



## 太原师范学院附属中学 2018-2019 学年第一学期

### 初三年级数学阶段考试卷

#### 一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列方程一定是一元二次方程的是（ ）

- A.  $3x^2 + \frac{2}{x} - 1 = 0$       B.  $5x^2 - 6y - 3 = 0$       C.  $ax^2 - x + 2 = 0$       D.  $3x^2 - 2x - 1 = 0$

【考点】一元二次方程的定义.

【难度星级】★

【答案】D

【解析】A 选项含有分式，B 选项为二元方程，C 选项中  $a$  有可能为 0.

2. 正方形具备而菱形不具备的性质是（ ）

- A. 对角线互相平分  
B. 对角线互相垂直  
C. 对角线相等  
D. 每条对角线平分一组对角

【考点】正方形和菱形的性质

【难度星级】★

【答案】C

【解析】正方形的对角线相等且互相垂直平分.

3. 方程  $(x-2)(x+3)=0$  的解是（ ）

- A.  $x=2$       B.  $x=-3$   
C.  $x_1=-2, x_2=3$       D.  $x_1=2, x_2=-3$

【考点】解一元二次方程

【难度星级】★

【答案】D

【解析】 $x-2=0$  或  $x+3=0$ .

4. 四边形  $ABCD$  的对角线互相平分，要使它成为矩形，需要添加的条件可以是（ ）

- A.  $AB=CD$       B.  $AD=BC$   
C.  $AB=BC$       D.  $AC=BD$

【考点】矩形的判定.

【难度星级】★

【答案】D

【解析】对角线相等的平行四边形为矩形.

# 工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





5. 已知关于  $x$  的方程  $x^2+bx+a=0$  的一个根是  $-a(a \neq 0)$ , 则  $a-b$  值为 ( )

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【考点】根的代入

【难度星级】★

【答案】A

【解析】 $a^2-ab+a=0 \Rightarrow a(a-b+1)=0 \Rightarrow a-b=-1$ .

6. 生物兴趣小组的学生, 将自己收集的标本向本组其他成员各赠送一件, 全组共互赠了 182 件, 如果全组有  $x$  名学生, 那么根据题意列出的方程是 ( )

A.  $x(x+1)=182$  B.  $x(x-1)=182$   
C.  $2x(x+1)=182$  D.  $x(1-x)=182 \times 2$

【考点】一元二次方程实际问题

【难度星级】★

【答案】B

【解析】送礼物, 问好可以类比双循环赛制; 握手可以类比单循环赛制.

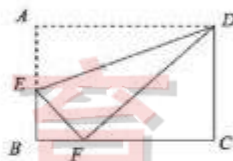
7. 如图, 矩形  $ABCD$  中, 点  $E$  在边  $AB$  上, 将矩形  $ABCD$  沿直线  $DE$  折叠, 点  $A$  恰好落在边  $BC$  的点  $F$  处, 若  $AE=5$ ,  $BF=3$ , 则  $CD$  的长是 ( )

A. 7  
B. 8  
C. 9  
D. 10

【考点】折叠问题

【难度星级】★

【答案】C



【解析】 $\because EF=AE=5, BF=3, \therefore BE=4, \therefore CD=AB=9$ .

8. 如图, 长方形纸片的宽为 1, 沿直线  $BC$  折叠, 得到重合部分  $\triangle ABC$ ,  $\angle BAC=30^\circ$ ,  $\triangle ABC$  的面积为 ( )

A. 1 B. 2  
C.  $\sqrt{3}$  D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】折叠问题

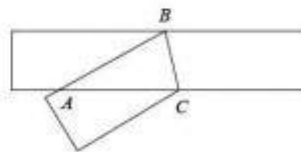
【难度星级】★★

【答案】A

【解析】过点  $B$  作  $BD \perp AC$ , 垂足为  $D$ .  $\because BD=1, \therefore AB=2$ .

