2018~2019 学年第一学期高二年级阶段性测评

数学试卷

考试时间：上午 7:30—9:00

本试卷为闭卷笔答，大题时间 90 分钟，满分 100 分。

一、选择题：本题包含 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求，请将其字母标号填入下表内相应位置。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 A（1，2，3）关于 yOz 平面对称的点的坐标为（　　）

A. （−1，2，3）　　B. （1，−2，3）　　C. （1，2，-3）　　D. （−1，−2，−3）

【答案】A

【考点】空间坐标系对称

【难度】易

2. 由下列主题建筑物抽象得出的空间几何体中为旋转体的是（　　）

A　　B　　C　　D

【答案】B

【考点】旋转体概念

【难度】易

3. 已知 A（0，1），B（0，−1），则直线 AB 的倾斜角为（　　）

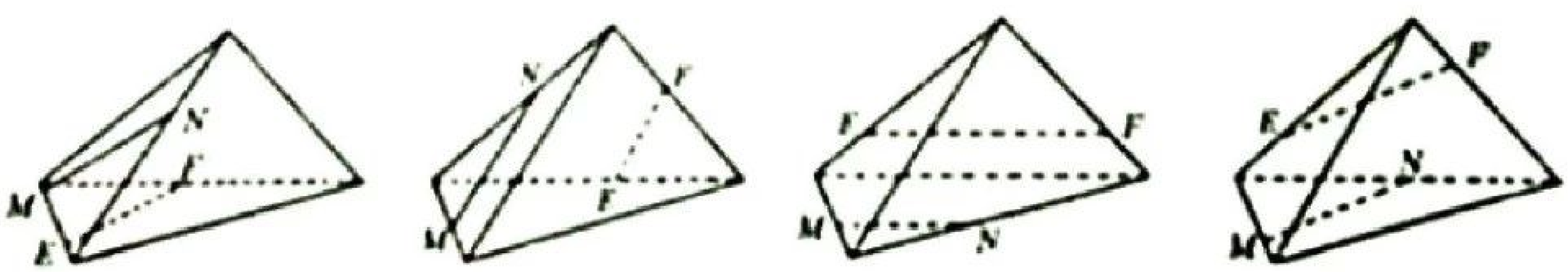
A. 0°　　B. 90°　　C. 180°　　D. 不存在

【答案】B

【考点】倾斜角定义

【难度】易

4. 下列四面体中，直线 EF 与 MN 可能平行的是（　　）



A　　B　　C　　D

【答案】C

【考点】直线位置关系

【难度】易

5. 已知点 A（2，3）在直线 l_2:$2x+ay-1=0$ 上，若 $l_2 // l_1$，则直线 l_2 的斜率为（　　）

A. 2　　B. -2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

【答案】A
【考点】平行直线斜率相等
【难度】易

6. 设 a，b，c 为三条不同的直线，α，β，γ 为三个不同的平面，则下列结论成立的是（　　）

A. 若 $a \perp b$ 且 $b \perp c$，则 $a // c$　　B. 若 $\alpha \perp \beta$ 且 $\beta \perp \gamma$，则 $\alpha // \gamma$

C. 若 $a \perp \alpha$ 且 $a // b$，则 $b \perp \alpha$　　D. 若 $\alpha \perp \beta$ 且 $a // \alpha$，则 $a \perp \beta$

【答案】C
【考点】线面位置关系
【难度】易

7. 已知圆 C 的一条直径的端点坐标分别是（4，1）和（-2，3），则圆 C 的方程是（　　）

A. $(x+1)^2+(y+2)^2=10$　　B. $(x-1)^2+(y-2)^2=40$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2=10$　　D. $(x+1)^2+(y+2)^2=40$

