太原师范学院附属中学 2018-2019 学年第一学期
初二年级数学阶段考试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
选项	A	C	A	D	B	B	C	B	B	B

1. 下列各数：$\sqrt{0.4}$，2.010010001，$\frac{9}{17}$，$\sqrt[3]{27}$ 是无理数的有（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

【考点】无理数的分类

【难度星级】★

【答案】A

【解析】无理数的常见三种分类

2. 满足下列条件的△ABC，不是直角三角形的是（　　）

A. $b^2-c^2=a^2$

B. $a:b:c=3:4:5$

C. $\angle A:\angle B:\angle C=9:12:15$

D. $\angle C=\angle A-\angle B$

【考点】勾股定理逆定理

【难度星级】★

【答案】C

【解析】边长满足勾股定理即可判定是直角三角形

3. 下列计算正确的是（　　）

①$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}$　　②$(-\frac{5}{\sqrt{5}})^2=5$　　③$2\sqrt{3}+3=5\sqrt{3}$　　④$\sqrt{(-4)^2}=4$

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【考点】二次根式的运算

【难度星级】★

【答案】A

【解析】②正确

4. 把边长为 2 和 4 的两个正方形经过割补变成一个正方形，这个正方形边长大概在（　　）
A.1~2 之间
B.2~3 之间
C.3~4 之间
D.4~5 之间

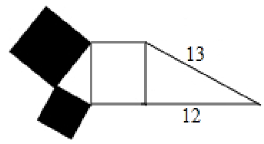
【考点】开方运算和估算

【难度星级】★

【答案】D

【解析】根据面积的等量关系求得最大正方形的面积，然后通过开方运算求解边长

5. 如图的阴影部分是两个正方形，图中还有两个直角三角形和一个大正方形，则阴影部分的面积是（　　）
A. 16
B. 25
C. 144
D. 169



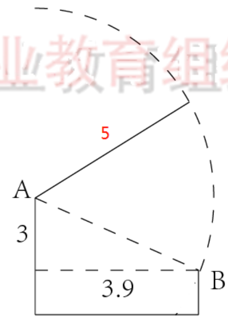
【考点】勾股定理的应用

【难度星级】★

【答案】B

【解析】根据直角三角形和正方形的位置特殊性，结合勾股定理求解阴影部分面积

6. 一根高 9m 的旗杆在离地 4m 高处折断，折断处仍相连，此时在离旗杆(折断方向)3.9m 远处玩耍的身高为 1m 的小明（　　）
A.没有危险
B.有危险
C.可能有危险
D.无法判断



【考点】勾股定理的实际应用

【难度星级】★★

【答案】B

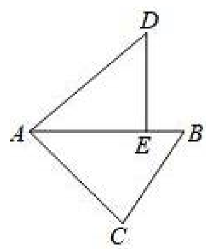
【解析】将数学问题转化为勾股定理的模型，求解斜边长从而判定危险的范围，如图，曲线是树折断划过的轨迹，为半径为 5 的圆弧，A 为树折断处，B 为站直的小明，经计算可得 AB<5，所以小明有危险.

7. 如图，在△*ABC* 中，∠*C*=90°，*AC*=8，*BC*=6，将△*ABC* 绕点 *A* 逆时针旋转，使点 *C* 落在线段 *BA* 上的点 *E* 处，点 *B* 落在点 *D* 处，则 *B*、*D* 两点间的距离为（　　）
A. 5

B. $2\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{10}$

D. $4\sqrt{5}$



【考点】勾股定理和旋转结合求边长

【难度星级】★

【答案】C

【解析】找到旋转的对应边，构造直角三角形，利用勾股定理求解边长

∵ $\angle C=90°$，

∴ $AB=\sqrt{6^2+8^2}=10$ ，

∵ △ABC 旋转得到△AED，

∴ △ABC ≌△AED，

∴ED=6，AE=8，

∴ BE=10-8=2．

∴ $BD=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$ ．

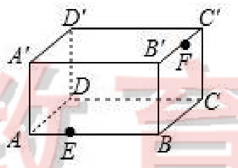
8. 如图是放在地面上的一个长方体盒子，其中 AB=9，BB'=5，$B'C'$=8，在线段 AB 的三等分点 E(靠近点 A)处有一只蚂蚁，BC 中点 F 处有一米粒，则蚂蚁沿长方体表面爬到米粒处的最短距离为（　　）