又  $\because \angle BAC=30^\circ, \therefore \angle ABC=\frac{180^\circ-30^\circ}{2}=75^\circ, \therefore \angle ACB=75^\circ, \therefore AC=AB=2$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 1$$

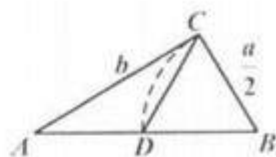




9. 欧几里得的《原本》记载，形如  $x^2 + ax = b^2$  的方程的图解法是：如图，画  $\text{Rt}\triangle ABC$  使  $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$BC = \frac{a}{2}$ ， $AC = b$ ，再在斜边  $AB$  上截取  $BD = \frac{a}{2}$ ，则该方程的一个正根是（ ）

- A.  $AC$  的长
- B.  $AD$  的长
- C.  $BC$  的长
- D.  $CD$  的长



【考点】解一元二次方程

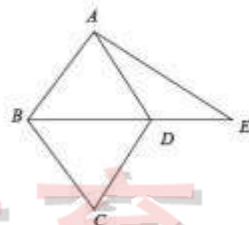
【难度星级】★★

【答案】B

【解析】配方法  $x^2 + ax + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ ，对比图形可确定选 B.

10. 如图，四边形  $ABCD$  为菱形，点  $D$  在线段  $BE$  上，若  $AB = 17$ ， $BD = 16$ ， $AE = 25$ ，则  $DE$  的长为（ ）

- A. 8
- B. 9
- C. 11
- D. 12



【考点】菱形的性质

【难度星级】★★

【答案】D

【解析】连接  $AC$ ，交  $BD$  于点  $O$ ， $\therefore AC \perp BD$ ， $\because AB = 17$ ， $BO = \frac{16}{2} = 8$ ， $\therefore AO = 15$

又  $\because AE = 25$ ， $\therefore OE = 20$ ， $\therefore DE = 20 - 8 = 12$ 。

# 工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

## 二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

11. 方程  $(x-1)(x+2) = 2(x+2)$  的根是\_\_\_\_\_。

【考点】解一元二次方程

【难度星级】★

【答案】 $x_1 = 3, x_2 = -2$

【解析】 $(x-1)(x+2) = 2(x+2) \Rightarrow (x-1-2)(x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -2$ 。

12. 若将方程  $x^2 + 6x = 7$  化为  $(x+m)^2 = 16$ ，则  $m =$ \_\_\_\_\_。

【考点】配方法解方程

【难度星级】★

【答案】3

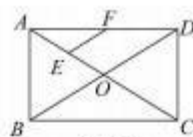
【解析】 $x^2 + 6x = 7 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 16 \Rightarrow (x+3)^2 = 16$ 。







13. 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ , 点  $E$ 、 $F$  分别是  $AO$ 、 $AD$  的中点, 若  $AB=6\text{cm}$ ,  $BC=8\text{cm}$ , 则  $\triangle AEF$  的周长=\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



13题图

【考点】矩形的性质

【难度星级】★

【答案】9

【解析】 $\because AB=6\text{cm}, BC=8\text{cm}, \therefore AC=BD=10\text{cm}, OA=OD=5\text{cm}$

$\because E, F$  分别是  $AO, AD$  的中点,  $\therefore EF$  为  $\triangle AOD$  的中位线,  $\therefore AE=2.5, EF=2.5$ ,

$\therefore$  周长为  $2.5+2.5+4=9$ .

14. 在“低碳生活, 绿色出行”的倡导下, 自行车正逐渐成为人们喜爱的交通工具, 某运动商城自 2018 年起自行车的销售量逐月增加, 据统计, 该商城一月份销售自行车 150 辆, 第一季度共销售自行车 600 辆, 设二、三月份平均增长率相同, 均为  $x$ , 可列出方程为\_\_\_\_\_.

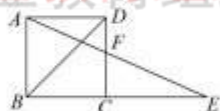
【考点】增长率问题

【难度星级】★

【答案】 $150+150(1+x)+150(1+x)^2=600$

【解析】注意第一季度的销售量是一, 二, 三月份销售量的和.

15. 如图,  $E$  为正方形  $ABCD$  边  $BC$  延长线上一点, 且  $CE=BD$ ,  $AE$  交  $DC$  于  $F$ , 则  $\angle AFC$ =\_\_\_\_\_°.



