



## 山西大学附中

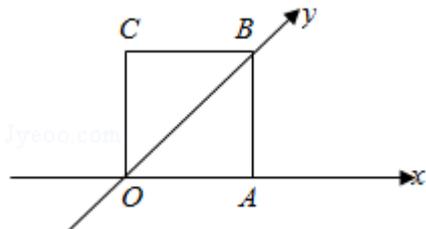
2018~2019 学年高二第一学期 10 月（总第二次）模块诊断

### 数 学 试 题

考试时间：110 分钟 满分：150 分 命题人：燕翔 审核人：高二数学组

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中只有一个选项符合题目要求）

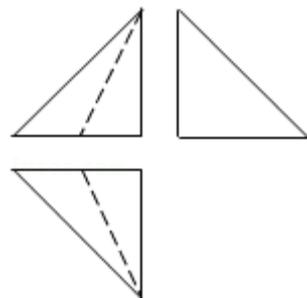
- 一个几何体有 6 个顶点，则这个几何体不可能是（ ）  
A. 三棱柱                  B. 三棱台                  C. 五棱锥                  D. 四面体
- 下列说法正确的个数（ ）  
①空间中三条直线交于一点，则这三条直线共面  
②梯形可以确定一个平面  
③如果一个角的两边分别平行于另一个角的两边，则这两个角相等  
④  $A \in \alpha, A \in \beta$  且  $\alpha \cap \beta = l$ ，则  $A$  在  $l$  上  
A. 1                  B. 2                  C. 3                  D. 4
- 已知  $m, n$  表示两条不同直线， $\alpha$  表示平面，则下列说法正确的是（ ）  
A. 若  $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$ ，则  $m \parallel n$                   B. 若  $m \perp \alpha, n \subset \alpha$ ，则  $m \perp n$   
C. 若  $m \perp \alpha, m \perp n$ ，则  $n \parallel \alpha$                   D. 若  $m \parallel \alpha, m \perp n$ ，则  $n \perp \alpha$
- 下列关于简单几何体的说法中正确的是（ ）  
①有两个面互相平行，其余各面都是平行四边形的多面体是棱柱  
②有一个面是多边形，其余各面都是三角形的几何体是棱锥  
③在斜二测画法中，与坐标轴不平行的线段的长度在直观图中有可能保持不变  
④有两个底面平行且相似，其余各面都是梯形的多面体是棱台  
⑤空间中到定点的距离等于定长的所有点的集合是球面  
A. ③④⑤                  B. ③⑤                  C. ④⑤                  D. ①②⑤
- 如图，正方形  $OABC$  的边长为 1，它是水平放置的一个平面图形的直观图，则原图形的周长是（ ）  
A. 8                  B. 6  
C.  $2(1+\sqrt{3})$                   D.  $2(1+\sqrt{2})$
- 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ ， $M$  为  $A_1B_1$  的中点，则异面直线  $AM$  与  $B_1C$  所成角的余弦值为（ ）  
A.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$                   B.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$                   C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                   D.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$





7. 如图是一个四面体的三视图, 这个三视图均是腰长为 2 的等腰直角三角形, 正视图和俯视图中的虚线是三角形的中线, 则该四面体的体积为 ( )

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{4}{3}$                       C.  $\frac{8}{3}$                       D. 2

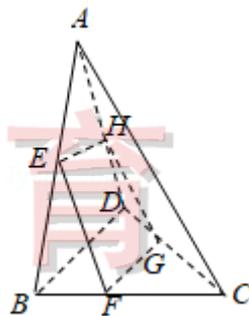


8. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=BC=2$ ,  $\angle ACB=120^\circ$ , 若  $\triangle ABC$  绕直线  $BC$  旋转一周, 则所形成的几何体的表面积是 ( )

- A.  $\left(6 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\pi$                       B.  $\frac{3}{2}\pi$                       C.  $(6 + 2\sqrt{3})\pi$                       D.  $(6 + \sqrt{3})\pi$

9. 如图, 在空间四边形  $ABCD$  中, 点  $E, H$  分别是边  $AB, AD$  的中点,  $F, G$  分别是边  $BC, CD$  上的点,  $\frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CD} = \frac{2}{3}$ , 则 ( )