【答案】C
【考点】圆的标准方程
【难度】易

8. 一个长方体由同一个顶点出发的三条棱的长度分别为 2，2，3，则其外接球的表面积为（　　）

A. 68π　　B. 17π　　C. 28π　　D. 7π

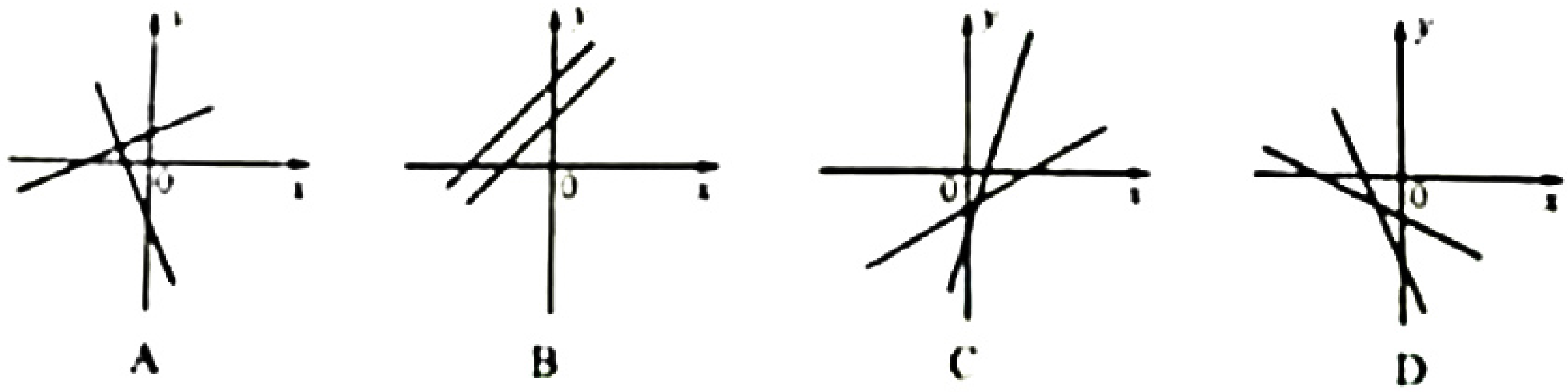
【答案】B
【考点】长方体外接球
【难度】易

9. 已知 x，y 满足不等式组 $\begin{cases} x-y+1\geq 0, \\ 2x-y-1\leq 0, \\ x+y+1\geq 0 \end{cases}$ 则 $z=5x+2y$ 的最大值为（　　）

A. 12　　B. 16　　C. 18　　D. 20

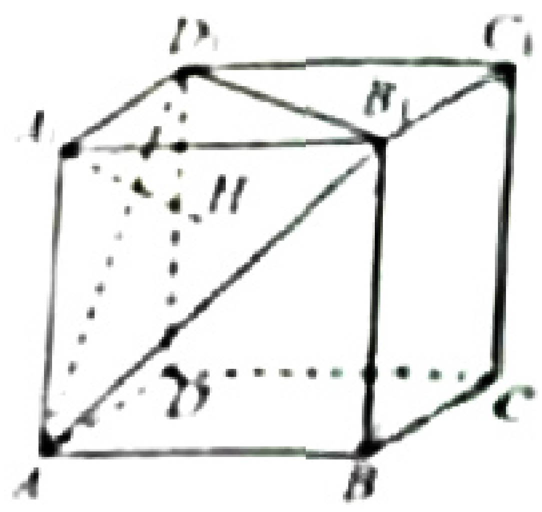
【答案】B
【考点】线性规划
【难度】易

10. 直线 $ax+y+a=0$ 与直线 $x+ay+a=0$ 在同一坐标系中的图象可能是（　　）



【答案】D
【考点】斜截式方程与图象关系
【难度】中

11. 如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$A_1H\perp$ 平面 AB_1D_1，垂足为 H，给出下面结论：



① 直线 A_1H 与该正方体各棱所成角相等；
② 直线 A_1H 与该正方体各面所成角相等；
③ 过直线 A_1H 的平面截该正方体，所得截面为平行四边形；
④ 垂直直线 A_1H 的平面截该正方体，所得截面可能为五边形.

其中正确结论的序号为（　　）

A.①③　　B.②④　　C.①②④　　D.①②③

【答案】D
【考点】立方体体对角线
【难度】中

12. 一条光线从点 $P(-2,4)$ 射出，经直线 $x-y+2=0$ 反射后与圆 $x^2+y^2+4x+3=0$ 相切，则反射光线所在直线的方程是（　　）

A. $x+\sqrt{15}y-2=0$　　B. $\sqrt{15}x+y-2=0$

C. $x-\sqrt{15}y-2=0$　　D. $\sqrt{15}x-y-2=0$

【答案】A
【考点】直线对称及圆切线综合
【难度】难

二、**填空题**（共 4 个小题，每题 4 分，共 16 分）

13. 已知点 $A(3,-3)$，$B(0,2)$，则线段 AB 的中点坐标是______________.

