ 时, $t = 2t^2 + 1$, 可得 $1 \leq 2t^2 + 1 \leq 3$, 解得 $0 \leq t^2 \leq 1$ 即 $-1 \leq t \leq 1$,

又 $t < 0$, 则 $-1 \leq t < 0$

由题, $t \in [-2, 2]$,

$P = \frac{1}{2}$.



17. 已知辗转相除法的算法步骤如下:

第一步: 给定两个正数 m, n ;

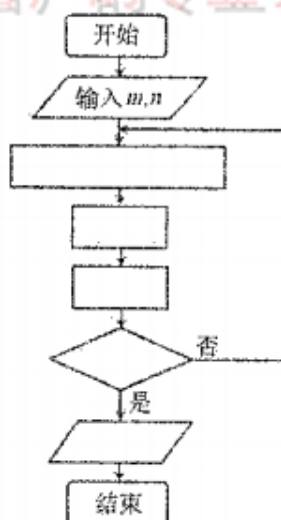
第二步: 计算 m 除以 n 所得的余数 r ;

第三步: $m = n, n = r$;

第四步: 若 $r = 0$, 则 m, n 的最大公约数等于 m ;

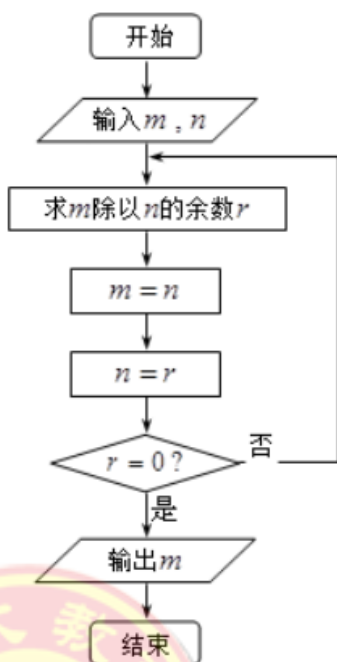
否则, 返回第二步.

请根据上述算法将右边程序框图补充完整



考点：程序框图设计（循环结构）

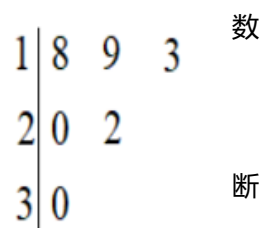
答案：



解析： 第一步为输入框中的内容，第二、三步为处理过程，第四步需判断是与否，进而结束或进入下一个循环。

18（本小题满分 10 分）

某车间共有 12 名工人，从中随机抽取 6 名，如图是他们某日加工零件个数的茎叶图（其中茎为十位数，叶为个位数）。



（1）若日加工零件个数大于样本平均值的工人优秀工人，根据茎叶图能推出该车间 12 名工人中优秀工人人数。

（2）现从这 6 名工人中任取 2 名，求至少有 1 名优秀工人的概率。

考点：茎叶图

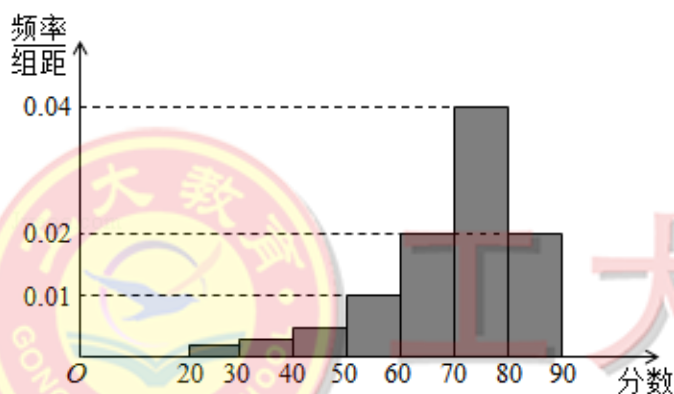
解析：（1）样本平均值为 $\frac{1}{6}(18+19+20+22+23+30)=22$ ，抽取的 6 名工人中，加工零件个数大于 22 的有 23,30，即有 2 名优秀员工，所以 12 名工人中的优秀员工有 4 人。

(2) 设 6 名工人中优秀工人记为 A, B , 非优秀工人记为 C, D, E, F , 则从 6 名工人中任取 2 名的所有情况有 15 种 : $AB, AC, AD, AE, AF, BC, BD, BE, BF, CD, CE, CF, DE, DF, EF$.

