山西省实验中学

2018-2019 学年度九年级第一次阶段性测评试题（卷）

数 学

第 I 卷（选择题 共 20 分）

一、选择题

1. 已知方程 $x^2-2x+3=0$ 的一次项系数是（　　）

A. -2　　B. 3　　C. $-2x$　　D. 1

【考点】一元二次方程的定义.

【难度星级】★

【答案】A

【解析】二次项系数为1，一次项系数为-2，常数项为3.

2. 正方形具有而菱形不一定具有的性质是（　　）

A.对角线互相垂直　　B.对角线互相平分　　C.对角线相等　　D 对角线平分一组对角

【考点】正方形和菱形的性质

【难度星级】★

【答案】C

【解析】正方形的对角线相等且互相垂直平分.

3. $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是相似三角形，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的相似比是 1:2，已知 $\triangle ABC$ 的面积是 3，则 $\triangle DEF$ 的面积是（　　）

A.3　　B. 6　　C.9　　D. 12

【考点】相似的性质

【难度星级】★

【答案】D

【解析】面积比等于相似比的平方.

4. 一元二次方程 $x^2-6x-6=0$ 配方后化为（　　）

A. $(x-3)^2=15$　　B. $(x-3)^2=3$　　C. $(x+3)^2=15$　　D. $(x+3)^2=3$

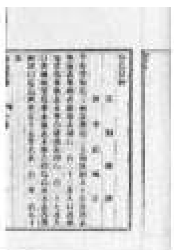
【考点】配方法解一元二次方程.

【难度星级】★

【答案】A

【解析】$x^2-6x-6=0 \Rightarrow x^2-6x+9=15 \Rightarrow (x-3)^2=15$.

5. 我国古代有一部数学著作，是中国最早的一部测量数学专著. 该书由刘徽于三国魏景元四年所撰，精心选编了九个测量问题，都是利用测量的方法来计算高、深、广、远问题的. 其中第一个问题是测量海岛的高、远问题的. 它是中国古代高度发达的地图学的数学基础. 这部著作的名称是（　　）



A.《五经算术》

B.《孙子算经》

C.《海岛算经》

D.《九章算术》

【考点】数学文化.

【难度星级】★

【答案】C

【解析】鸡兔同笼—《孙子算经》，刘徽—《海岛算经》，《九章算术》—中国古代第一部数学专著.

6. 我们解一元二次方程 $3x^2-6x=0$ 时，可以运用因式分解法，将此方程化为 $3x(x-2)=0$，从而得到两个一元一次方程:$3x=0$ 或 $x-2=0$，进而得到原方程的解为 $x_1=0$，$x_2=2$，这种解法体现的数学思想是（　　）

A. 转化思想　　B. 函数思想　　C. 数形结合思想　　D. 公理化思想

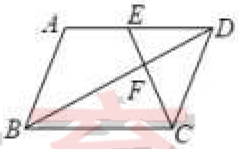
【考点】数学思想.

【难度星级】★

【答案】A

【解析】略.

7. 如图，在▱$ABCD$ 中，点 E 是边 AD 的中点，EC 交对角线 BD 于点 F，则 $EF{:}FC$ 等于（　　）



A. 3:2

B. 3:1

C. 1:1

D. 1:2

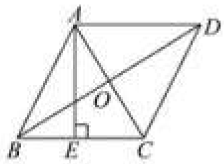
【考点】“8 字”模型

【难度星级】★

【答案】D

【解析】$\because \triangle DEF \backsim \triangle BCF$，$\therefore \dfrac{EF}{FC}=\dfrac{DE}{BC}$，$\therefore EF{:}FC=1{:}2$.

8. 如图，已知菱形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 的长分别为 6cm、8cm，$AE\perp BC$ 于点 E，则 AE 的长是（　　）



A. $5\sqrt{3}$ cm

B. $2\sqrt{5}$ cm

C. $\dfrac{48}{5}$ cm

D. $\dfrac{24}{5}$ cm

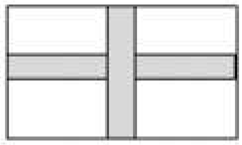
【考点】菱形的面积

【难度星级】★

【答案】D

【解析】等面积法:$\dfrac{AC\cdot BD}{2}=BC\cdot AE$，又$\because BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=5$，$\therefore AE=\dfrac{24}{5}$.