A. $5\sqrt{5}$

B. $\sqrt{117}$

C. $5+3\sqrt{5}$

D. $6+\sqrt{34}$



【考点】最短路径问题

【难度星级】★★

【答案】B

【解析】从 E 点出发沿正面和上面到达 F 点为最短路径，即 $EF=\sqrt{BE^2+(BB'+B'F)^2}=\sqrt{6^2+9^2}=\sqrt{117}$

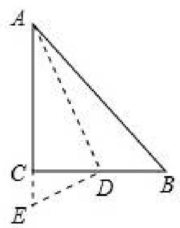
9. 如图所示，有一块直角三角形纸片，$\angle C$=90°，AC=4cm，BC=3cm，将斜边 AB 翻折，使点 B 落在直角边 AC 的延长线上的点 E 处，折痕为 AD，则 CD 的长为（　　）

A. $\frac{5}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\sqrt{2}$

D. $\frac{3}{4}$



【考点】折叠和勾股定理

【难度星级】★★

【答案】B

【解析】设 CD=x，则 BD=DE=3-x

在 Rt△CDE 中，有 $CD^2+CE^2=DE^2$

即 $x^2+1^2=(3-x)^2$

解得 x=$\frac{4}{3}$

10. 已知实数 a、b 在数轴上的位置如图所示，化简 $\sqrt{(1+a)^2}-\sqrt{(b-1)^2}$ 正确的是（　　）

A. $-a-b$

B. $-a+b-2$

C. $-a-b-2$

D. $a-b$

【考点】根据数轴化简二次根式

【难度星级】★★

【答案】B

【解析】从数轴中可以得到 a 和 b 的范围，进行化简得到答案.

二、填空题（每小题 **3** 分，共 **24** 分）

11. 25 的平方根是__________.

【考点】开方运算求一个数的平方根

【难度星级】★

【答案】±5

【解析】注意平方根有 2 个

12. 比较大小：$-\frac{3}{7}$__________$\frac{1-\sqrt{5}}{3}$

【考点】实数的比较大小

【难度星级】★

【答案】<

【解析】可以通过通分的形式进行比较，或者平方也可以

13. 把 $\sqrt{\frac{8}{27}}$ 化为最简二次根式结果是__________.

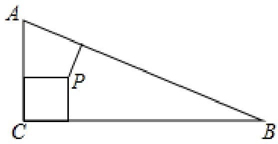
【考点】最简二次根式的化简

【难度星级】★

【答案】$\frac{2\sqrt{6}}{9}$

【解析】被开方数化简为平方形式进行开方运算

14. 如图，在△ABC 中，∠C=90°，两直角边 AC=5，BC=12，在三角形内有一点 P，它到各边的距离相等，则这个距离为____________.

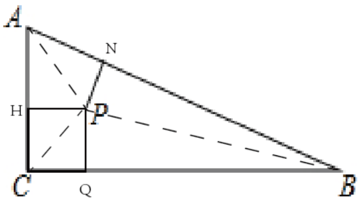


【考点】直角三角形面积计算公式

【难度星级】★

【答案】2

【解析】根据等面积法将未知线段转化为底边，进而进行求解



如图，设这个距离为 x，即 $PH = PQ = PN = x$

$\because S\triangle ABC = S\triangle PAC + S\triangle PBC + S\triangle PAB$

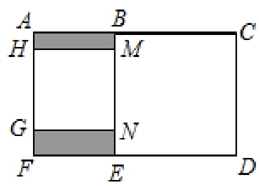
$\therefore \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \bullet AC \bullet x + \frac{1}{2} \bullet AB \bullet x + \frac{1}{2} \bullet BC \bullet x$

$\therefore 30 = \frac{1}{2} \bullet (AC + AB + BC) \bullet x$

$\because AC + AB + BC = 5 + 13 + 12 = 30$ 代入上式

$\therefore x = 2$

15. 如图，长方形内小正方形的一条边在大正方形的一条边上，两个正方形的面积分别为 3 和 4，那么阴影部分的面积是________.