【答案】$\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$
【考点】中点坐标公式
【难度】易

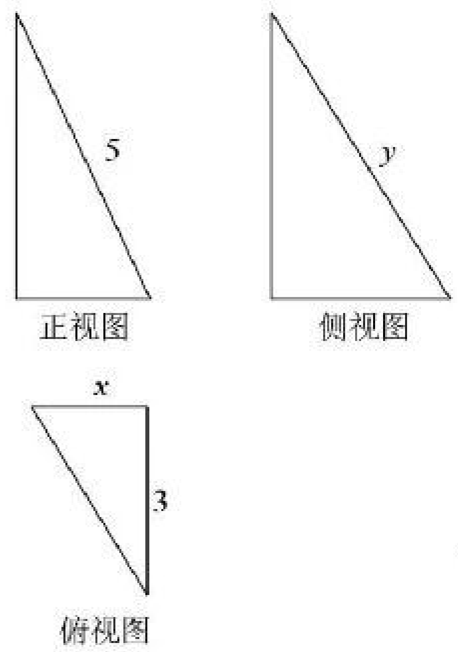
14. 已知直线 l_1：x-2y=1，l_2：mx+(3-m)y+1. 若 $l_1 \perp l_2$，则实数 m= ________.

【答案】2

【考点】直线垂直

【难度】易

15. 某三棱锥的三视图如下图所示，图中三个三角形均为直角三角形，则 x^2+y^2=____________.



【答案】34

【考点】三视图与长方体

【难度】难

16. △ABC 中，∠C=90°，∠A=60°，AB=2，M 为 AB 中点，将△BMC 沿 CM 折叠，当平面 BMC⊥平面 AMC 时，AB 两点之间的距离为______________.

【答案】$\frac{\sqrt{10}}{2}$

【考点】空间内距离

【难度】难

三、解答题（本大题 5 小题，共 48 分）

17. （本小题 8 分）

已知△ABC 的三个顶点的坐标是 A（1，1），B（2，3），C（3，−2）.

（1）求 BC 边所在直线的方程；

（2）求△ABC 的面积.

【答案】(1) $5x+y-13=0$，(2) $\frac{7}{2}$

【考点】直线方程及距离公式

【难度】易

【解析】(1) 由题可知，直线 BC 过 $(2,3)$、$(3,-2)$，∴方程为 $\frac{x-2}{3-2}=\frac{y-3}{-2-3}$，化简得 $5x+y-13=0$，∴直线 BC 方程为 $5x+y-13=0$。

(2) 由题可知 $|BC|=\sqrt{(3-2)^2+(-2-3)^2}=\sqrt{26}$，$A(1,1)$ 到直线 BC 的距离 $d=\frac{|5+1-13|}{\sqrt{25+1}}=\frac{7}{26}\sqrt{26}$，

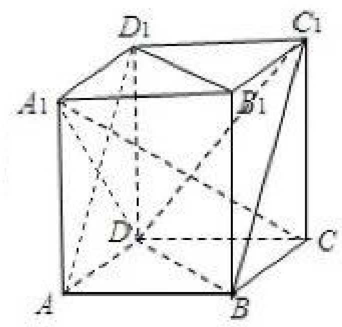
∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot d=\frac{1}{2}\times\sqrt{26}\times\frac{7}{26}\sqrt{26}=\frac{7}{2}$，∴△$ABC$ 的面积为 $\frac{7}{2}$.

18. （本小题 10 分）

已知正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$.

（1）求证：$AD_1 /\!/$ 平面 C_1BD；

（2）求证：$AD_1 /\!/$ 平面 A_1DC；



【答案】（1）见解析，（2）见解析

【考点】线面平行判定，线面垂直判定

【难度】易

【解析】（1）在正方体中 $AD_1 /\!/ BC_1$，又∵ $BC_1 \subset$ 面C_1BD，∴ $AD_1 /\!/$ 面 C_1BD

（2）在正方体 AA_1D_1D 中 $AD_1 \perp A_1D$，又∵ $CD \perp$ 面 AA_1D_1D，$AD_1 \subset$ 面 AA_1D_1D，∴ $CD \perp AD_1$，

∵ $AD_1 \perp CD$，$AD_1 \perp A_1D$，$CD \cap A_1D = D$，$CD \subset$ 面 A_1DC，$A_1D \subset$ 面 A_1DC，∴ $AD_1 \perp$ 面 A_1DC。

19. （本小题 10 分）

已知圆 C 的方程为 $x^2+y^2-4tx-2ty+5t^2-4=0(t>0)$.

（1）设 O 为坐标原点，求直线 OC 的方程；

（2）设直线 $y=x+1$ 与圆 C 交于 A，B 两点，若 $|AB|=2\sqrt{2}$，求实数 t 的值.