9. 如图，在长 100 米，宽 80 米的矩形场地上修建两条宽度相等且互相垂直的道路，剩余部分进行绿化，要使绿化面积为 7644 平方米，设道路的宽为 x 米，则 x 满足的方程是（　　）



A. $100\times80-100x-80x=7644$

B. $(100-x)(80-x)+x^2=7644$

C. $100x+80x=-100\times80-7644$

D. $(100-x)(80-x)=7644$

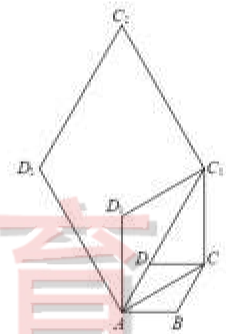
【考点】一元二次方程实际问题

【难度星级】★

【答案】D

【解析】.略

10. 如图，在边长为 1 的菱形 $ABCD$ 中，$\angle DAB=60°$，连接对角线 AC，以 AC 为边作第二个菱形 ACC_1D_1，使 $\angle D_1AC=60°$；连接 AC_1，再以 AC_1 为边作第三个菱形 $AC_1C_2D_2$，使 $\angle D_2AC_1=60°$；…，按此规律所作的第 2018 个菱形的边长为（　　）



A. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2017}$

B. $\left(\sqrt{3}\right)^{2017}$

C. 2^{2018}

D. $\left(\sqrt{3}\right)^{2018}$

【考点】菱形的性质

【难度星级】★

【答案】B

【解析】第 1 个菱形的边长为 1，第 2 个菱形的边长为 $\sqrt{3}$，第 3 个菱形的边长为 $\left(\sqrt{3}\right)^2$ 。。。。以此类推，第 2018 个菱形的边长为 $\left(\sqrt{3}\right)^{2017}$

第 II 卷（非选择题 共 80 分）

二、填空题

11. 顺次连接矩形各边中点得到一个新的四边形，则这个新四边形的形状是____________.

【考点】菱形的判定.

【难度星级】★

【答案】菱形

【解析】四边相等的四边形为菱形.

12. 根据下表得知，方程 $x^2+2x-10=0$ 的解介于_____和_____之间.（精确到 0.1）

x	…	-4.1	-4.2	-4.3	-4.4	-4.5	-4.6	…
$x^2+2x-10$	…	-1.39	-0.76	-0.11	0.56	1.25	1.96	…

【考点】配方法解方程

【难度星级】★

【答案】-4.3　-4.4

【解析】由表格观察可知，方程的解介于 -4.3 和 -4.4 之间.

13. 在平面直角坐标系中，已知点 A（-4，2），B（-2，-2），以原点 O 为位似中心，相似比为$\frac{1}{2}$，把△ABO 缩小，则点 A 的对应点 A'的坐标是____________.

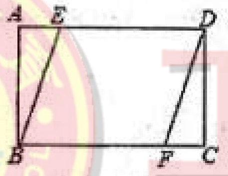
【考点】位似的性质

【难度星级】★

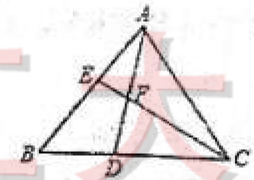
【答案】$(-2,1)$或$(2,-1)$

【解析】位似图形在位似中心同侧：$(-2,1)$；位似图形在位似中心两侧：$(2,-1)$.

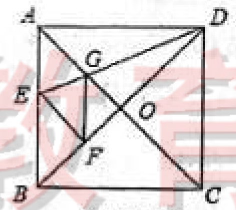
14. 如图，矩形 $ABCD$ 中，AB=3，BC=4，EB//DF 且 BF 与 DF 之间的距离为 3，则 AE 的长是__________.



（14 题图）



（15 题图）



（16 题图）

【考点】平行四边形的面积.