【考点】算术平方根的实际运用

【难度星级】★

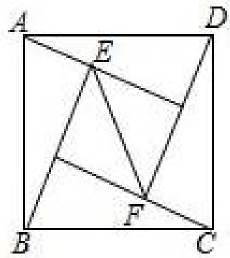
【答案】$2\sqrt{3} - 3$

【解析】$\because BE = \sqrt{4} = 2, MN = \sqrt{3}$

$\therefore BM + NE = 2 - \sqrt{3}$

$\therefore S_{阴影} = \left(2-\sqrt{3}\right)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}-3$

16. 已知，如图是由四个全等的直角三角形拼接而成的图形，其中 $AE=8$，$BE=15$，则 EF 的长是________.



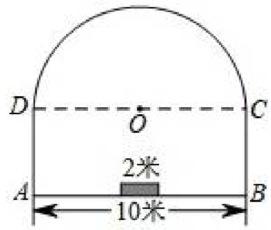
【考点】外弦图

【难度星级】★

【答案】$7\sqrt{2}$

【解析】$EF=\sqrt{(15-8)^2+(15-8)^2}=7\sqrt{2}$

17. 某隧道的截面是由如图所示的图形构成，图形下面是长方形 $ABCD$，上面是半圆形，其中 $AB=10$ 米，$BC=2.5$ 米，隧道设双向通车道，中间有宽度为 2 米的隔离墩，一辆满载家具的卡车，宽度为 3 米，高度为 4.9 米，那么这辆卡车_______（填“能”或“不能）安全通过这个隧道.

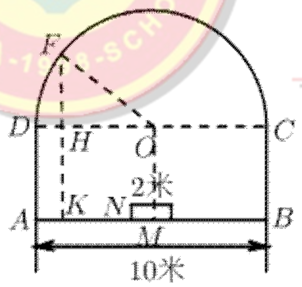


【考点】勾股定理的实际应用

【难度星级】★★

【答案】能

【解析】如图，作 $OM\perp AB$ 于 M，交 AB 于 M，图中 $KM=3$，作 $KF\perp CD$ 于 H，交⊙O 于 F，连接 OF .



易知四边形 $OHKN$ 是矩形，四边形 $ABCD$ 是矩形，$OH=KM=4$ ，$AB=CD=10$ ，$OF=OD=5$ ，

在 $Rt\triangle OHF$ 中，$FH=\sqrt{OF^2-OH^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ ，

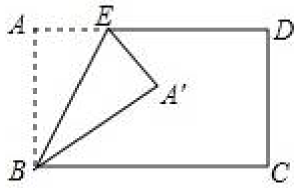
∵ $HK=BC=2.5$ ，

∴ $FK=2.5+3=5.5$ ，

∵ $5.5>4.9$ ，

∴这辆卡车能安全通过这个隧道 .

18. 如图，长方形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$AD=8$，点 E 是边 AD 上的一个动点，把△BAE 沿 BE 折叠，点 A 落在 A'处，如果 A' 恰在长方形的对称轴上，则 AE 的长为________.



