



太原师院附中 师苑中学 2018——2019 学年高一第一学期

第一次月考 数学试题

出题人: 王世峰 审题人: 白鹏恩

考试时间: 90 分钟 满分: 100 分

一、选择题 (共 12 小题, 每小题 3 分, 共计 36 分)

1. 下列关系不正确的是 ( )

- A.  $1 \in N$       B.  $\sqrt{2} \in R$       C.  $\{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$       D.  $\emptyset = \{0\}$

【答案】D

【难度】易

【考点】集合

2. 将集合  $\left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases} \right\}$  用列举法表示, 正确的是 ( )

- A.  $\{2, 3\}$       B.  $\{(2, 3)\}$       C.  $\{x=2, y=3\}$       D.  $(2, 3)$

【答案】B

【难度】易

【考点】集合

3. 已知  $A = \{1, 2, 9a^2 - 1\}$ ,  $B = \{1, 3\}$ ,  $A \cap B = \{1, 3\}$ , 则  $a =$  ( )

- A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{3}{2}$       C.  $\pm \frac{2}{3}$       D.  $\pm \frac{3}{2}$

【答案】C

【难度】易

【考点】集合运算

4. 设全集  $U = \{x \in N \mid x \leq 6\}$ ,  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap B$  等于 ( )

- A.  $\{0, 2\}$       B.  $\{5\}$       C.  $\{1, 3\}$       D.  $\{4, 6\}$

【答案】D

【难度】易

【考点】集合运算

5. 已知集合  $M = \{y \mid y = -x^2 + 1\}$ ,  $P = \{x \mid y = 2x + 1\}$ , 则集合  $M$  与  $P$  的关系是 ( )

- A.  $M = P$       B.  $P \in M$       C.  $M \subsetneq P$       D.  $P \subsetneq M$

【答案】C

【难度】易

【考点】集合运算





6. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 1 < 0\}$ , 集合  $B = \{x | x^2 - 3x < 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{x | 0 < x < 1\}$       B.  $\{x | 0 < x < 3\}$       C.  $\{x | -1 < x < 1\}$       D.  $\{x | -1 < x < 3\}$

【答案】A

【难度】中

【考点】集合运算

7. 下列各组函数中表示同一函数的是 ( )

- A.  $f(x) = \sqrt{x^2}$ ,  $g(x) = (\sqrt{x})^2$       B.  $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ ,  $g(x) = x+1$   
C.  $f(x) = |x|$ ,  $g(x) = \sqrt{x^2}$       D.  $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$ ,  $g(x) = \sqrt{x^2-1}$

【答案】C

【难度】易

【考点】函数概念

8. 函数  $y = \sqrt{-x^2 - 6x - 5}$  的值域为 ( )

- A.  $[0, 4]$       B.  $(-\infty, 4]$       C.  $[0, +\infty)$       D.  $[0, 2]$

【答案】D

【难度】中

【考点】复合函数的值域

9. 设函数  $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$ , 若  $f(a) = 4$ , 则实数  $a$  的值为 ( )

- A. 2, -4      B.  $\pm 2$ , -4      C. 2, 4      D.  $\pm 2$ ,  $\pm 4$

【答案】A

【难度】易

【考点】分段函数

10. 已知  $f(x^2 - 1)$  的定义域为  $[0, 3]$ , 则  $f(2x - 1)$  的定义域是 ( )

- A.  $\left(0, \frac{9}{2}\right)$       B.  $\left[0, \frac{9}{2}\right]$       C.  $\left(-\infty, \frac{9}{2}\right)$       D.  $\left(-\infty, \frac{9}{2}\right]$

【答案】B

【难度】中

【考点】抽象函数的定义域

11. 已知函数  $f(x)$  是  $\mathbb{R}$  上的增函数,  $A(0, -1)$ ,  $B(3, 1)$  是其图象上的两点, 那么  $|f(x)| < 1$  的解集是 ( )

- A.  $(-3, 0)$       B.  $(0, 3)$       C.  $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$       D.  $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$