【难度星级】★★

【答案】$\frac{7}{8}$

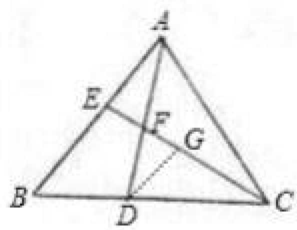
【解析】▱DEBF，BE 和 DE 边上的高相等，所以 BE=DE .设 AE=x, 则BE=4-x, ∴ $3^2+x^2=(4-x)^2$，解得 $x=\frac{7}{8}$.

15. 如图，△ABC 中，D 在 BC 上，F 是 AD 的中点，连 CF 并延长交 AB 于 E，已知$\frac{CD}{BD}=\frac{3}{2}$，则$\frac{AE}{BE}$等于__________.

【考点】相似三角形的构造.

【难度星级】★★

【答案】$\frac{3}{5}$



【解析】作 DG//AB 交 CE 与 G，则△AFE≌△DFG，可得 AE=DG，

$\because DG//BE$，$\therefore \triangle CGD\backsim\triangle CEB$

$\frac{DG}{BE}=\frac{CD}{BC}=\frac{3}{2+3}=\frac{3}{5}$.

16. 如图，正方形纸片 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 相较于 O，折叠正方形纸片，点 A 恰好落在 BD 上的 F 点处. 展开后，折痕 DE 分别交 AB、AC 于 E、G，连接 GF. 下列结论：①$\angle AGD=112.5°$；②$\frac{AD}{AE}=2$；③$S_{\triangle ADG}=S_{\triangle ODG}$；④四边形 $AEFG$ 是菱形；⑤$BE=2OG$. 其中，正确结论有________（写出正确结论的序号）.

【考点】正方形的性质

【难度星级】★★

【答案】①④⑤

【解析】∵四边形 ABCD 为正方形，

∴AD=AB，AC⊥BD，∠ADO=BAO=∠ABD=45°，

∵折叠正方形 ABCD，使点 A 恰好落在 BD 上的 F 点，

∴AE=EF，AG=GF，∠ADE=∠FDE=22.5°，∠EFD=∠EAD=90°，

∴∠AGD=∠GOD+∠ODG=90°+22.5°=112.5°，所以①正确；

∵∠EFB=90°，∠EBF=45°，

∴△BEF 为等腰直角三角形，

∴BE=$\sqrt{2}$ EF，∴BE=$\sqrt{2}$ AE，

∴$\frac{AB}{AE}=\frac{AE+BE}{AE}=\frac{AE+\sqrt{2}AE}{AE}=1+\sqrt{2}$，

∴$\frac{AD}{AE}=1+\sqrt{2}$，所以②错误；

∵∠EFO=90°，∠EFG=45°，

∴∠GFO=45°，

∴△OGD 为等腰直角三角形，

∴GF=$\sqrt{2}$ OG，而 AG=GF，

∴AG=$\sqrt{2}$ OG，∴$S_{\triangle AGD}=\sqrt{2}S_{\triangle OGD}$，所以③错误；

∵∠GFO=∠ABO=45°，∠BEF=∠BAO=45°，

∴GF//AB，EF//AO，

∴四边形 AEFG 为平行四边形，

而 AE=EF，

∴四边形 AEFG 为菱形，所以④正确；

∴EF=GF，

∵BE=$\sqrt{2}$ EF，GF=$\sqrt{2}$ OG，

∴BE=2OG，所以⑤正确．故答案为①④⑤.

三、解答题

17. （10 分）解方程：

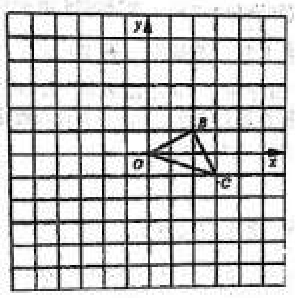
（1）$x^2-6x+3=0$　　　　（2）$4(x-1)=x(x-1)$

【考点】一元二次方程的基本解法

【难度星级】★

【答案】(1) $x_1=3+\sqrt{6}, x_2=3-\sqrt{6}$　(2) $x_1=4, x_2=1$

18. （6 分）如图，请在下列网格中画出以 B 点为位似中心把$\triangle OBC$放大 2 倍后的$\triangle O_1B_1C_1$.

