秘密★启用前

2018年山西省高考考前适应性测试
理科数学(A卷)参考答案详解及评分标准

评分说明：

1. 考生如按其他方法或步骤解答，正确的，同样给分；有错的，根据错误的性质，参照评分参考中相应的规定评分.

2. 计算题只有最后答案而无演算过程的，不给分；只写出一般公式但未能与试题所给的具体条件联系的，不给分.

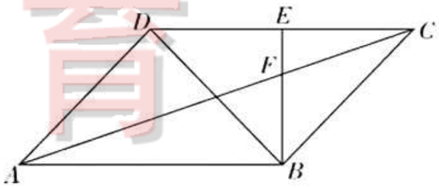
一、选择题

1. D 【解析】因为集合 A 中只有一个元素，所以 $\Delta=(a+2)^2-4=0$，解得 $a=-4$ 或 0.

2. B 【解析】分三步完成分工：第一步，选择1人清理讲台，第二步，选择1人扫地，第三步，选择2人拖地，由分步计数原理知，分工种数为 $C_4^1C_3^1C_2^2=4\times3\times1=12$.

3. D 【解析】因为 $f'(x)=1+\cos x\geqslant0$，$\therefore f(x)$ 单调递增，又 $2<\log_2 6<3$，$\therefore b<c<a$.

4. C 【解析】$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}-\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=-\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$.



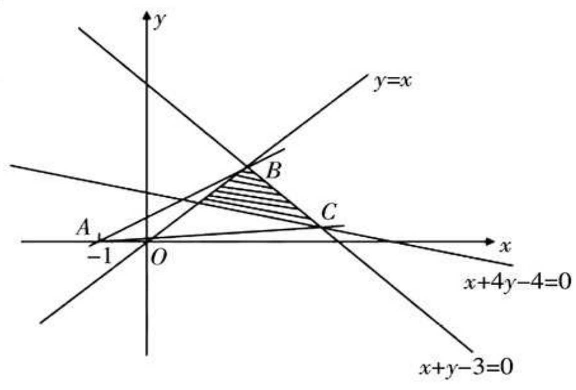
5. B 【解析】设 AB：$x=my+a$，代入抛物线 $y^2=x$ 得 $y^2-my-a=0$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $y_1y_2=-a$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=y_1^2y_2^2+y_1y_2=a^2-a<0$，$\therefore 0<a<1$.

6. B 【解析】四棱锥 $C_1-ABB_1A_1$ 的外接球即为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的外接球.

又三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的外接球的直径为 $AC_1=5\sqrt{2}$，则其表面积 $S=50\pi$.

7. A 【解析】如图，作出不等式组对应的平面区域，由图知 $x+1>0$.设 $k=\frac{y}{x+1}$，则 $\frac{x+1}{y}=\frac{1}{k}$，$k$ 的几何意义是区域内的点与点 $A(-1,0)$ 连线的斜率.由图知，AB 的斜率最大，AC 的斜率最小.



由 $\begin{cases}y=x,\\x+y-3=0,\end{cases}$ 得 $B\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$.

由 $\begin{cases}x+y-3=0,\\x+4y-4=0,\end{cases}$ 得 $C\left(\frac{8}{3},\frac{1}{3}\right)$.

故直线 AB 的斜率 $k_1=\frac{3}{5}$，AC 的斜率 $k_2=\frac{1}{11}$，则 $\frac{1}{11}\leqslant k\leqslant\frac{3}{5}$，$\frac{5}{3}\leqslant\frac{1}{k}\leqslant11$，

即 $\frac{5}{3}\leqslant\frac{x+1}{y}\leqslant11$，故 $\frac{x+1}{y}$ 的取值范围是 $\left[\frac{5}{3},11\right]$.

