2016~2017 学年第二学期高一年级阶段性测评

数学试卷

（考试时间：上午 8:00-9:30）

一、选择题

1.已知向量 $a=(4,2),b=(2,y)$ ，且 $a//b$ ，则 y=（　　）

A．4　　　　B.3

C．2　　　　D.1

考点：向量共线的坐标表示

解析：$\because a//b \quad \therefore 4y=4 \quad \therefore y=1$

答案：D

2.若 α 为第三象限角，则（　　）

A. $\tan\alpha<0$　　　　B. $\tan\frac{\alpha}{2}>0$

C. $\sin\alpha<0$　　　　D. $\cos\alpha>0$

考点：三角函数符号

解析：$\because \alpha$ 为第三象限角　$\therefore \sin\alpha<0, \cos\alpha<0, \tan\alpha>0$

答案：C

3.终边在直线 $y=x$ 上的角的集合是（　　）

A. $\left\{\alpha\left|\alpha=\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in Z\right.\right\}$　　　　B. $\left\{\alpha\left|\alpha=\frac{\pi}{4}+2k\pi,k\in Z\right.\right\}$

C. $\left\{\alpha\left|\alpha=\frac{3\pi}{4}+k\pi,k\in Z\right.\right\}$　　　　D. $\left\{\alpha\left|\alpha=\frac{5\pi}{4}+2k\pi,k\in Z\right.\right\}$

考点：终边在同一条直线上的角的表示

解析：与 α 终边在一条直线上的角的集合为　$\{\beta\,|\,\beta=\alpha+k\pi,k\in Z\}$

$\therefore$ 与 $\frac{\pi}{4}$ 终边在同一直线上的角的集合是 $\left\{\alpha \middle| \alpha=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in Z\right\}$

答案：A

4.已知 $a=\sin 33^\circ, b=\cos 55^\circ, c=\sin 120^\circ$ ，则（ ）

A． $a>b>c$ B． $b>a>c$

C． $c>b>a$ D． $c>a>b$

考点：三角函数比较大小

解析：首先化为同名三角函数 $a=\sin 33^o$ $b=\cos 55^o=\sin 35^o$ $c=\sin 120^o=\sin 60^o$

$\because y=\sin x$ 在 $\left[0^o, 90^o\right]$ 上单调递增 $\therefore c>b>a$

答案：C

5. 已知四边形 $ABCD$ 为平行四边形， $\overrightarrow{AB}=(2,3)$， $\overrightarrow{AD}=(-1,2)$，则 $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=$（ ）

$A.$ $(-2,4)$ $B.$ $(4,6)$

$C.$ $(-6,-2)$ $D.$ $(-1,9)$

考点：平面向量的运算

解析： $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=(1,5)$ $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=(-3,-1)$ ，所以 $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=(-2,4)$

答案：选 A

6. 已知函数 $f(x)=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6})$ ，则（ ）

$A.$ 函数 $f(x)$ 的图像关于点 $(\frac{\pi}{3},0)$ 对称

$B.$ 函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称

$C.$ 函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后关于原点对称

$D.$ 函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称

考点：三角函数的图像

解析：对轴为： $x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ ，对称中心为 $(-\frac{\pi}{3}+2k\pi,0)$ ，所以 A，B 错

函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到 $g(x)=\sin(\frac{1}{2}x)$ ，为奇函数，所以选 C

答案：C

7.下列说法不正确的是（　　）

A. $\vec{a},\vec{b}$ 为不共线向量，若 $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$ ，则 $\vec{a}\perp\vec{b}$

B. 若 $\vec{a},\vec{b}$ 为平面内两个不相等向量，则平面内任意向量 $\vec{c}$ 都可以表示为 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$

C.若 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ，$\vec{b}\cdot\vec{c}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{c}$ 不一定共线

D. $(\lambda\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(\lambda\vec{b})$

考点：平面向量的基本定理，平行（共线）向量性质，向量线性运算.