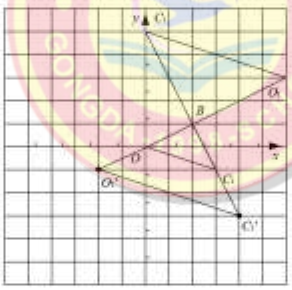


【考点】位似作图

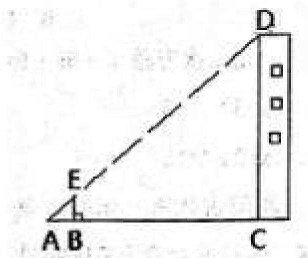
【难度星级】★

【答案】见解析，注意需要作出两个三角形

【解析】如图所示，三角形 $\triangle BC_1O_1$ 和 $\triangle BO_1'C_1'$ 即为所求.



19. （6 分）如图，实验中学某班学生在学习完《利用相似三角形测高》后，利用标杆 BE 测量学校体育馆的高度. 若标杆 BE 的高为 1.5 米，测得 AB=2 米，BC=14 米，求学校体育馆 CD 的高度.



【考点】相似的应用

【难度星级】★

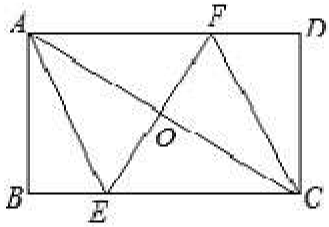
【答案】12 米

【解析】如图所示：易证明△ABE∽△ACD，$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{BE}{CD}, \frac{AB}{AB+BC}=\frac{BE}{CD}, \frac{2}{2+14}=\frac{1.5}{CD}$，$\therefore CD=12$ 米.

20．（8 分）如图，已知 AC 是矩形 $ABCD$ 的对角线，AC 的垂直平分线 EF 分别交 BC、AD 于点 E 和 F，EF 交 AC 于点 O.

（1）求证：四边形 $AECF$ 是菱形；

（2）若 $AB=6$，$AD=8$，求四边形 $AECF$ 的周长.



【考点】菱形的判定定理与勾股方程

【难度星级】★★

【答案】(1)见解析 (2)25

【解析】（1）证明：∵四边形 ABCD 是矩形∴AD∥BC，

∴∠DAC=∠ACB，∵EF 垂直平分 AC，

∴AF=FC，AE=EC，∴∠FAC=∠FCA，

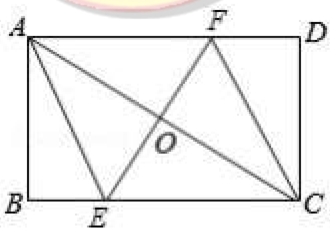
∴∠FCA=∠ACB，∵∠FCA+∠CFE=90°，∠ACB+∠CEF=90°，

∴∠CFE=∠CEF，∴CE=CF，

∴AF=FC=CE=AE，∴四边形 AECF 是菱形.

（2）设 AE=EC 为 x，则 BE=（$8-x$）在 Rt△ABE 中，$AE^2=AB^2+BE^2$，

即 $x^2=6^2+(8-x)^2$，解得：$x=\frac{25}{4}$，所以四边形 AECF 的周长$=\frac{25}{4}\times 4=25$.



21. （8 分）某市为打造"绿色城市"，积极投入资金进行河道治污与园林绿化两项工程. 已知 2016 年投资 1000 万元，预计 2018 年投资 1210 万元. 若这两年内平均每年投资增长的百分率相同.

（1）平均每年投资增长的百分率；

（2）已知河道治污每平方米需投入 400 元，园林绿化每平方米需投入 200 元. 若要求 2018 年河道治污及园林绿化总面积为 35000 平方米，那么园林绿化的费用是多少万元？

【考点】一元二次方程的应用、一元一次方程组的应用

【难度星级】★

【答案】(1)10%　(2)190 万

【解析】(1)设平均每年投资增长的百分率是 x.