15题图

【考点】正方形的性质

【难度星级】★

【答案】112.5

【解析】 $x+3=0 \because CE=BD=AC, \therefore \angle CAE=\angle CEA, \therefore \angle CAE=\angle DAE=22.5^\circ, \therefore \angle AFC=22.5^\circ+90^\circ=112.5^\circ$ .

16. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2-2x+1=0$  有两个不相等的实数根, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【考点】根与判别式的关系

【难度星级】★

【答案】 $a<1$  且  $a\neq 0$

【解析】一元二次方程  $\Rightarrow a\neq 0$

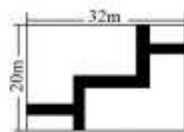
两个不相等的实数根  $\Rightarrow \Delta=4-4a>0 \Rightarrow a<1$

$\therefore a<1$  且  $a\neq 0$ .





17. 如图, 在宽为  $20m$ , 长为  $32m$  的矩形地面上修筑同样宽的道路(图中阴影部分), 余下的部分种上草坪, 要使草坪的面积为  $540m^2$ , 则道路的宽为  $\underline{\hspace{1cm}}m$ .



17题图

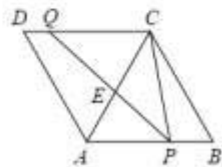
【考点】一元二次方程的应用-面积问题

【难度星级】★

【答案】2

【解析】假设道路的宽度为  $x$ , 依题意可得  $(32-x)(20-x)=540$ , 化简可得  $(x-2)(x-50)=0$ , 解得  $x_1=2, x_2=50$ ,  $x=50$  不符合题意, 应该舍去.

18. 如图, 菱形  $ABCD$  的边长为 8,  $\angle B=60^\circ$ ,  $P$  是  $AB$  上一点,  $BP=3$ ,  $Q$  是  $CD$  边上一动点, 将梯形  $APQD$  沿直线  $PQ$  折叠,  $A$  的对应点  $A'$ , 当  $CA'$  的长度最小时,  $CQ$  的长为  $\underline{\hspace{1cm}}$ .



【考点】几何最值综合

【难度星级】★★★

【答案】7

【解析】作  $CH \perp AB$  于  $H$ , 如图,  $\because$  菱形  $ABCD$  的边  $AB=8$ ,  $\angle B=60^\circ$ .

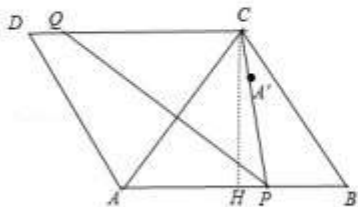
$\therefore \triangle ABC$  为等边三角形,  $\therefore CH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = 4\sqrt{3}$ ,  $AH=BH=4$ ,

$\because PB=3$ ,  $\therefore HP=1$ , 在  $Rt\triangle CHP$  中,  $CP = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 1^2} = 7$ .

$\because$  梯形  $APQD$  沿直线  $PQ$  折叠,  $A$  的对应点  $A'$ ,  $\therefore$  点  $A'$  在以  $P$  点为圆心,  $PA$  为半径的弧上,

$\therefore$  当点  $A'$  在  $PC$  上时,  $CA'$  的值最小,  $\therefore \angle APQ = \angle CPQ$ , 而  $CD \parallel AB$ ,

$\therefore \angle APQ = \angle CQP$ ,  $\therefore \angle CQP = \angle CPQ$ ,  $\therefore CQ = CP = 7$ .





### 三、解答题 (共 5 小题, 共 46 分)

19. (本题满分 16 分) 用恰当的方法解下列一元二次方程:

(1)  $3x^2 - 12 = 0$

(2)  $(40 - x)(20 + 2x) = 1050$

(3)  $2x^2 - 4x - 5 = 0$

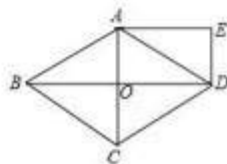
(4)  $2x + 6 = (x + 3)^2$

【考点】一元二次方程的基本解法

【难度星级】★

【答案】(1)  $x_1 = 2, x_2 = -2$  (2)  $x_1 = 5, x_2 = 25$  (3)  $x_1 = \frac{2 + \sqrt{14}}{2}, x_2 = \frac{2 - \sqrt{14}}{2}$  (4)  $x_1 = -1, x_2 = -3$

20. (本题满分 5 分) 如图, 菱形  $ABCD$  的对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 且  $DE \parallel AC, AE \parallel BD$ . 求证: 四边形  $AODE$  是矩形.