解析：A 选项，$\vec{a},\vec{b}$ 为不共线向量，则两向量均为非零向量，$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$ 表示以向量 $\vec{a},\vec{b}$ 模长为邻边的平行四边形两对角线长度相等，则该平行四边形为矩形，则邻边垂直，正确；B 选项，由平面向量的基本定理知，一组非零且不共线的向量可以表示出平面内的任意向量，$\vec{a},\vec{b}$ 为平面内两个不相等向量，若共线仍无法作为一组基底表示，错误；C 选项，若 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 均为非零向量，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{c}$ 共线，若 $\vec{b}$ 为零向量，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{c}$ 不一定共线，零向量与平面内的任意向量共线，正确；D 选项，符合向量数乘的运算法则，正确.

答案：B.

8.若 $\sin\alpha=2\cos\alpha$ ，则 $\sin 2\alpha=$（　　）

$A.\frac{2}{5}$　　$B.\frac{4}{5}$　　$C.-\frac{2}{5}$　　$D.-\frac{4}{5}$

考点：同角三角函数计算，二倍角公式

解析：因为 $\sin\alpha=2\cos\alpha$ ，$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$ ，则 $\cos^2\alpha+4\cos^2\alpha=1$ ，$\cos^2\alpha=\frac{1}{5}$ ，则 $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=4\cos^2\alpha=\frac{4}{5}$.

答案：B.

9.函数 $y=f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，纵坐标不变，横坐标变为原来的 2 倍，再向上平移 1 个单位，得到 $g(x)=\sin(x+\frac{\pi}{6})$ ，则（　　）

A. $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$　　　　B. $f(x)=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{12})+1$

C. $f(x)=\cos 2x-1$　　　　D. $f(x)=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{4})-1$

考点：三角函数的图像与变换

解析：

由 $f(x)$横坐标变为2倍得$g(x)$,可排除 B,D，A 选项变换后得到 $g(x)=-\cos x$，排除；C 选项变换后得到 $f(x)=\cos(\frac{\pi}{3}-x)=\sin\left[\frac{\pi}{2}-(\frac{\pi}{3}-x)\right]=\sin(x+\frac{\pi}{6})$，符合题意。

答案：C

10. $\sin 50^{\circ}(1+\sqrt{3}\tan 10^{\circ})$ = (　　)

A. $\sqrt{3}$　　　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　C. $\frac{1}{2}$　　　　D. 1

考点：三角恒等变换

解析：

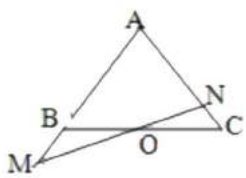
$\sin50^{\circ}(1+\sqrt{3}\tan10^{\circ})=\sin50^{\circ}(1+\frac{\sqrt{3}\sin10^{\circ}}{\cos10^{\circ}})=\frac{\sin50^{\circ}(\cos10^{\circ}+\sqrt{3}\sin10^{\circ})}{\cos10^{\circ}}=\frac{2\sin50^{\circ}\sin(10^{\circ}+30^{\circ})}{\cos10^{\circ}}=\frac{2\cos40^{\circ}\sin40^{\circ}}{\sin80^{\circ}}=\frac{\sin80^{\circ}}{\sin80^{\circ}}=1$

答案：D

11.如图，在 ΔABC 中，O 为 BC 的中点，过 O 的直线交 AB、AC 所在直线于 M、N，若 $\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AC}=n\overrightarrow{AN}$，

则 $m+n$ = (　　)

A. 2　　　　B. $\frac{1}{2}$　　　　C. 1　　　　D. 3



考点：向量三点共线问题

解析：因为 O是BC 的中点，所以 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AO}$，即 $m\overrightarrow{AM}+n\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AO}$，即 $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}m\overrightarrow{AM}+\frac{1}{2}n\overrightarrow{AN}$，