【答案】（1）$y=\frac{1}{2}x$，（2）$t=1$

【考点】直线与圆位置关系

【难度】中

【解析】（1）圆 C 方程可化为 $(x-2t)^2+(y-t)^2=4$，∴圆心为 $C(2t,t)$，半径 $r=2$，直线 OC 过 $(0,0)$ 及 $(2t,t)$ 两点，且 $t>0$，∴ $\frac{x-0}{2t-0}=\frac{y-0}{t-0}$，∴直线 OC 的方程为 $y=\frac{1}{2}x$.

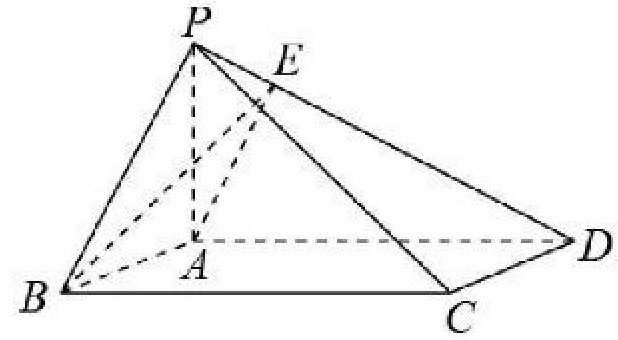
（2）由题可知直线为 $x-y+1=0$，半径为 $r=2$，半弦长 $\frac{|AB|}{2}=\sqrt{2}$，∴圆心 $C(2t,t)$ 到直线 $x-y+1=0$ 的距离 $d=\sqrt{2}$，∴ $\frac{|2t-t+1|}{\sqrt{1+1}}=\sqrt{2}$，解得 $t=1$ 或 $t=-3$（舍），∴ $t=1$.

20. （本小题 10 分）

（A）如图，在四棱锥 $P—ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为矩形，且 $AD=2AB=\sqrt{3}PA=2$，$AE\perp PD$，垂足为 E.

（1）求 PD 与平面 $ABCD$ 所成角的大小；

（2）求三棱锥 $P—ABE$ 的体积.



【答案】（1）$\angle PDA=\frac{\pi}{6}$ （2）$V_{P-ABE}=\frac{\sqrt{3}}{12}$

【考点】线面角求法，三棱锥体积求法

【难度】中

【解析】（1）$\because PA\perp$面 $ABCD$，$\therefore\angle PDA$ 即为所求，$\tan\angle PDA=\frac{PA}{AD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore\angle PDA=\frac{\pi}{6}$.

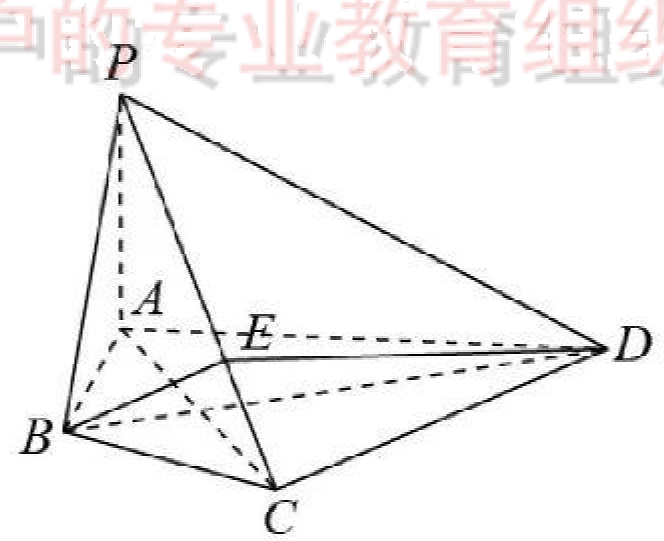
（2）过 E 做 $EF\perp PA$ 垂足为 F，EF 为面 PAB 上的高，$\because AE\perp PD$，$\therefore\triangle AEF\backsim\triangle DPA$，$\therefore\frac{EF}{PA}=\frac{AE}{PD}$，$\therefore PA=\frac{2}{3}\sqrt{3}$，$AE=\frac{AP\cdot AD}{PD}=1$，$PD=\frac{4}{3}\sqrt{3}$，$\therefore EF=\frac{1}{2}$，$S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}PA\cdot AB=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore V_{P-ABE}=\frac{1}{3}S_{\triangle PBA}\cdot EF=\frac{\sqrt{3}}{12}$

（B）如图，在四棱锥 $P—ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，$AB=BC$，$AD=DC$，E 为棱 PC 上不与点 C 重合的点.

（1）求证：平面 $BED\perp$平面 PAC；

（2）若 $PA=AC=2$，$BD=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，且二面角 $E—BD—C$ 的平面角为 45°，求三棱锥 $P—BED$ 的体积.