【考点】矩形的判定定理

【难度星级】★

【答案】见解析

【解析】∵ 四边形  $ABCD$  为菱形,

∴  $AC \perp BD$ ,

∴  $\angle AOD = 90^\circ$ ,

∵  $DE \parallel AC, AE \parallel BD$ ,

∴ 四边形  $AODE$  为平行四边形, ∴ 四边形  $AODE$  是矩形.

# 工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





21. (本题满分7分) 小东在解一元二次方程时, 发现有这样一种解法:

如: 解方程  $x(x+4)=6$ .

解: 原方程可变形, 得

$$[(x+2)-2][(x+2)+2]=6$$

$$(x+2)^2 - 2^2 = 6$$

$$(x+2)^2 = 6 + 2^2$$

$$(x+2)^2 = 10$$

直接开平方并整理, 得  $x_1 = -2 + \sqrt{10}$ ,  $x_2 = -2 - \sqrt{10}$ .

我们称这种解法为“平均数法”.

(1) 下面是小东用“平均数法”解方程  $(x+2)(x+6)=5$  时写的解题过程.

解: 原方程可变形, 得

$$[(x+\square)-\bigcirc][(x+\square)+\bigcirc]=5$$

$$(x+\square)^2 - \bigcirc^2 = 5$$

$$(x+\square)^2 = 5 + \bigcirc^2$$

直接开平方并整理, 得  $x_1 = \star$ ,  $x_2 = \square$ .

则上述过程中的“□”、“○”、“☆”、“□”表示的数分别为 \_\_\_\_\_.

(2) 请用“平均数法”解方程:  $(x-3)(x+1)=5$

【考点】一元二次方程的应用, 阅读材料型

【难度星级】★★

【答案】(1) 4, 2, -1, -7 (最后两个答案可以交换位置) (2)  $x_1 = 4, x_2 = -2$

【解析】(1) 4, 2, -1, -7 (最后两空可交换顺序);

故答案为: 4, 2, -1, -7;

$$(2) (x-3)(x+1)=5;$$

原方程可变形, 得  $[(x-1)-2][(x-1)+2]=5$ ,

$$\text{整理得: } (x-1)^2 - 2^2 = 5,$$

$$(x-1)^2 = 5 + 2^2, \text{ 即 } (x-1)^2 = 9,$$

直接开平方并整理, 得  $x_1 = 4, x_2 = -2$ .







22. (本题满分8分) 中秋感人诗句:原以为风花雪月都是景,才知道油盐柴米皆是诗!中秋节来临之际,某公司投资新建了一商场,共有商铺30间,据预测,当每间的年租金定为10万元时,可全部租出.每间的年租金每增加5000元,少租出商铺1间,该公司要为租出的商铺每间每年交各种费用1万元,未租出的商铺每间每年交各种费用5000元

- (1) 当每间商铺的年租金定为13万元时,能租出\_\_\_\_\_间.  
(2) 当每间商铺的年租金定为多少万元时,该公司的年收益(收益=租金-各种费用)为275万元?

【考点】一元二次方程的应用-每每问题

【难度星级】★★

【答案】(1)24 (2)15 或 10.5

【解析】(1)  $\because 30 - (130000 - 100000) \div 5000 = 30 - 6 = 24$ ,

$\therefore$  能租出24间;

(2) 设每间商铺的年租金增加  $x$  万元, 则

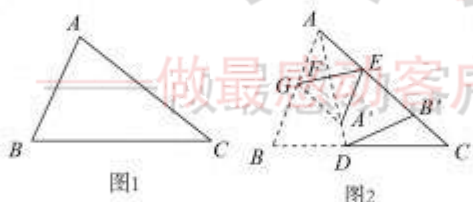
$$(30 - \frac{x}{0.5}) \times (10 + x) - (30 - \frac{x}{0.5}) \times 1 - \frac{x}{0.5} \times 0.5 = 275,$$