因为 O、M、N 三点共线，即所以 $\frac{1}{2}m+\frac{1}{2}n=1$，即 $m+n=2$

答案：A

12.已知函数 $f(x)=\sin x-\cos x+\sin x\cos x$，则 $f(x)$ 的值域为（　　）

A. $[1,+\infty)$　　B. $[-\sqrt{2}+\frac{1}{2},1]$　　C. $[-1,1]$　　D. $[-\sqrt{2}-\frac{1}{2},1]$

考点：三角函数的最值问题，换元思想

解析：设 $\sin x-\cos x=t(-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2})$

所以 $\sin x\cos x=\frac{1-t^2}{2}$，则 $f(x)=\sin x-\cos x+\sin x\cos x\Rightarrow f(t)=t+\frac{1-t^2}{2}=-\frac{1}{2}(t-1)^2+1$

由函数单调性可知 $f(t)$ 在 $\left[-\sqrt{2},1\right]$ 上单调递增，在 $[1,\sqrt{2}]$ 上单调递减

所以当 $t=1$ 时，函数取得最大值 $f(x)_{\max}=f(1)=1$

当 $t=-\sqrt{2}$ 时，函数取得最小值 $f(x)_{\min}=f(-\sqrt{2})=-\sqrt{2}-\frac{1}{2}$

所以函数的值域为 $[-\sqrt{2}-\frac{1}{2},1]$

答案：D

二、填空题

13. $\sin\frac{\pi}{6}=$ ________.

考点：三角函数值

解析：$\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$

答案：$\frac{1}{2}$

14.若 $\tan(\alpha+\beta)=\frac{2}{5},\tan\beta=\frac{1}{4}$，则 $\tan\alpha=$ ________.

考点：三角恒等变换

解析：$\tan\alpha=\tan(\alpha+\beta-\beta)=\frac{\tan(\alpha+\beta)-\tan\beta}{1+\tan(\alpha+\beta)\tan\beta}=\frac{\frac{2}{5}-\frac{1}{4}}{1+\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}}=\frac{\frac{3}{20}}{\frac{22}{20}}=\frac{3}{22}$

答案：$\frac{3}{22}$

15.若，则 $|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=2,\vec{a}\perp(\vec{a}-2\vec{b})$，则 $|\vec{a}+\vec{b}|=$________.

考点：平面向量数量积与模长

解析：由 $\vec{a}\perp(\vec{a}-2\vec{b})$ 知，$\vec{a}\cdot(\vec{a}-2\vec{b})=\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}=1-2\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ 知 $2\vec{a}\cdot\vec{b}=1$.

$|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})^2=\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=1+1+4=6$，所以 $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{6}$

答案：$\sqrt{6}$

16.如图，视一条河的两岸为两条平行直线，河宽 500 m，一艘船从河的一岸 A 处出发到河对岸.已知船的速率为 20 km/h，水流速率为 5 km/h，当行驶航程最短时，所用时间为________ min.

考点：平面向量实际应用

解析：当路线垂直于两岸时，航程最短。实际速率为 $5\sqrt{15}$ km/h 时，时间为 $t=\frac{0.5}{5\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{15}}{150}h=\frac{2\sqrt{15}}{5}\min$

答案：$\frac{2\sqrt{15}}{5}$

三、解答题

17、(本小题满分 8 分)

已知向量 $\vec{a}=(\lambda,3),\vec{b}=(-2,4)$

(1)若 $(2\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，求 λ

(2)若 λ=4，求向量 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影 $|\vec{a}|\cos\theta$ （其中 θ 是 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角）

考点：平面向量的运算

分析：(1)由 $\vec{a}=(\lambda,3),\vec{b}=(-2,4)$，可知 $2\vec{a}+\vec{b}=(2\lambda-2,2)$，结合 $(2\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，即 $(2\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}$=0，可解得 λ 的值

(2)由 $|\vec{a}|\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}$ 可求解得结果

答案：(1) $\because$ $\vec{a}=(\lambda,3),\vec{b}=(-2,4)$ $\therefore$ $2\vec{a}+\vec{b}=(2\lambda-2,10)$

又 $(2\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$ $\therefore$ $(2\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}$=0