设 “6 名工人中任取 2 名 , 至少有 1 名优秀工人” 为事件 A , 则 A 有 9 种可能 :

$AB, AC, AD, AE, AF, BC, BD, BE, BF$, 即 $P(A) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$.

19. 某艺术学校为了解学生的文学素养水平 , 对 600 名在校学生进行了文学综合知识测评 , 根据男女学生人数比例用分层抽样的方法 , 从中随机抽取了 150 名学生的成绩 , 整理得到如下频率分布直方图 (其中的分组为 : $[20, 30), [30, 40), \dots, [80, 90]$) .



- (1) 若现从 600 名学生中随机抽取一人 , 估计其分数小于 60 的概率 ;
- (2) 已知样本中分数小于 40 的学生有 7 人 , 试估计这 600 名学生中分数在 $[40, 50)$ 内的人数 ;
- (3) 已知样本中分数不小于 70 的男女生人数相同 , 分数不大于 70 的男生人数是女生人数的 3 倍 , 试估计这 600 名学生中女生的人数 .

考点 : 频率分布直方图、古典概型及其概率计算公式

解析 : (1) 由频率分布直方图知 : 分数小于 60 的频率为 : $1 - (0.04 + 0.02 \times 2) \times 10 = 0.2$

故从 600 名学生中随机抽取一人 , 估计其分数小于 60 的概率为 0.2 ;

(2) 已知样本中分数小于 40 的学生有 7 人 ,

样本中分数小于 50 的频率为 $0.2 - 0.01 \times 10 = 0.1$

则样本中分数小于 50 的人数为 $600 \times 0.1 = 60$ 人 .

则分数在区间 $[40, 50)$ 内的人数为： $60 - 7 = 53$ 人.

(3) 样本中分数不小于 70 的频率为： $(0.04 + 0.02) \times 10 = 0.6$

由于样本中分数不小于 70 的男女生人数相同

故样本中女生分数不小于 70 的频率为 0.3.

样本中分数不大于 70 的频率为： $1 - 0.6 = 0.4$

由于分数不大于 70 的男生人数是女生人数的 3 倍.

故样本中女生分数不大于 70 的频率为 0.1.

所以估计这 600 名学生中女生的人数为 $600 \times (0.3 + 0.1) = 240$ 人.

20. (本小题 10 分)说明：请同学们在(A)(B)两个小题中任选一个作答.

(A) 已知某保险公司的某险种的基本保费为 a (单位：元)，继续购买该险种的投保人称为续保人，续保人本年度的保费与其上年度出现次数的关联如下表 1：

上年度出险次数	0	1	2	3	≥ 4
保费(元)	$0.9a$	a	$1.5a$	$2.5a$	$4a$

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况，得到下表 2：

出险次数	0	1	2	3	≥ 4
频数	140	40	12	6	2

(1) 记 A 为事件“一续保人本年度保费不高于基本保费 a ”，求 $P(A)$ 的估计值；

(2) 求续保人本年度平均保费的估计值；

(3) 若该保险公司这种保险的赔付规定如下表 3：

出险序次	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次及以上
赔付金额(元)	$2.5a$	$1.5a$	a	$0.5a$	0

据统计今年有 100 万投保人进行续保，将所抽样本的频率视为概率，求该公司此险种的纯收益(纯收

益 = 总入保额 - 总赔付额).