整理, 得  $2x^2 - 11x + 5 = 0$ , 解得  $x = 5$  或  $0.5$ ,

$\therefore$  每间商铺的年租金定为10.5万元或15万元;

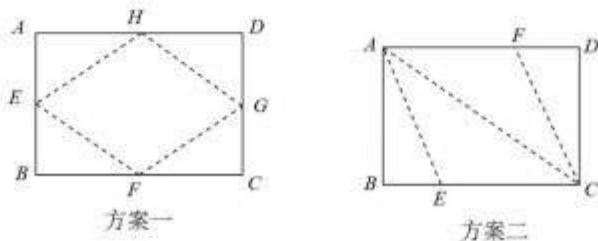
23. (本题满分10分) 综合与实践

**探究一:** 如图1, 你能用一张锐角三角形纸片  $ABC$  折出一个菱形, 使  $\angle A$  为菱形的一个内角吗?



小明的作法如下: 先折出  $\angle A$  的平分线, 与  $BC$  交于点  $D$ , 然后折叠  $\angle A$ , 使点  $A$  落在  $AD$  上, 记为点  $A'$  (如图2), 折痕为  $EG$ , 再折出  $A'E$ ,  $A'G$ . 展开后, 就可以得到如图标注为  $AGA'E$  的菱形, 请你说明小明做法的正确性.

**探究二:** 在一张长12cm、宽5cm的矩形纸片内折出一个菱形. 小华按照取两组对边中点的方法折出菱形  $EFGH$  (见方案一), 小丽沿矩形的对角线  $AC$  折出  $\angle CAE = \angle CAD$ ,  $\angle ACF = \angle ACB$  的方法得到菱形  $AE CF$  (见方案二)



- (1) 小华折出的菱形面积是\_\_\_\_\_.  
(2) 计算小丽同学折出的菱形  $AECF$  的面积.  
(3) 若在小丽所作图的  $AC$  上一动点点  $P$ , 点  $M$ 、 $N$  分别为  $AF$ 、 $CF$  的中点, 则  $PM + PN$  的最小值是\_\_\_\_\_.







【考点】四边形与三大变换综合

【难度星级】★★★

【答案】探究一：见解析 探究二：(1)30 (2) $\frac{845}{24}$  (3) $\frac{169}{24}$

【解析】探究一：作 $\angle A$ 的平分线交 $BC$ 于点 $D$ ，作 $AA'$ 的垂直平分线分别交 $AB$ ， $AC$ 于点 $G$ ， $E$ 。

由折叠的性质，易得 $GA=GA'$ ， $EA=EA'$

易证明 $\triangle FAG \cong \triangle FAE$  (ASA)，易得 $AG=AE$

所以 $AG=GA'=A'E=EA$

所以四边形 $AEMF$ 就是菱形。

探究二：(1) $S_{\text{菱形}} = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}.$

(2)设 $CE=x$ ，则 $BE=12-x$ ， $\therefore AE=x$ ，

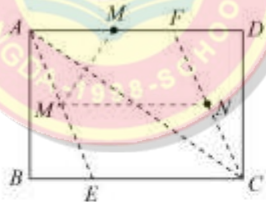
在 $\triangle ABE$ 中列勾股方程： $25 + (12-x)^2 = x^2$ ， $\therefore x = \frac{169}{24}$ ， $\therefore S_{\text{菱形}} = \frac{169}{24} \times 5 = \frac{845}{24}$

(3)如图所示，作出 $M$ 点关于 $AC$ 的对称点 $M'$ ，连接 $M'N$

易得 $PM+PN$ 的最小值转化为 $M'N$ 的线段长度。(将军饮马图可得)

$\because M'$ 为 $AE$ 的中点， $N$ 为 $CF$ 的中点， $\therefore M'N=CE$

$\therefore M'N = \frac{169}{24}$



# 工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

