



太原市 2018 年高三模拟试题 (一)

数学试卷 (理工类)

一、选择题：本题共 12 道小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{y | y = \log_2 x, x > 2\}$, $B = \left\{y | y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, x < 1\right\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $(1, +\infty)$ B. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

考点：集合的运算

答案：A

解析：∵ $A = \{y | y > 1\}$, $B = \left\{y | y > \frac{1}{2}\right\}$, ∴ $A \cap B = \{y | y > 1\}$

2. 若复数 $z = \frac{1+mi}{1+i}$ 在复平面内对应的点在第四象限，则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(-1, 1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1)$

考点：复数运算与几何意义

答案：A

解析： $z = \frac{m+1+(m-1)i}{2}$ ，由复数在复平面内对应的点在第四象限

所以 $\begin{cases} m+1 > 0 \\ m-1 < 0 \end{cases}$ 解得 $m \in (-1, 1)$

3. 已知命题 $p: \exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 - x_0 + 1 \geq 0$ ；命题 q ：若 $a < b$ ，则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 。则下列为真命题的是 ()

- A. $p \wedge q$ B. $p \wedge \neg q$ C. $\neg p \wedge q$ D. $\neg p \wedge \neg q$

考点：命题真假的判断

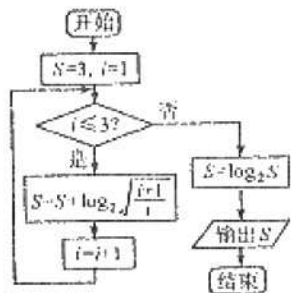
答案：B

解析： p 真 q 假，所以 $p \wedge \neg q$ 为真。

4. 执行如图所示的程序框图，输出 S 的值为 ()

- A. $3 + \frac{1}{2} \log_2 3$ B. $\log_2 3$ C. 3 D. 2





考点：程序框图

答案：D

解析： $S = \frac{7}{2}, I = 2$; $S = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} \log_2 3, I = 3$; $S = 4, I = 4$

循环结束，输出 $S = \log_2 4 = 2$

5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 a_5 a_8 = -8, S_3 = a_2 + 3a_1$ ，则 $a_1 =$ ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $-\frac{2}{9}$

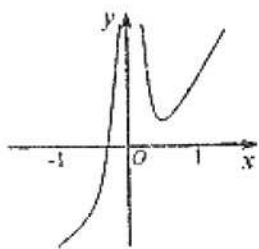
D. $-\frac{1}{9}$

考点：等比数列基本量计算

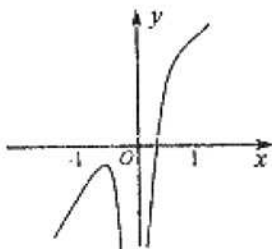
答案：B

解析： $\begin{cases} a_1^3 q^{12} = -8 \\ a_1 q^2 = 2a_1 \end{cases}$ ，解得 $a_1 = -\frac{1}{2}$

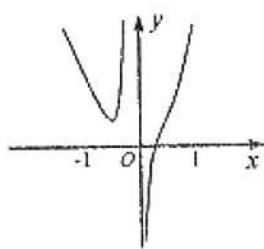
6. 函数 $y = x^2 + \frac{\ln|x|}{x}$ 的图像大致为



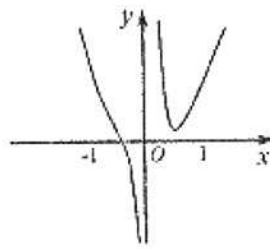
A



B



C



D

考点：函数的性质

答案：C

解析：函数 $f(x) = x^2 + \frac{\ln|x|}{x} = \begin{cases} x^2 + \frac{\ln x}{x} & (x > 0) \\ x^2 + \frac{\ln(-x)}{x} & (x < 0) \end{cases}$





又 $f(-1) = (-1)^2 + \frac{\ln 1}{-1} = 1 - 0 = 1 > 0$, $f(1) = (1)^2 + \frac{\ln 1}{1} = 1 - 0 = 1 > 0$, 排除 A, B,

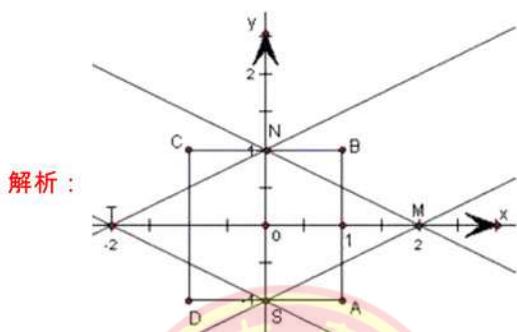
当 $-1 < x < 0$ 时, 有 $\ln(-x) < 0, x < 0, x^2 > 0$, 故 $f(x) = x^2 + \frac{\ln(-x)}{x} > 0$, 排除 D, 故选 C。