$\therefore\ (2\lambda-2)\times(-2)+4\times10=0 \qquad \therefore \lambda=11$

（2）由 $\lambda=4$ ，可知 $\vec{a}=(4,3),\vec{b}=(-2,4)$

$\therefore\ \vec{a}\cdot\vec{b}=4 \quad |\vec{b}|=2\sqrt5 \quad \therefore |\vec{a}|\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{4}{2\sqrt5}=\frac{2\sqrt5}{5}$

18.已知： $f(\alpha)=\dfrac{\sin^2(\pi-\alpha)\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}{\tan(\pi-\alpha)\tan\alpha\cos^2(\pi-\alpha)}$

（1）化简 $f(\square)$；

（2）若 $\square$ 为第四象限角，且 $\sin\frac{\square}{2}+\cos\frac{\square}{2}=\frac{2\sqrt5}{5}$,求 $f(\square+\frac{\square}{3})$

考点：诱导公式，弦切互化，三角函数的公式；

分析：（1）利用诱导公式化简 $f(\square)$,（2）化简后再求值,对式子两边平方，利用 $\sin^2\frac{\alpha}{2}+\cos^2\frac{\alpha}{2}=1$ 这一关系。

答案：

（1） $f(\alpha)=\dfrac{\sin^2(\pi-\alpha)\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}{\tan(\pi-\alpha)\tan\alpha\cos^2(\pi-\alpha)}=\dfrac{-\sin^2\alpha\cdot\sin\alpha}{-\tan\alpha\cdot\tan\alpha\cos^2\alpha}=\sin\alpha$

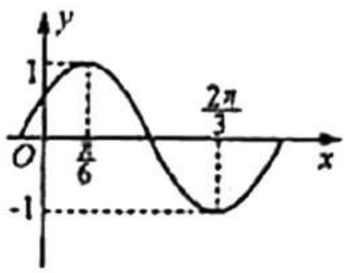
(2) $\sin\frac{\square}{2}+\cos\frac{\square}{2}=\frac{2\sqrt5}{5}$, $(\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2})^2=1+\sin\alpha=\frac45$

$\square\ \sin\square=-\frac15$, $\because\alpha$ 是第四象限， $\square\ \cos\square=\frac{2\sqrt6}{5}$ $\quad\therefore f(\alpha+\frac{\pi}{3})=\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})=\sin\alpha\cos\frac{\pi}{3}+\cos\alpha\sin\frac{\pi}{3}=\frac{6\sqrt2-1}{10}$

19、函数 $f(x)=A\sin(wx+\varphi)(A>0,w>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图像如图所示。

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）求函数 $f(x)$ 在 $[\pi,2\pi]$ 上的单调递增区间及其在 $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 上的值域。



考点：三角函数的图像和性质、单调性和值域

分析：根据图像可以得到振幅，周期等信息，利用公式求解出函数 $f(x)$ 的解析式，再结合解析式求解单调性和值域。

答案：（1）由图像可知 $A=1,\frac{T}{2}=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$,所以 $T=\pi$,

又$T=\frac{2\pi}{w}=\pi$,所以$w=2$，所以$f(x)=\sin(2x+\varphi)$，又$(\frac{\pi}{6},1)$在图像上，

所以$f(\frac{\pi}{6})=\sin(2\times\frac{\pi}{6}+\varphi)=1$，由题可知$\varphi=\frac{\pi}{6}$

所以$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

（2）$f(x)$的单调递增区间为$2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$，即

$2k\pi-\frac{2\pi}{3}\le 2x\le 2k\pi+\frac{\pi}{3}\ (k\in Z)$，即$k\pi-\frac{\pi}{3}\le x\le k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in Z)$，又$x\in[\pi,2\pi]$

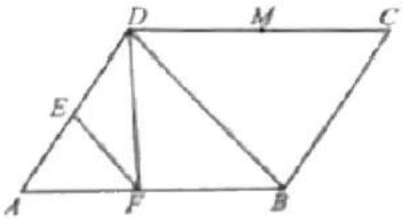
所以单调递增区间为$\left[\pi,\frac{7\pi}{6}\right]$，$\left[\frac{5\pi}{3},2\pi\right]$

当$x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{7\pi}{6},\frac{13\pi}{6}\right]$，根据函数的性质可得，值域为$\left[-1,\frac{1}{2}\right]$

20.(A)已知平行四边形$ABCD$中，$AD=1,\angle BAD=60°,M$为CD中点，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BM}=-\frac{1}{2}$.