8. B 【解析】$i=1,k=0,S=1$；

$S=1,i=2,k=1$；

$S=1\cdot e^1,i=3,k=2$；

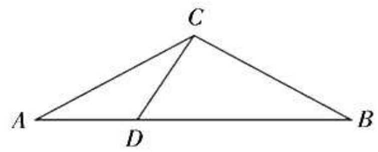
$S=1\cdot e^1\cdot e^2,i=4,k=3$；

……

$S=1\cdot e^1\cdot e^2\cdot\ \cdots\ \cdot e^8,i=10,k=9$.

此时 $i<n$ 不成立，输出 $S=e^{1+2+\cdots+8}=e^{36}$.

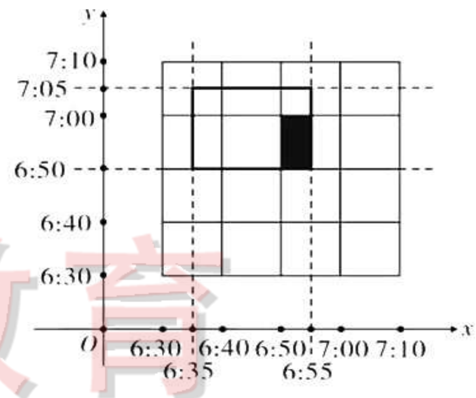
9. C 【解析】$\because\cos\angle ADC=\cos\left(\angle CBA+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\angle CBA=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，且 $AC=3\sqrt{2}$，$AD=\sqrt{3}$.



在△ACD 中，由余弦定理，有 $(3\sqrt{2})^2=3+CD^2-2\sqrt{3}\times CD\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$，解得 $CD=3$.

在 Rt△BCD 中，可得 $BD=3\sqrt{3}$，$BC=3\sqrt{2}$.

则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6\sqrt{2}$.



10. A 【解析】建立如图所示的直角坐标系，x,y 分别表示甲、乙二人到达 A 站的时刻. 则坐标系中每个点 (x,y) 可对应某日甲、乙二人到达车站的时刻的可能性.根据题意，甲、乙二人到达 A 站时间的所有可能组成的可行域是图中粗线围成的矩形，而其中二人可搭乘同一班车对应的区域为黑色区域.根据几何概型概率计算公式可知，所求概率为 $\frac{5\times10}{20\times15}=\frac{1}{6}$.

11. A 【解析】由题意可得 $y=\sqrt{6}\sin\theta-\sqrt{2}\cos\theta=2\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$，$\theta\in[0,\pi)$.则图象应该是 A.

12. C 【解析】由题可知，函数 $f(x)$ 为偶函数，且当 $x\geqslant0$ 时，$f(x)$ 为减函数，当 $x<0$ 时，$f(x)$ 为增函数.

若对任意的 $x\in[m,m+1]$，不等式 $f(1-x)\leqslant f(x+m)$ 恒成立，则 $|1-x|\geqslant|x+m|$，即 $(1-x)^2\geqslant(x+m)^2$，

$\therefore2(1+m)x\leqslant(1+m)(1-m)$.

当 $m+1>0$ 时，$x\leqslant\frac{1-m}{2}$，$\therefore m+1\leqslant\frac{1-m}{2}$，$\therefore$ 解得 $m\leqslant-\frac{1}{3}$，$\therefore-1<m\leqslant-\frac{1}{3}$.

当 $m+1=0$，即 $m=-1$ 时，不等式成立.

当 $m+1<0$ 时，$m\geqslant\frac{1}{3}$，无解.

综上可得，$-1\leqslant m\leqslant-\frac{1}{3}$.故 m 的最大值为 $-\frac{1}{3}$.

A、B 卷非选择题答案

二、填空题

13. $(-2,0)$ 【解析】由题意知，m 满足 $\begin{cases}m<0,\\m^2-2m-8<0,\end{cases}$ 解得 $-2<m<0$.

14. $-\frac{1}{2}$ 【解析】由 $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=-2$，可得 $\frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}=-2$.