- A.  $EF$  与  $GH$  互相平行  
 B.  $EF$  与  $GH$  异面  
 C.  $EF$  与  $GH$  的交点  $M$  可能在直线  $AC$  上, 也可能不在直线  $AC$  上  
 D.  $EF$  与  $GH$  的交点  $M$  一定在直线  $AC$  上



10. 在正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 侧棱长为  $\sqrt{2}$ , 底面三角形的边长为 1, 则  $BC_1$  与侧面  $ACC_1A_1$  所成角的大小为 ( )

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$

11. 在正三棱锥  $P-ABC$  中, 三条侧棱两两垂直且侧棱长为 1, 则点  $P$  到平面  $ABC$  的距离为 ( )

- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

12. 已知矩形  $ABCD$ ,  $AB=1$ ,  $BC=\sqrt{2}$ . 将  $\triangle ABD$  沿矩形的对角线  $BD$  所在的直线进行翻折, 则在翻折过程中 ( )

- A. 存在某个位置, 使得直线  $AC$  与直线  $BD$  垂直  
 B. 存在某个位置, 使得直线  $AB$  与直线  $CD$  垂直  
 C. 存在某个位置, 使得直线  $AD$  与直线  $BC$  垂直  
 D. 对任意位置, 三对直线“ $AC$  与  $BD$ ”, “ $AB$  与  $CD$ ”, “ $AD$  与  $BC$ ”均不垂直



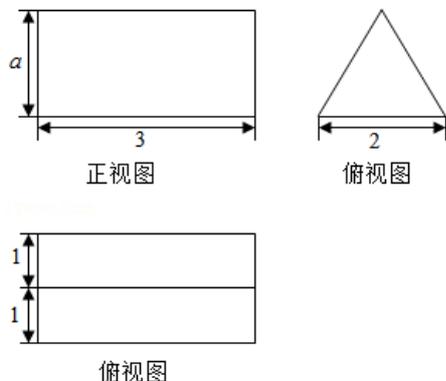


## 二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知长方体的长宽高分别为 1, 2, 3, 则其外接球的表面积为\_\_\_\_\_.

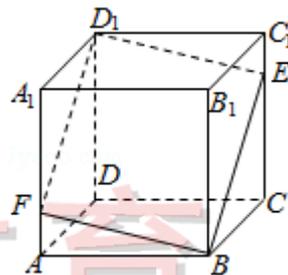
14. 已知半径为 1 的球与正三棱柱的六个面都相切, 则三棱柱的体积为\_\_\_\_\_.

15. 如图是一个几何体的三视图, 若它的体积是 3, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.



16. 如图, 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 点  $E$  是棱  $CC_1$  上的一个动点, 平面  $BED_1$  交棱  $AA_1$  于点  $F$ . 下列命题正确的为\_\_\_\_\_.

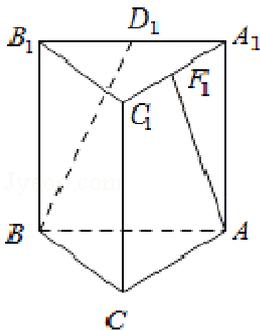
- ① 存在点  $E$ , 使得  $A_1C_1 \parallel$  平面  $BED_1F$
- ② 对于任意的点  $E$ , 平面  $A_1C_1D \perp$  平面  $BED_1F$
- ③ 存在点  $E$ , 使得  $B_1D \perp$  平面  $BED_1F$
- ④ 对于任意的点  $E$ , 四棱锥  $B_1 - BED_1F$  的体积均不变



## 三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (10 分) 如图, 直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $\angle CAB = \frac{\pi}{2}$ ,  $D_1, F_1$  分别是  $A_1B_1, A_1C_1$  的中点, 若  $BA = CA = AA_1$ ,

求异面直线  $BD_1, AF_1$  所成角的余弦值.