【考点】折叠+勾股方程+30°角的直角三角形

【难度星级】★

【答案】$9-3\sqrt{5}$ 或 $2\sqrt{3}$

【解析】根据等面积法将未知线段转化为底边，进而进行求解

分两种情况：

①如图 1，过 A' 作 $MN//CD$ 交 AD 于 M，交 BC 于 N，

则直线 MN 是矩形 $ABCD$ 的对称轴，

$\therefore AM=BN=\frac{1}{2}AD=4$，

$\because \triangle ABE$ 沿 BE 折叠得到 $\triangle A'BE$，

$\therefore A'E=AE$，$A'B=AB=6$，

$\therefore A'N=\sqrt{A'B^2-BN^2}=2\sqrt{5}$ 即 A' 与 N 重合，

$\therefore A'M=6-2\sqrt{5}$，

$\therefore A'E^2=EM^2+A'M^2$，

$\therefore A'E^2=(4-A'E)^2+\left(6-2\sqrt{5}\right)^2$，

解得：$A'E=9-3\sqrt{5}$，

$\therefore AE=9-3\sqrt{5}$；

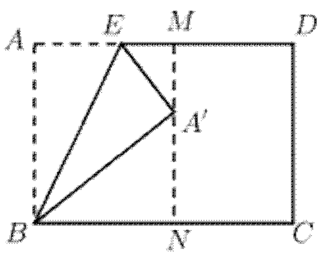


图 1

②如图 2，过A'作 PQ∥AD 交 AB 于 P，交 CD 于 Q，

则直线 PQ 是矩形 ABCD 的对称轴，

$\therefore PQ\perp AB$，$AP=PB$，AD∥PQ∥BC，

$\therefore A'B=2PB$，

$\therefore \angle PA'B=30^\circ$，

$\therefore \angle A'BC=30^\circ$，

$\therefore \angle EBA'=30^\circ$，

$\therefore AE=A'E=A'B\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$．

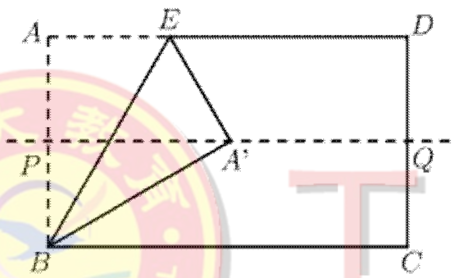


图 2

故答案为：AE 的长为$9-3\sqrt{5}$或$2\sqrt{3}$．

三、解答题（本大题共 **6** 个小题，共 **46** 分）

19. 计算：（每小题 3 分，共 12 分）

（1）$3\sqrt{2}\times2\sqrt{6}-\sqrt{8}\div\sqrt{\frac{2}{3}}$　　（2）$\frac{\sqrt{27}+\sqrt{18}}{\sqrt{3}}$

（3）$\sqrt[3]{-64}+\sqrt{1\frac{3}{5}}-3\sqrt{0.1}$　　（4）$\left(\sqrt{6}-3\right)\left(\sqrt{6}+3\right)$

【考点】实数运算

【难度星级】★

【答案】（1）$10\sqrt{3}$　（2）$3+\sqrt{6}$　（3）$-4+\frac{\sqrt{10}}{10}$　（4）-3

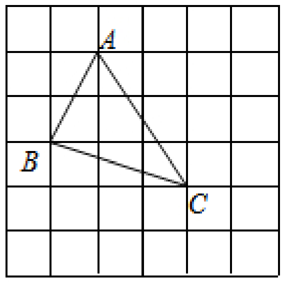
【解析】略

20. （6 分）如图①，在正方形网格中，每个小正方形的边长为 1，在网格中构造格点△*ABC*（即△*ABC* 三个顶点都在小正方形的顶点处），*AB*、*BC*、*AC* 三边的长分别为$\sqrt{5}$、$\sqrt{10}$、$\sqrt{13}$，利用网格就能计算三角形的面积.

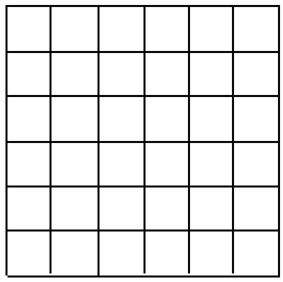
（1）请你将△*ABC* 的面积直接填写在横线上________.

（2）在图②中画出格点△*DEF*，*DE*、*EF*、*DF* 三边的长分别为$\sqrt{2}$、$3\sqrt{2}$、$2\sqrt{5}$.

则这个三角形的面积为________.



（图①）



（图②）

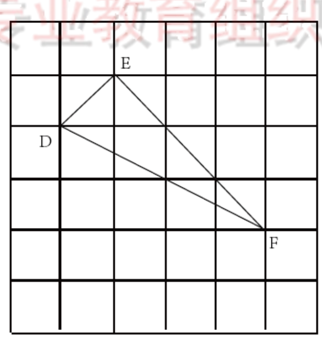
【考点】网格中无理数的作图和三角形面积的求法

【难度星级】★★

【答案】(1)3.5　　(2)3

【解析】(1) $S\triangle ABC=3^2-\frac{1}{2}\times2\times1-\frac{1}{2}\times2\times3-\frac{1}{2}\times3\times1=3.5$

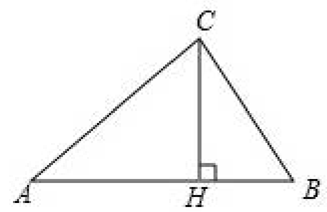
(2) $S\triangle DEF=3\times4-\frac{1}{2}\times1\times1-\frac{1}{2}\times3\times3-\frac{1}{2}\times2\times4=3$



21. （6 分）如图，学校有一块三角形草坪，数学课外小组的同学测得其三边的长分别为 AB=250 米，AC=200 米，BC=150 米.