(1)求AB的长.

(2) 设E,F为线段AD、AB上的动点，且$EF//BD$，求$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DF}$的最小值.



考点：平面向量基本运算

解析：$(1)\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BM}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CM})=(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB})(\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AD}^2+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2$

$=|\overrightarrow{AD}|^2+\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|\cos 60^\circ-\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2=1+\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{2}$

设$|\overrightarrow{AB}|=x$,则有$\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}=0$,解得$x=2$或$x=-\frac{3}{2}$，故$|\overrightarrow{AB}|=2$

$(2)\because EF//BD,\therefore\frac{AE}{AD}=\frac{AF}{AB}$,设$AE=\lambda AD,AF=\lambda AB$,

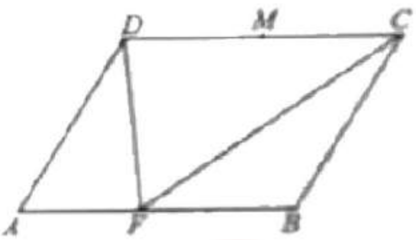
则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DF}=\lambda\overrightarrow{AD}\cdot(\lambda\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})=\lambda^2\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}-\lambda\overrightarrow{AD}^2=\lambda^2-\lambda$

$\lambda^2-\lambda=(\lambda-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$,故 $\lambda^2-\lambda$ 的最小值为 $-\frac{1}{4}$,$\therefore \overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DF}$ 的最小值为 $-\frac{1}{4}$.

20.（B）已知平行四边形 $ABCD$ 中，$AD=1$，$\angle BAD=60°$,M 为 CD 的中点，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BM}=-\frac{1}{2}$.

(1)求 AB 的长；

(2)设 F 为线段 AB 上的动点（不包含端点），求 $\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{DF}$ 的最小值，以及此时点 F 的位置.



考点：向量数量积与基底法的应用

分析：

（1）解：$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BM}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})(\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AD}^2-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=1-\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}^2|+\frac{1}{4}|\overrightarrow{AB}|=-\frac{1}{2}\ \therefore|\overrightarrow{AB}|=2$

（2）设 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}$,则 $\overrightarrow{CF}=-\overrightarrow{AD}-(1-\lambda)\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DF}=-\overrightarrow{AD}+\lambda\overrightarrow{AB}$

$\therefore\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{DF}=-\left[\overrightarrow{AD}+(1-\lambda)\overrightarrow{AB}\right](-\overrightarrow{AD}+\lambda\overrightarrow{AB})=-|\overrightarrow{AD}|^2+\lambda(1-\lambda)|\overrightarrow{AB}|^2+(2\lambda-1)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}\quad=-4\lambda^2+6\lambda-2$

所以当 $\lambda=\frac{3}{4}$ 时，$\therefore\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{DF}=\frac{1}{4}$ ，此时 F 为 AB 的四等分点（靠近 B）即 $AF=\frac{3}{2}$

21(A) 已知 $\vec{a}=(\sin\omega x,\cos\omega x),\vec{b}=(\cos\omega x,\sqrt{3}\cos\omega x)$ ，$f(x)=\vec{a}\vec{b}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，且函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π

（1） 求 ω 的值

（2） 若 $2\alpha+\frac{\pi}{3}$ $f(\alpha)=\frac{3}{5},-\frac{\pi}{6}<\alpha<\frac{\pi}{12},f(\beta)=-\frac{5}{13},-\frac{2\pi}{3}<\beta<-\frac{5\pi}{12}$ ，求 $\cos(2\alpha-2\beta)$ 的值