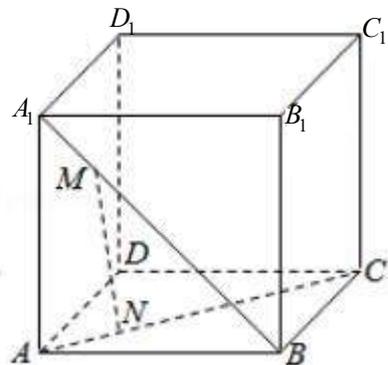




18. (12分)如图,已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 3,  $M, N$  分别为  $A_1B, AC$  上的点,且  $A_1M = AN = \sqrt{2}$ .

(1) 求证:  $MN \parallel$  平面  $BB_1C_1C$ .

(2) 求  $MN$  的长.



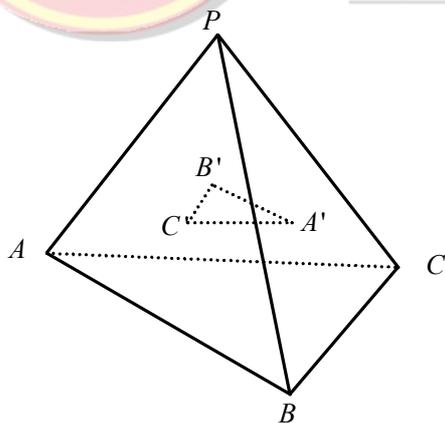
# 工大教育

19. (12分)如图,  $P$  是  $\triangle ABC$  所在平面外一点,  $A', B', C'$  分别是  $\triangle PBC, \triangle PCA, \triangle PAB$  的重心.

(I) 求证: 平面  $A'B'C' \parallel$  平面  $ABC$ ;

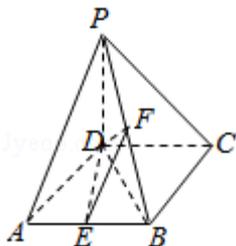
(II) 求  $\triangle A'B'C'$  与  $\triangle ABC$  的面积比.

——做最感动客户的专业教育组织

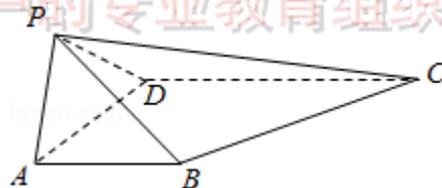




20. (12分) 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PD \perp$  底面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  为正方形,  $PD=DC$ ,  $E$ 、 $F$  分别是  $AB$ 、 $PB$  的中点.
- (1) 求证:  $EF \perp CD$ ;
  - (2) 求  $DB$  与平面  $DEF$  所成角的正弦值.



21. (12分) 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA=PD=2$ ,  $\angle APD=90^\circ$ , 底面为梯形,  $AB \parallel CD$ ,  $CD=2AB$  且  $AB \perp$  平面  $PAD$ .
- (1) 证明: 平面  $PAB \perp$  平面  $PCD$ ;
  - (2) 当异面直线  $PA$  与  $BC$  所成角为  $60^\circ$  时, 求四棱锥  $P-ABCD$  的体积.



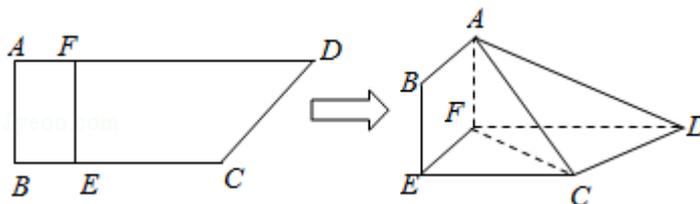


22. (12分) 如图, 四边形  $ABCD$  中,  $AB \perp AD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $AD=6$ ,  $BC=2AB=4$ ,  $E$ 、 $F$  分别在  $BC$ 、 $AD$  上,  $EF \parallel AB$ , 现将四边形  $ABCD$  沿  $EF$  折起, 使  $BE \perp EC$ .

(1) 若  $BE=1$ , 在折叠后的线段  $AD$  上是否存在一点  $P$ , 使得  $CP \parallel$  平面  $ABEF$ ? 若存在, 求出  $\frac{AP}{PD}$  的值;

若不存在, 说明理由.

(2) 求三棱锥  $A - CDF$  的体积的最大值, 并求此时点  $F$  到平面  $ACD$  的距离.



# 工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