（1）小明根据测量的数据，猜想△ABC 是直角三角形，请判断他的猜想是否正确，并说明理由；

（2）若计划修一条从点 C 到 BA 边的小路 CH，使 CH⊥AB 于点 H，求小路 CH 的长.



【考点】勾股定理逆定理应用，求斜边上高线长度

【难度星级】★★

【答案】见解析

【解析】(1)在△ABC 中，AB=250 米，AC=200 米，BC=150 米，

$\because AC^2+BC^2=200^2+150^2=250^2=AB^2$

∴△ABC 是直角三角形；

(2)$\because CH\perp AB$

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\bullet CH$

由（1）可知，△ABC 是直角三角形，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\bullet BC$

$\therefore AB\bullet CH=AC\bullet BC$

即 $200\times150=250\bullet CH$

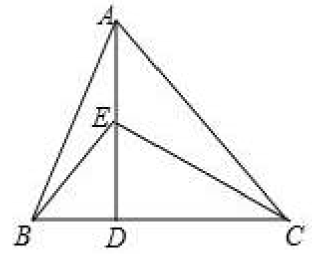
解得：$CH=120$

答案：小路 CH 的长为 120m.

22. （7 分）如图，B、D、C 三点在一条直线上，$\angle ADB=\angle ADC=90°$，$BD=DE$，$\angle DAC=45°$；

（1）线段 AB、CE 的关系为______________；

（2）若 $BD=a$，$AD=b$，$AB=c$，请利用此图的面积法证明勾股定理.（提示：延长 CE 与 AB 交于点 F）



【考点】全等三角形的证明，勾股定理和等腰直角三角形面积的综合

【难度星级】★★★

【答案】(1) $AB=CE$

(2) 见解析

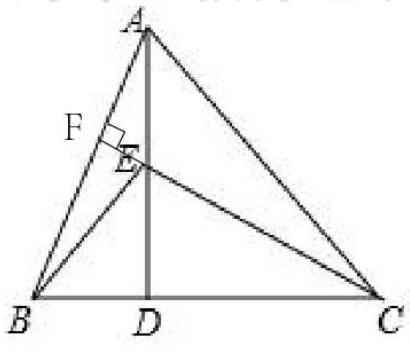
【解析】（1）通过证明 $\triangle ABD\cong\triangle CDE(\text{SAS})$，得到 $AB=CE$

（2）延长 CE 到点 F，通过证明 $S\triangle BDE+S\triangle ADC=S_{四边形ACBE}$，$S\triangle BDE=BD\times DE\times\frac{1}{2}$，

$S\triangle ADC=AD\times DC\times\frac{1}{2}$，$S\triangle_{四边形ACBE}=\frac{1}{2}\times CE\times AF+\frac{1}{2}\times CE\times BF=\frac{1}{2}\times CE\times AB$，

即可得到：$\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}b^2=\frac{1}{2}c^2$

得证：$a^2+b^2=c^2$



23. （6 分）观察下列各式及验证过程：

① $\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$，验证 $\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{1}{2\times 3}}=\sqrt{\frac{2}{2^2\times 3}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$

② $\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{3}{8}}$，验证 $\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)}=\sqrt{\frac{1}{2\times 3\times 4}}=\sqrt{\frac{3}{2\times 3^2\times 4}}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{3}{8}}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)}=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{4}{15}}$，验证 $\sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)}=\sqrt{\frac{1}{3\times 4\times 5}}=\sqrt{\frac{4}{3\times 4^2\times 5}}=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{4}{15}}$

（1）按照上述等式及验证过程的基本思路，猜想 $\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)}$ 的变形结果；

（2）请你将发现的规律用含 n（$n\geqslant 1$，n 为自然数）的等式表示出来并进行验证.

【考点】实数找规律

【难度星级】★★

【答案】见解析

【解析】(1) $\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)}=\frac{1}{5}\sqrt{\frac{5}{24}}$.