【答案】B

【难度】易

【考点】函数的单调性





12. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 6, & x \geq 0 \\ 3x + 4, & x < 0 \end{cases}$ , 若互不相等的实数  $x_1, x_2, x_3$  满足  $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$ , 则  $x_1 + x_2 + x_3$

的取值范围是 ( )

- A.  $\left(\frac{11}{3}, 6\right]$       B.  $\left(\frac{20}{3}, \frac{26}{3}\right)$       C.  $\left(\frac{20}{3}, \frac{26}{3}\right]$       D.  $\left(\frac{11}{3}, 6\right)$

【答案】D

【难度】中

【考点】函数图象

## 二、填空题 (共 4 小题, 每小题 4 分, 共计 16 分)

13. 设全集  $U = \{x \in \mathbb{N}^* | x < 8\}$ ,  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{2, 4, 5\}$ , 则  $\complement_U(A \cup B) =$  \_\_\_\_\_.

【答案】 $\{6\}$

【难度】易

【考点】集合运算

14. 已知集合  $A = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \{x | x > a\}$  且满足  $A \cap B = \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

【答案】 $[1, +\infty)$

【难度】易

【考点】集合运算

15. 设  $f(x) = \begin{cases} x - 2, & x \geq 10 \\ f[f(x + 6)], & x < 10 \end{cases}$ , 则  $f(5)$  的值为 \_\_\_\_\_.

【答案】11

【难度】中

【考点】分段函数求值

16. 设  $\mathbb{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x+2) = 3f(x)$ , 当  $0 \leq x \leq 2$  时,  $f(x) = x^2 - 2x$ , 则当  $x \in [-4, -2]$  时,  $f(x)$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

【答案】 $-\frac{1}{9}$

【难度】中

【考点】对应法则

## 三、解答题 (共 5 小题, 共计 48 分)

17. (8 分) 已知全集  $U = \mathbb{R}$ , 集合  $A = \{x | 1 \leq x < 4\}$ ,  $B = \{x | 3x - 1 < x + 5\}$ ,

求: (1)  $A \cap B$ ;

(2)  $(\complement_U A) \cup B$ .

【答案】(1)  $[1, 3)$  (2)  $(-\infty, 3] \cup [4, +\infty)$

【难度】易

【考点】集合运算





18. (10 分) 若  $f(x) = x^2 + bx + c$ , 且  $f(1) = 0$ ,  $f(3) = 0$ , 求: ①  $b$  与  $c$  的值; ② 用定义证明  $f(x)$  在  $(2, +\infty)$

上为增函数.

【答案】①  $b = -4, c = 3$  ② 见解析

【难度】易

【考点】待定系数法求解析式, 函数单调性的证明

【解析】① 由题意得  $\begin{cases} f(1) = 1 + b + c = 0 \\ f(3) = 9 + 3b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$

② 函数解析式为  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

任取  $x_1, x_2 \in (2, +\infty)$  且  $x_1 < x_2$

$$f(x_1) - f(x_2) = x_1^2 - 4x_1 + 3 - x_2^2 + 4x_2 - 3$$

$$= (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) - 4(x_1 - x_2)$$

$$= (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 4)$$

$\because x_1 < x_2$ , 且  $x_1, x_2 \in (2, +\infty)$ ,  $\therefore x_1 - x_2 < 0$  且  $x_1 + x_2 - 4 > 0 \therefore f(x_1) - f(x_2) < 0 \therefore f(x)$  在  $(2, +\infty)$

上单调递增。

19. (10 分) 某租赁公司拥有汽车 100 辆, 当每辆车的月租金为 3000 元时, 可全部租出. 当每辆车的月租金每增加 50 元时, 未租出的车将会增加一辆. 租出的车每辆每月需要维护费 150 元, 未租出的车每辆每月需要维护费 50 元.

(1) 当每辆车的月租金定为 3600 元时, 能租出多少辆车?

(2) 当每辆车的月租金定为多少元时, 租赁公司的月收益最大? 最大月收益是多少?

【答案】(1) 88 辆 (2) 月租金定为 4050 元时, 租赁公司的月收益最大, 最大月收益是 307050 元.