考点：随机抽样；古典概型

解析：(1) “一续保人本年度保费不高于基本保费 a ” 的上年度出险次数为 0 和 1，根据调查统计表有

$$P(A) = \frac{140}{200} + \frac{40}{200} = \frac{180}{200} = \frac{9}{10};$$

(2) 续保人本年度平均保费的估计值设为 S ：

$$\text{则 } S = 0.9a \times \frac{140}{200} + a \times \frac{40}{200} + 1.5a \times \frac{12}{200} + 2.5a \times \frac{6}{200} + 4a \times \frac{2}{200} = 1.035a$$

即续保人本年度平均保费的估计值为 $1.035a$

(3) 根据题目所给条件，将所抽样本的频率视为概率，

则出险 0 次，1 次，2 次，3 次，4 次及以上的概率分别为 0.7，0.2，0.06，0.03，0.01；

总人数共 100 万人，

则出险 0 次，1 次，2 次，3 次，4 次及以上的人数分别为 70 万人，20 万人，6 万人，3 万人，1 万人；

总入保额为 $70 \times 0.9a + 20 \times a + 6 \times 1.5a + 3 \times 2.5a + 1 \times 4a = 103.5a$ (万元)

总赔付额为

$$2.5a \times 20 + (2.5a + 1.5a) \times 6 + (2.5a + 1.5a + a) \times 3 + (2.5a + 1.5a + a + 0.5a) \times 1 = 94.5a \text{ (万元)}$$

纯收益 = 总入保额 - 总赔付额 = $103.5a - 94.5a = 9a$ (万元)

(B) 已知某保险公司的某险种的基本保费为 a (单位：元)，继续购买该险种的投保人称为续保人，续保人本年度的保费与其上年度出现次数的关联如下表 1：

上年度出险次数	0	1	2	3	≥ 4
保费(元)	$0.9a$	a	$1.5a$	$2.5a$	$4a$

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况，得到下表 2：

出险次数	0	1	2	3	≥ 4
频数	140	40	12	6	2

(1) 记 A 为事件 “一续保人本年度保费不高于基本保费 a 的 200%”，求 $P(A)$ 的估计值；

(2) 求续保人本年度平均保费的估计值；

(3) 若该保险公司这种保险的赔付规定如下表 3：

出险序次	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次及以上
赔付金额(元)	$2.5a$	$1.5a$	a	$0.5a$	0

据统计今年有 100 万投保人进行续保，将所抽样本的频率视为概率，若该公司此险种的纯收益不少于 450 万元，求基本保费为 a 的最小值(纯收益 = 总入保额 - 总赔付额).

考点：随机抽样；古典概型

解析：(1) “一续保人本年度保费不高于基本保费 a 的 200%” 的上年度出险次数为 0、1 和 2，根据调

查统计表有 $P(A) = \frac{140}{200} + \frac{40}{200} + \frac{12}{200} = \frac{24}{25}$ ；

(2) 续保人本年度平均保费的估计值设为 S ：

$$\text{则 } S = 0.9a \times \frac{140}{200} + a \times \frac{40}{200} + 1.5a \times \frac{12}{200} + 2.5a \times \frac{6}{200} + 4a \times \frac{2}{200} = 1.035a$$

即续保人本年度平均保费的估计值为 $1.035a$

(3) 根据题目所给条件，将所抽样本的频率视为概率，

则出险 0 次，1 次，2 次，3 次，4 次及以上的概率分别为 0.7，0.2，0.06，0.03，0.01；

总人数共 100 万人，

则出险 0 次，1 次，2 次，3 次，4 次及以上的人数分别为 70 万人，20 万人，6 万人，3 万人，1 万人；

总入保额为 $70 \times 0.9a + 20 \times a + 6 \times 1.5a + 3 \times 2.5a + 1 \times 4a = 103.5a$ (万元)

总赔付额为

$$2.5a \times 20 + (2.5a + 1.5a) \times 6 + (2.5a + 1.5a + a) \times 3 + (2.5a + 1.5a + a + 0.5a) \times 1 = 94.5a \text{ (万元)}$$

纯收益 = 总入保额 - 总赔付额 = $103.5a - 94.5a = 9a$ (万元)

若该公司此险种的纯收益不少于 450 万元，即 $9a \geq 450$ ，即 $a \geq 50$ (元)

基本保费为 a 的最小值为 50 元.

21.(本小题满分 12 分)说明：请考生在(A)、(B)两个小题中任选一题作答.