验证：$\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)}=\sqrt{\frac{1}{4\times 5\times 6}}=\sqrt{\frac{5}{4\times 5^2\times 6}}=\frac{1}{5}\sqrt{\frac{5}{24}}$.

(2) $\sqrt{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)}=\frac{1}{n+1}\sqrt{\frac{n+1}{n(n+2)}}$.

验证：

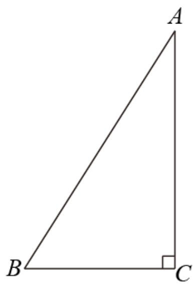
$$\sqrt{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)}=\sqrt{\frac{1}{n}\cdot\frac{(n+2)-(n+1)}{(n+1)(n+2)}}=\sqrt{\frac{1}{n(n+1)(n+2)}}=\sqrt{\frac{(n+1)}{n(n+1)^2(n+2)}}=\frac{1}{n+1}\sqrt{\frac{n+1}{n(n+2)}}$$

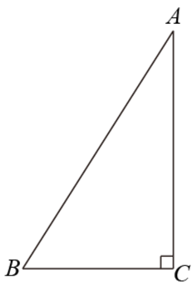
24. （9 分）如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=10$cm，$BC=6$cm，若动点 P 从点 C 开始，按 $C\to A\to B\to C$ 的路径运动，且速度为每秒 1cm，设出发的时间为 t 秒

（1）出发 4 秒后，直接写出$\triangle ABP$ 的周长_______cm.

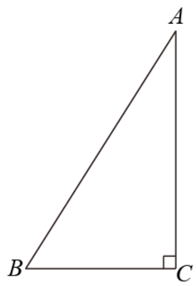
（2）问 t 满足什么条件时，$\triangle BCP$ 为直角三角形?

（3）另有一点 Q，从点 C 开始，按 $C\to B\to A\to C$ 的路径运动，且速度为每秒 2cm，若 P、Q 两点同时出发，当 P、Q 中有一点到达终点时，另一点也停止运动. 当 t=_______时，直线 PQ 把$\triangle ABC$ 的周长分成相等的两部分.（直接写出答案）





备用图1



备用图2

【考点】直角三角形中的动点问题

【难度星级】★★★

【答案】(1) $14+2\sqrt{13}$　(2) $0<t\le 8$ 和 $t=14.4$　（3）$t=4$ 或 12

【解析】(1) 当 P 点运动 4s 后，到达 P 点，$\therefore C\triangle ABP=AB+AP+BP$，$AB=10, AP=AC-CP=8-4=4$，$BP=\sqrt{BC^2+CP^2}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$，$\therefore C\triangle ABP=AB+AP+BP=14+2\sqrt{13}$

（2）$\triangle BCP$ 为直角三角形，则讨论直角所在的位置，由题意可得，直角只能在点 C 和点 P 处，当点 C 为直角时，点 P 在 AC 上运动，则$\triangle BCP$ 一直是直角三角形，$\therefore 0<t\le 8$。当直角在 P 点处，当 P 点在 AB 上运动，且 CP⊥AB，此时，$\triangle BCP$ 为直角三角形，根据直角三角形面积计算公式，$\frac{1}{2}AC\bullet BC=\frac{1}{2}AB\bullet CP$

$\therefore CP=\frac{24}{5}$，在$\triangle ACP$ 中，$AP=\sqrt{AC^2-CP^2}=6.4$，点 P 的路程为 AP+AC=8+6.4=14.4，则 $t=14.4$ s

综上，当 $0<t\le 8$ s 或 $t=14.4$ s 时，为直角三角形

（3）当 P 和 Q 相遇前，当 Q 在 AB 上运动时，点 P 在 AC 上运动，则此时将整个三角形分成周长相等的两部分，∵时间为 t，∴有 2t+t=$\frac{1}{2}C\triangle_{ABC}=12$，∴t=4.当 P 和 Q 相遇后，点 P 在 AB 上运动。点 Q 在 AC 上运动时，也存在满足题意要求，∴有 $2t+t-C\triangle_{ABC}=\frac{1}{2}C\triangle_{ABC}$，∴t=12.（当 t=12 时，点 Q 刚好在 C 处，点 P 在 AB 中点）。∴t=4s 或 12s