由题意得 $1000(1+x)^2=1210$，

解得 $x_1=0.1$，$x_2=-2.1$（不合题意舍去）.

答：平均每年投资增长的百分率为 10%；

(2)解：园林绿化费用为 x 万元，依题意列方程有：

$\dfrac{x\times10^4}{200}+\dfrac{(1210-x)\times10^4}{400}=35000$，$x=190$.

答：园林绿色的费用是190 万元.

22. （12 分）阅读与思考：请阅读以下材料，并解决相应的问题.

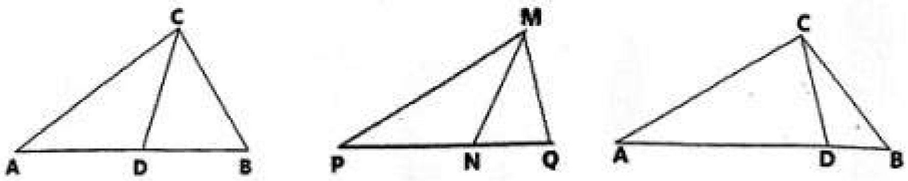
从三角形(不是等腰三角形)一个顶点引出一条射线与对边相交，顶点与交点之间的线段把这个三角形分割成两个小三角形，如果分得的两个小三角形中一个为等腰三角形，另一个与原三角形相似，我们把这条线段叫做这个三角形的完美分割线.

（1）如图①，在△ABC 中，∠A=40°，∠B=60°，CD 是△ABC 的完美分割线，则∠ACD=_____°.

（2）请你找出一个不同于（1）中的△ABC 的三角形，画出它的完美分割线，并标出各个内角的度数.

（3）试猜想：如图②，在△PQM 中，∠P=α，∠PMQ=____时，MN 是△PQM 的完美分割线.

（4）如图③，在△ABC 中，AC=2，BC=$\sqrt{2}$，CD 是△ABC 的完美分割线，且△ACD 是以 CD 为底边的等腰三角形，求完美分割线 CD 的长.



图①　图②　图③

【考点】相似三角形的综合

【难度星级】★★★

【答案】(1)40°　(2)答案不唯一，见解析

(3) $\angle PMQ=2\alpha$ 或 $\angle PMQ=90°+\dfrac{1}{2}\alpha$ 或 $\angle PMQ=120°-\dfrac{2}{3}\alpha$ 或 $\angle PMQ=120°-\dfrac{1}{3}\alpha$

(4) $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

【解析】(1)如图1中，∵∠A=40°，∠B=60°，∴∠ACB=80°，∴△ABC不是等腰三角形，

∵CD是△ABC的完美分割线.

如图易得△BCD∽△BAC，△DAC为等腰三角形

∴∠BCD=∠A=40°，∴$\angle BDC=180°-\angle B-\angle BCD=180°-40°-60°=80°$

∴$\angle ACD=\angle BDC-\angle A=180°-40°=40°$

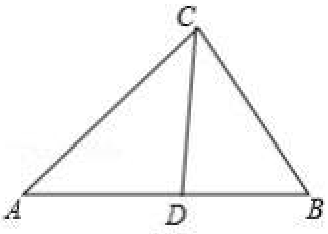
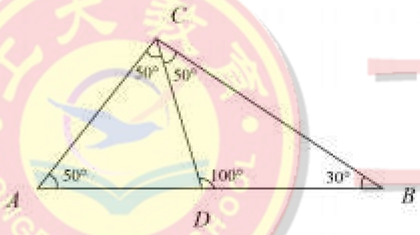


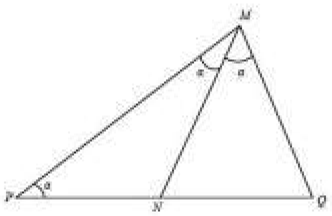
图1

(2)如下图所示：在三角形ABC中，∠A=50°，∠B=30°，CD是∠ACB的角平分线.
则△ABC的三个内角分别为30°，50°，100°；△ADC三个内角分别为50°，50°，100°；
△BDC的三个内角分别为30°，50°，100°.