(A)为了监控某种零件的一条生产线的生产过程，检验员每天从该生产线上随机抽取 11 个零件，测量其尺寸进行检验，检验规定：若所抽样本的长度都在 $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ 内（其中 \bar{x} 为样本的平均值， s 为样本的标准差），则认为这条生产线这一天的生产过程正常；否则，认为这条生产线这一天的生产过程异常，需对当天的生产过程进行检查. 下面是检验员在某天内抽取的 11 个零件的尺寸：4, 9, 11, 3, 2, 10, 12, 1, 45, 3, 5

$$\text{经计算得 } \sum_{i=1}^{11} x_i = 105, \sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 2535, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, s \approx 11.805.$$

- (1) 判断是否需对当天的生产过程进行检查，并说明理由；
- (2) 剔除在 $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ 之外的数据，求剩余数据的平均值 μ 和标准差 σ （精确到 0.01）；
- (3) 在 (2) 的条件下，若尺寸在 $(x - \mu, x + \mu)$ 内的零件为优质品，并以此估计这条生产线当天优质品率的值.

$$\text{附： } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2.$$

(B)为了监控某种零件的一条生产线的生产过程，检验员每天从该生产线上随机抽取 11 个零件，测量其尺寸进行检验，检验规定：若所抽样本的长度都在 $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ 内（其中 \bar{x} 为样本的平均值， s 为样本的标准差），则认为这条生产线这一天的生产过程正常；否则，认为这条生产线这一天的生产过程异常，需对当天的生产过程进行检查. 下面是检验员在某天内抽取的 11 个零件的尺寸：9.4, 9.9, 10.1, 9.3, 9.2, 10.0, 10.2, 9.1, 13.5, 9.3, 9.5

$$\text{经计算得 } \sum_{i=1}^{11} x_i = 109.5, \sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 1105.35, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, s \approx 1.176.$$

- (1) 判断是否需对当天的生产过程进行检查，并说明理由；
- (2) 剔除在 $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ 之外的数据，求剩余数据的平均值 μ 和标准差 σ （精确到 0.01）；

(3) 在(2)的条件下, 若尺寸在 $(x-\mu, x+\mu)$ 内的零件为优质品, 并以此估计这条生产线当天优质品率的值.

$$\text{附: } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2.$$

考点: 数字特征

解析: (A) (1) 根据已知可得 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{105}{11} \approx 9.545$

$$\therefore (\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s) = (9.545 - 3 \times 11.805, 9.545 + 3 \times 11.805) = (-25.87, 44.96)$$

显然 45 不在这一区间内, 所以需要对当天的生产过程进行检查.

$$(2) \text{ 剔除 } 45 \text{ 后, 剩余十个数据的平均值 } \mu = \frac{105-45}{10} = 6.00,$$

$$\text{标准差 } \sigma = \sqrt{\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \mu^2} = \sqrt{\frac{1}{10} \left(\sum_{i=1}^{11} x_i^2 - 45^2 \right) - \mu^2} = \sqrt{\frac{2535 - 45^2}{10} - 6^2} = \sqrt{15} \approx 3.87.$$

(3) 由(2)知 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma) = (6 - 3.87, 6 + 3.87) = (2.13, 9.87)$, 尺寸在这一区间内的零件有 5 个, 所以这条生产线当天优质品率约为 $\frac{5}{10} = 50\%$

$$(B) (1) \text{ 根据已知可得 } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{109.5}{11} \approx 9.955$$

$$\therefore (\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s) = (9.955 - 3 \times 1.176, 9.955 + 3 \times 1.176) = (6.427, 13.483)$$

显然 13.5 不在这一区间内, 所以需要对当天的生产过程进行检查.

$$(2) \text{ 剔除 } 13.5 \text{ 后, 剩余十个数据的平均值 } \mu = \frac{109.5-13.5}{10} = 9.60,$$

标准差为

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \mu^2} = \sqrt{\frac{1}{10} \left(\sum_{i=1}^{11} x_i^2 - 13.5^2 \right) - \mu^2} = \sqrt{\frac{1105.35 - 13.5^2}{10} - 9.6^2} = \sqrt{0.15} \approx 0.39.$$

(3) 由(2)知 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma) = (9.6 - 0.39, 9.6 + 0.39) = (9.21, 9.99)$, 尺寸在这一区间内的零件有 5 个, 所以这条生产线当天优质品率约为 $\frac{5}{10} = 50\%$