所以 $\frac{1-\sin2\alpha}{\cos2\alpha}=\frac{(\cos\alpha-\sin\alpha)^2}{(\cos\alpha+\sin\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)}=\frac{\cos\alpha-\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}=\frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}=-\frac{1}{2}$.

15. $(1,\sqrt{5})$ 【解析】由双曲线及其渐近线可知，当且仅当 $0<\frac{b}{a}<2$ 时，直线与双曲线的右支有两个不同的公共点，$\therefore 0<\frac{b^2}{a^2}<4$，即 $0<\frac{c^2-a^2}{a^2}<4$，$\therefore 1<\frac{c^2}{a^2}<5$，故 $1<e<\sqrt{5}$.

16. $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ 【解析】由题意可知，该正方体的一条对角线即为俯视方向（如图 1），距最高点最近的三个顶点构成的平面与俯视方向垂直（如图 2），由俯视图中正六边形边长为 1，可知图 3 中 $OA=1$，故图 2 中 $OA=1$，容易算得正方体面对角线长（阴影正三角形边长）为 $\sqrt{3}$，进而可得的棱长为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$，故体积为 $\frac{3\sqrt{6}}{4}$.

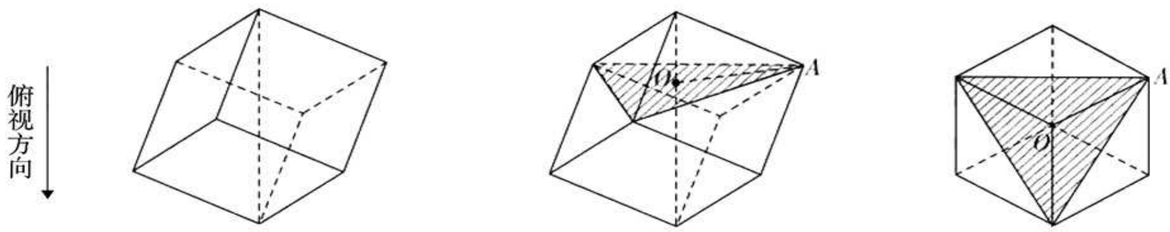


图 1　　图 2　　图 3

三、解答题

17. 解：(1)设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，则 $q>0$.

因为 $\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{2}{a_{n+2}}$，所以 $\frac{1}{a_1q^{n-1}}-\frac{1}{a_1q^n}=\frac{2}{a_1q^{n+1}}$， ………………………… 2分

因为 $q>0$，解得 $q=2$.

所以 $a_n=\frac{1}{64}\times 2^{n-1}=2^{n-7}$，$n\in\mathbf{N}^*$. ………………………… 6分

(2) $b_n=(-1)^n\cdot(\log_2 a_n)^2=(-1)^n\cdot(\log_2 2^{n-7})^2=(-1)^n\cdot(n-7)^2$. ………………………… 8分

设 $c_n=n-7$，则 $b_n=(-1)^n\cdot(c_n)^2$.

$T_{2n}=b_1+b_2+b_3+b_4+\cdots+b_{2n-1}+b_{2n}$

$=-(c_1)^2+(c_2)^2+[-(c_3)^2]+(c_4)^2+\cdots[-(c_{2n-1})^2]+(c_{2n})^2$

$=(-c_1+c_2)(c_1+c_2)+(-c_3+c_4)(c_3+c_4)+\cdots+(-c_{2n-1}+c_{2n})(c_{2n-1}+c_{2n})$

$=c_1+c_2+c_3+c_4+\cdots+c_{2n-1}+c_{2n}$

$=\frac{2n[-6+(2n-7)]}{2}=n(2n-13)=2n^2-13n$. ………………………… 12分

18. 解：(1)样本中包裹件数在 101~400 之间的天数为 48，频率 $f=\frac{48}{60}=\frac{4}{5}$，

故可估计概率为 $\frac{4}{5}$，

显然未来 3 天中，包裹件数在 101~400 之间的天数 X 服从二项分布，

即 $X\sim B\left(3,\frac{4}{5}\right)$，故所求概率为 $C_3^2\times\left(\frac{4}{5}\right)^2\times\frac{1}{5}=\frac{48}{125}$. ………………………… 3 分