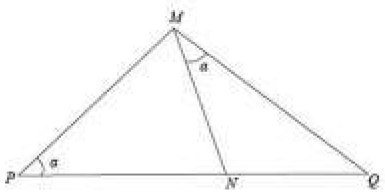
(3)如下图所示：共有四种情况

分类讨论一：



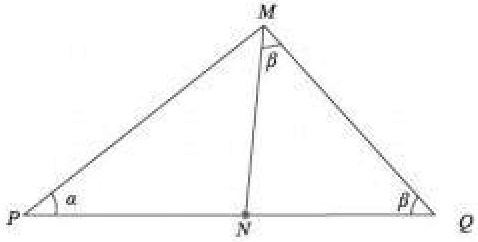
第一种情况，△NPM为等腰三角形（N为等腰三角形的顶点），△NMQ∽△PMQ.
易得∠PMN=α，∠NMQ=α.∴∠PMQ=$\alpha+\alpha=2\alpha$.

分类讨论二：



第二种情况，△NPM为等腰三角形（P为等腰三角形的顶点），△NMQ∽△PMQ.
易得∠PMN=$\frac{180°-\alpha}{2}=90°-\frac{1}{2}\alpha$，∠NMQ=$\alpha$.∴∠PMQ=$90°-\frac{1}{2}\alpha+\alpha=90°+\frac{1}{2}\alpha$.

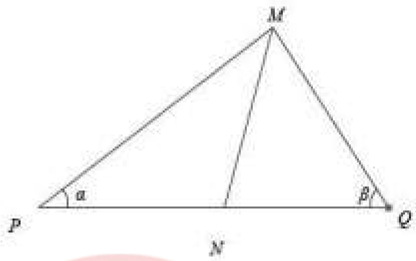
分类讨论三：



第三种情况，如图所示：△NMQ 为等腰三角形（N 为等腰三角形的顶点，设∠Q=β），△PMN∽△PMQ.

易得∠PMN=β，∠NMQ=β.∴∠PMQ=$\beta+\beta$=2β.而且 3β=$180°-\alpha$，$\beta=\frac{180°-\alpha}{3}$，$2\beta=\frac{2(180°-\alpha)}{3}$.

分类讨论四：



第四种情况，如图所示：△NMQ 为等腰三角形（Q 为等腰三角形的顶点，设∠Q=β），△PMN∽△PMQ.

易得∠PMN=β，∠NMQ=$\frac{180°-\beta}{2}=90°-\frac{\beta}{2}$.∴∠PMQ=$\beta+90°-\frac{\beta}{2}=90°+\frac{\beta}{2}$.

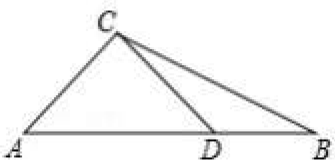
而且 $90°-\frac{\beta}{2}=\alpha+\beta$，$\beta=60°-\frac{2}{3}\alpha$，∠PMQ==$90°+\frac{\beta}{2}=120°-\frac{1}{3}\alpha$.

(4)由已知 AC=AD=2，∵△BCD∽△BAC，

∴$\frac{BC}{BA}=\frac{BD}{BC}$，设 BD=$x$，∴（$\sqrt{2}$）^{2}=$x$（$x$+2），

∵x>0，∴x=$\sqrt{3}$－1，∵△BCD∽△BAC，

∴$\frac{CD}{AC}=\frac{BD}{BC}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$，∴CD=$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\times2=\sqrt{6}-\sqrt{2}$.

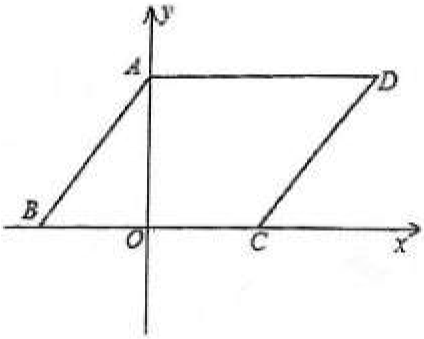


23. （12 分）综合与探究：已知：如图，▱$ABCD$ 在平面直角坐标系中，$AD=6$. 若 OA、OB 的长是关于 x 的一元二次方程 $x^2-7x+12=0$ 的两个根，且 $OA>OB$.