考点：向量与三角函数的综合

解析：（1）$f(x)=\vec{a}\vec{b}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin\omega x\cos\omega x+\sqrt{3}\cos^2\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\sin 2\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega x=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{3})$

周期为 π ，即 $\omega=1$

（2）$\cos(2\alpha-2\beta)=\cos[(2\alpha+\frac{\pi}{3})-(2\beta+\frac{\pi}{3})]=\cos(2\alpha+\frac{\pi}{3})\cos(2\beta+\frac{\pi}{3})+\sin(2\alpha+\frac{\pi}{3})\sin(2\beta+\frac{\pi}{3})$

$f(\alpha)=\frac{3}{5},-\frac{\pi}{6}<\alpha<\frac{\pi}{12},\sin(2\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{3}{5},0<2\alpha+\frac{\pi}{3}<\frac{\pi}{2},\therefore\cos(2\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{4}{5}$

$f(\beta)=-\frac{5}{13},-\frac{2\pi}{3}<\beta<-\frac{5\pi}{12},\sin(2\beta+\frac{\pi}{3})=-\frac{5}{13},-\pi<2\beta+\frac{\pi}{3}<-\frac{\pi}{2},\therefore\cos(2\beta+\frac{\pi}{3})=-\frac{12}{13}$

代入上式的 $\cos(2\alpha-2\beta)=\cos[(2\alpha+\frac{\pi}{3})-(2\beta+\frac{\pi}{3})]=\frac{4}{5}\times(-\frac{12}{13})+\frac{3}{5}\times(-\frac{5}{13})=-\frac{63}{65}$

21.已知 $\vec{a}=(\sin\omega x,\cos\omega x),\vec{b}=(\cos\omega x,\sqrt{3}\cos\omega x)$ ，$f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，且函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $\square$。

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）若关于 x 的方程 $2f(x\square\frac{\square}{6})+f(x+\frac{\square}{12})=m$ ，在 $[0,\square)$ 内有两个不同的解 $\square,\square$，求证 $\cos(2\square\square2\square)=\frac{2}{5}m^2\square1$.

考点：平面向量的坐标运算，三角函数的周期性，恒等变换公式与变换，函数与方程思想；

解析：（1）$f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\sin 2\omega x+\sqrt{3}\cos^2\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\sin 2\omega x+\sqrt{3}\frac{1+\cos 2\omega x}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{1}{2}\sin 2\square x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2\square x=\sin(2\square x+\frac{\square}{3})$

$\because T=\pi,T=\frac{2\pi}{2\omega},\therefore\omega=1$ $\square$ $f(x)=\sin(2x+\frac{\square}{3})$

（2）求证：$2f(x\square\frac{\square}{6})+f(x+\frac{\square}{12})=m$ ，$\square$ $2\sin[2(x\square\frac{\square}{6})+\frac{\square}{3}]+\sin[2(x+\frac{\square}{12})+\frac{\square}{3}]=m$

$\square$ $2\sin 2x+\cos 2x=m$ ，$\square$ $\begin{cases}2\sin 2x+\cos 2x=m\\ \sin^2 2x+\cos^2 2x=1\end{cases}$

$\square$ $5\sin^2 2x\square 4m\sin 2x+m^2\square 1=0$;

方程在 $[0,\square)$ 内有两个不同的解 $\square,\square$

$\therefore\sin 2\alpha+\sin 2\beta=\frac{4m}{5},\sin 2\alpha\cdot\sin 2\beta=\frac{m^2-1}{5},$

$\square$ $\cos 2\square\times\cos 2\square=(m\square 2\sin 2\square)(m\square 2\sin 2\square)$ $=m^2\square 2m(\sin 2\square+\sin 2\square)+4(\sin 2\square\times\sin 2\square)=\frac{m^2}{5}-\frac{4}{5}$

$\cos(2\alpha-2\beta)=\cos 2\alpha\cdot\cos 2\beta+\sin 2\alpha\cdot\sin 2\beta=\frac{m^2-4}{5}+\frac{m^2-1}{5}=\frac{2m^2}{5}-1$