(2)(ⅰ)样本中快递费用及包裹件数如下表：

包裹重量(单位:kg)	1	2	3	4	5
快递费(单位:元)	10	15	20	25	30
包裹件数	43	30	15	8	4

故样本中每件快递收取的费用的平均值为$\frac{10\times43+15\times30+20\times15+25\times8+30\times4}{100}=15$(元)，

故该公司对每件快递收取的费用的平均值可估计为 15 元. ………………………………………… 6分

(ⅱ)根据题意及(2)(ⅰ)，揽件数每增加1，可使前台工资和公司利润增加$15\times\frac{1}{3}=5$(元)，

将题目中的天数转化为频率，得

包裹件数范围	0~100	101~200	201~300	301~400	401~500
包裹件数（近似处理）	50	150	250	350	450
天数	6	6	30	12	6
频率	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1

……………………………………………………………………………… 8分

若不裁员，则每天可揽件的上限为450件，公司每日揽件数情况如下：

包裹件数(近似处理)	50	150	250	350	450
实际揽件数 Y	50	150	250	350	450
频率	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1
EY	$50\times0.1+150\times0.1+250\times0.5+350\times0.2+450\times0.1=260$				

故公司平均每日利润的期望值为$260\times5-3\times100=1000$(元)；

若裁员1人，则每天可揽件的上限为300件，公司每日揽件数情况如下：

包裹件数(近似处理)	50	150	250	350	450
实际揽件数 Z	50	150	250	300	300
频率	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1
EZ	$50\times0.1+150\times0.1+250\times0.5+300\times0.2+300\times0.1=235$				

故公司平均每日利润的期望值为$235\times5-2\times100=975$(元).

因$975<1000$，故公司将前台工作人员裁员 1 人对提高公司利润不利. ……………………………… 12分

19. (1)**证明**：连接AC.由四边形$ABCD$为菱形可知$AC\perp BD$.

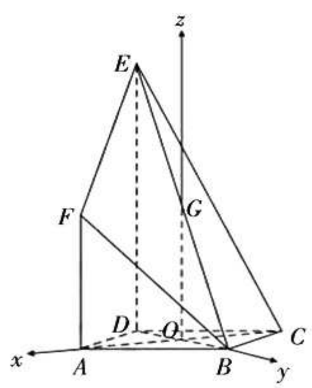
$\because$平面$BED\perp$平面$ABCD$，且交线为BD，

$\therefore AC\perp$平面BED，$\therefore AC\perp ED$.

又$AF/\!/DE$，$\therefore AF\perp AC$.

$\because AF\perp AD$，$AC\cap AD=A$，$\therefore AF\perp$平面$ABCD$.

$\because CD\subset$平面$ABCD$，$\therefore AF\perp CD$. ………………………………………… 4分



(2)**解**：设$AC\cap BD=O$，过点O作DE的平行线OG.

由(1)可知OA，OB，OG两两互相垂直，

则可建立如图所示的空间直角坐标系$O-xyz$.

设$AF=AD=\frac{1}{2}ED=2a(a>0)$，则$A(\sqrt{3}a,0,0)$，$B(0,a,0)$，$F(\sqrt{3}a,0,2a)$，$E(0,-a,4a)$.

所以$\overrightarrow{AB}=(-\sqrt{3}a,a,0)$，$\overrightarrow{AF}=(0,0,2a)$，$\overrightarrow{BE}=(0,-2a,4a)$，$\overrightarrow{BF}=(\sqrt{3}a,-a,2a)$. ……………………………… 6分