（1）求 $\frac{OA}{AB}$ 的值

（2）若 E 是 x 轴正半轴上的一点，且 $S_{\triangle AOE}=\frac{16}{3}$，求经过 D、E 两点的直线的解析式，并判断△AOE 与△AOD 是否相似，同时说明理由；

（3）若点 M 在平面直角坐标系内，则在直线 AB 上是否存在点 F，使以 A、C、F、M 为顶点的四边形为菱形？若存在，直接写出 F 点的坐标，若不存在，请说明理由.



【考点】特殊四边形的存在性问题

【难度星级】★★★

【答案】(1) $\frac{4}{5}$ (2) $y=\frac{6}{5}x-\frac{16}{5}$；两个三角形相似，见解析

(3) F_1（-3，0）；F_2（3，8）；F_3（$-\frac{75}{14}$，$-\frac{22}{7}$）；F_4（$-\frac{42}{25}$，$\frac{44}{25}$）

【解析】(1) $\sqrt{3}x^2-7x+12=0$，$(x-3)(x-4)=0$，

$\therefore x-3=0$ 或 $x-4=0$，解得 $x_1=3, x_2=4$，

∵OA>OB，∴OA=4，OB=3，

在△AOB 中，$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，$\therefore \frac{OA}{AB}=\frac{4}{5}$.

（2）根据题意，设 $E(x,0)$，则 $S_{\triangle AOE}=\frac{x\cdot OA}{2}=2x=\frac{16}{3}$，解得 $x=\frac{8}{3}$，

$\therefore E\left(\frac{8}{3},0\right)$，∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴点 D 的坐标是（6，4），

设经过 D、E 两点的直线的解析式为 $y=kx+b$，

则 $\begin{cases}\frac{8}{3}k+b=0\\ 6k+b=4\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=\frac{6}{5}\\ b=-\frac{16}{5}\end{cases}$，∴解析式为 $y=\frac{6}{5}x-\frac{16}{5}$；

在△AOE 与△DAO 中，$\frac{OA}{OE}=\frac{4}{\frac{8}{3}}=\frac{3}{2}, \frac{AD}{OA}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$，

$\therefore \frac{OA}{OE}=\frac{AD}{OA}$，又∵∠AOE=∠OAD=90°，∴△AOE∽△DAO；

（3）根据计算的数据，OB=OC=3，∴AO 平分∠BAC，

①AC、AF 是邻边，点 F 在射线 AB 上时，AF=AC=5，

所以点 F 与 B 重合，即 F（－3，0），

②AC、AF 是邻边，点 F 在射线 BA 上时，M 应在直线 AD 上，且 FC 垂直平分 AM，

点 F（3，8）.

③AC 是对角线时，做 AC 垂直平分线 L，AC 解析式为 $y=-\frac{4}{3}x+4$，直线 L 过（$\frac{3}{2}$，2），且 k 值为 $\frac{3}{4}$（平面内互相垂直的两条直线 k 值乘积为－1），L 解析式为 $y=\frac{3}{4}x+\frac{7}{8}$，联立直线 L 与直线 AB 求交点，

∴F（$-\frac{75}{14}$，$-\frac{22}{7}$）.

④AF 是对角线时，过 C 做 AB 垂线，垂足为 N，根据等积法求出 CN=$\frac{24}{5}$，勾股定理得出，AN=$\frac{7}{5}$，做 A 关于 N 的对称点即为 F，AF=$\frac{14}{5}$，过 F 做 y 轴垂线，垂足为 G，FG=$\frac{14}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{42}{25}$，∴F（$-\frac{42}{25}$，$\frac{44}{25}$）.

综上所述，满足条件的点有四个：F_1（－3，0）；F_2（3，8）；F_3（$-\frac{75}{14}$，$-\frac{22}{7}$）；F_4（$-\frac{42}{25}$，$\frac{44}{25}$）.