7. 已知不等式 $ax - 2by \leq 2$ 在平面区域 $\{(x, y) | |x| \leq 1 \text{ 且 } |y| \leq 1\}$ 上恒成立, 若 $a + b$ 的最大值和最小值分别为 M 和 m , 则 Mm 的值为

- A. 4 B. 2 C. -4 D. -2

考点: 线性规划约束条件下的多元参数的最值问题

答案: C



令 $z = ax - 2by$, $\because ax - 2by \leq 2$ 恒成立, 即函数 $z = ax - 2by$ 在可行域要求的条件下, $z_{\max} = 2$ 恒成立。当直线 $ax - 2by - z = 0$ 过点 $(1,1)$ 或点 $(1,-1)$ 或点 $(-1,1)$ 或点 $(-1,-1)$ 时, 有:

$$\begin{cases} a - 2b \leq 2 \\ a + 2b \leq 2 \\ -a - 2b \leq 2 \\ -a + 2b \leq 2 \end{cases}, \text{ 点 } P(a, b) \text{ 形成的图形是图中的菱形 } MNTS. \text{ 则令 } a + b = s, \text{ 则直线 } a + b = s \text{ 过点 } M(2, 0) \text{ 时最大, 最大为 } M = 2,$$

点 $T(-2, 0)$ 时最小, 最小为 $m = -2$, 所以 $Mm = -4$

8. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线为 l , A, B 是抛物线上的两个动点, 且满足 $\angle AFB = 60^\circ$ 。设线段 AB 的中点 M 在 l 上的投影为 N , 则

- A. $|AB| \geq 2|MN|$ B. $2|AB| \geq 3|MN|$ C. $|AB| \geq 3|MN|$ D. $|AB| \geq |MN|$

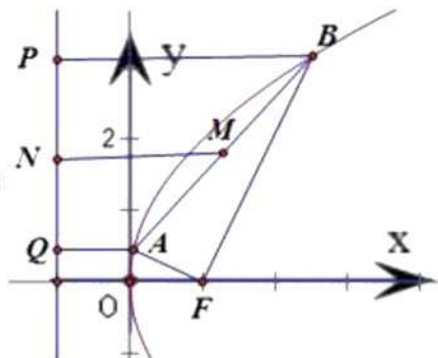
考点: 抛物线的性质, 抛物线定义

答案: D





解析:



设 $|AF|=a, |BF|=b$, A, B 在准线上的射影点分别为 Q, P, 连接 AQ, BP, 由抛物线定义得 $|AF|=|AQ|, |BF|=|BP|$, 在梯形 ABPQ 中根据中位线定理, 得 $2|MN|=|AQ|+|BP|=a+b$. 由余弦定理得

$$|AB|^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \frac{\pi}{3} = a^2 + b^2 - ab, \text{ 配方得 } |AB|^2 = (a+b)^2 - 3ab, \text{ 又因为 } ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2,$$

所以 $(a+b)^2 - 3ab \geq (a+b)^2 - 3\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(a+b)^2$, 得到 $|AB| \geq \frac{1}{2}(a+b)$. 所以 $\frac{|MN|}{|AB|} \leq \frac{\frac{a+b}{2}}{\frac{1}{2}(a+b)} = 1$, 即 $|AB| \geq |MN|$

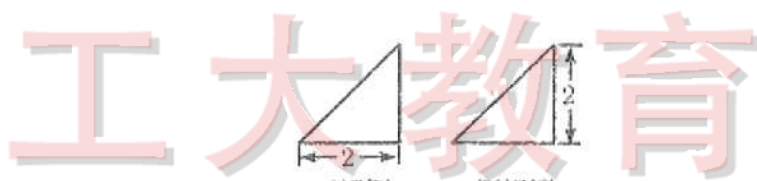
9. 某空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{8}{3}$

C. 2

D. 4



考点: 利用三视图探究空间几何体

答案: A

解析: 由三视图可知, 该几何体是一个三棱锥, 如图所示, 底面 ABD 为等腰直角三角形, 侧面 ECD \perp 底面 ABD, 顶点 E 在底面 ABD 的射影点 C 恰好形成矩形 ABCD, 所以 $AB=2, AD=2, EC=2, V_{E-ABD} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \frac{4}{3}$