【难度】中

【考点】函数值域

【解析】(1) 由题意得  $(3600 - 3000) \div 50 = 12$  (辆)

$$100 - 12 = 88 \text{ (辆)}$$

答: 能租 88 辆。

(2) 设月租金为  $x$  元, 未租出的车辆  $\frac{x-3000}{50}$  辆, 租出的车辆  $100 - \frac{x-3000}{50} = 160 - \frac{x}{50}$  辆, 收益为  $y$  元,

$$y = x \left( 160 - \frac{x}{50} \right) - 150 \left( 160 - \frac{x}{50} \right) - 50 \left( \frac{x}{50} - 60 \right)$$

$$= -\frac{1}{50}(x - 4050)^2 + 307050$$

答: 月租金定为 4050 元时, 租赁公司的月收益最大, 最大月收益是 307050 元。





20. (10 分) 设全集是实数集  $\mathbf{R}$ ,  $A = \{x | 2x^2 - 7x + 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 + a < 0\}$ .

(1) 当  $a = -4$  时, 求  $A \cap B$  和  $A \cup B$ ;

(2) 若  $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

**【答案】** (1)  $A \cap B = \left[\frac{1}{2}, 2\right)$ ,  $A \cup B = (-2, 3]$  (2)  $a \geq -\frac{1}{4}$

**【难度】** 中

**【考点】** 集合的运算

**【解析】** (1) 由题意得  $A = \left[\frac{1}{2}, 3\right]$ , 当  $a = -4$  时,  $B = (-2, 2)$ , 得  $A \cap B = \left[\frac{1}{2}, 2\right)$ ,  $A \cup B = (-2, 3]$

(2)  $\complement_{\mathbf{R}} A = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup (3, +\infty)$ , 若  $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = B$ , 则  $B \subseteq \complement_{\mathbf{R}} A$

①  $B = \emptyset$ ,  $a \geq 0$

②  $B \neq \emptyset$ ,  $a < 0$ ,  $x^2 < -a \Rightarrow -\sqrt{-a} < x < \sqrt{-a}$ ,  $\sqrt{-a} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow a \geq -\frac{1}{4}$

综上  $a \geq -\frac{1}{4}$ .

21. (10 分) 已知函数  $f(x)$  对一切实数  $x, y$  都有  $f(x+y) - f(y) = x(x+2y+1)$  成立, 且  $f(1) = 0$ .

(1) 求  $f(0)$  的值;

(2) 求  $f(x)$  的解析式;

(3) 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 当  $0 < x < \frac{1}{2}$  时, 不等式  $f(x) + 3 < 2x + a$  恒成立的  $a$  的集合记为  $A$ , 当  $x \in [-2, 2]$  时, 使  $g(x) = f(x) - bx$  是单调函数的  $b$  的集合记为  $B$ . 求  $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$  ( $\mathbf{R}$  为全集)

**【答案】** (1)  $f(0) = -2$  (2)  $f(x) = x^2 + x - 2$  (3)  $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = [1, 5)$

**【难度】** 难

**【考点】** 抽象函数赋值, 函数单调性, 恒成立

**【解析】** (1)  $y = 0 \Rightarrow f(x) - f(0) = x(x+1)$ , 令  $x = 1 \Rightarrow f(1) - f(0) = 2 \Rightarrow f(0) = -2$

(2) 令  $y = 0 \Rightarrow f(x) + 2 = x^2 + x \Rightarrow f(x) = x^2 + x - 2$

(3)  $f(x) + 3 < 2x + a$

$$x^2 + x + 1 < 2x + a$$

$$x^2 - x + 1 < a$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} < a \Rightarrow a \geq 1, \therefore A = [1, +\infty)$$

$$g(x) = f(x) - bx = x^2 + x - 2 - bx = x^2 + (1-b)x - 2$$

$$x = \frac{b-1}{2}, \frac{b-1}{2} \leq -2 \text{ 或 } \frac{b-1}{2} \geq 2, \text{ 得 } b \leq -3, b \geq 5,$$

$$\therefore \complement_{\mathbf{R}} B = (-3, 5), A \cap \complement_{\mathbf{R}} B = (-3, 5) \cap [1, +\infty) = [1, 5).$$