【答案】（1）见解析，（2）$\frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】面面平行证明，三棱锥体积求法

【难度】中

【解析】（1）$\because AB=BC$，$AD=CD$，$\therefore AC\perp BD$，又$\because PA\perp$面 $ABCD$，$BD\subset$面 $ABCD$，$\therefore PA\perp BD$，$BD\perp$面 PAC，$\because BD\subset$面 BED，$\therefore$面 $BED\perp$面 PAC.

（2）AC 与 BD 交于点 O，连接 EO，

过 E 作 $EF\perp AC$ 垂足为 F，则 $\angle EOF$ 即为 $E-BD-C$ 的平面角，

$\therefore\angle EOF=\frac{\pi}{4}$，$\because PA=AC=2$，$PA\perp AC$，$\therefore EO=\frac{\sqrt{2}}{2}OC=\frac{\sqrt{2}}{4}AC=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$EF=\frac{\sqrt{2}}{2}EO=\frac{1}{2}$，

$\therefore V_{P-ABCD}=\frac{1}{3}PA\cdot S_{ABCD}=\frac{8}{9}\sqrt{3}$，$V_{E-BCD}=\frac{1}{3}EF\cdot S_{\triangle BCD}=\frac{\sqrt{3}}{9}$，$V_{P-ABD}=\frac{1}{3}PA\cdot S_{\triangle BAD}=\frac{4\sqrt{3}}{9}$，$\therefore$

$V_{P-BED}=\frac{8}{9}\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{9}-\frac{4\sqrt{3}}{9}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

21. （本小题 10 分）

（A）已知圆 C_1：$(x-1)^2+(y+5)^2=50$，圆 C_2：$(x+1)^2+(y+1)^2=10$.

（1）证明圆 C_1 与圆 C_2 相交；

（2）若圆 C_3 经过圆 C_1 与圆 C_2 的交点以及坐标原点，求圆 C_3 的方程.

【答案】(1) 见解析，(2) $(x+2)^2+(y-1)^2=5$

【考点】圆的方程与公共弦

【难度】难

【解析】(1) $C_1(1,-5)$，$r_1=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$，$C_2(-1,-1)$，$r_2=\sqrt{10}$，$|C_1C_2|=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}<\sqrt{10}+5\sqrt{2}$，$\therefore C_1$ 与 C_2 相交；

(2) $\begin{cases}(x-1)^2+(y+5)^2=50 & ①\\(x+1)^2+(y+1)^2=10 & ②\end{cases}$，②−①得 $x-2y+4=0$，$x=2n-4$，

$(2y-5)^2+(y+5)^2=50$，解得 $\begin{cases}y_1=0\\x_1=-4\end{cases}$ $\begin{cases}y_2=2\\x_2=0\end{cases}$，$\therefore$ 圆 C_3 过 $A(-4,0)$，$B(0,2)$，$C(0,0)$.

$\triangle ABC$ 为直角三角形，$\therefore r=\frac{1}{2}AB=\sqrt{5}$，圆心为 AB 中点 $(-2,1)$，$\therefore$ 圆 C_3 为 $(x+2)^2+(y-1)^2=5$.

（B）已知圆 C_1：$x^2+y^2+2x-4y+1=0$，圆 C_2：$x^2+y^2-4x-5=0$

（1）试判断圆 C_1 与圆 C_2 是否相交．若相交，求两圆公共弦所在直线的方程，若不相交，说明理由；

（2）若直线 $y=kx+1$ 与圆 C_1 交于 A，B 两点，且 $OA\perp OB$，求实数 k 的值.

【答案】(1) 两圆相交，公共弦所在直线为 $3x-2y+3=0$，(2) $k_1=1+\sqrt{2}$ 或 $k_2=1-\sqrt{2}$

【考点】圆的方程与公共弦

【难度】难

【解析】(1) $C_1:(x+1)^2+(y-2)^2=4$，$C_2:(x-2)^2+y^2=4$，$\therefore C_1(-1,2)$，$C_2(2,0)$，$r_1=r_2=2$，

$|C_1C_2|=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}<r_1+r_2=4$，

$\therefore$ 两圆相交，两圆做差得 $(x^2+y^2+2x-4y+1)-(x^2+y^2-4x-5)=6x-4y+6=0$；

即公共弦所在直线为：$3x-2y+3=0$

(2) 由题可知，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_1)$，将 $y=kx+1$ 代入 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$，

得 $x^2+(kx+1)^2+2x-4(kx+1)+1=0$，整理得，$(1+k^2)x^2+(2-2k)x-2=0$，由韦达定理得

$x_1+x_2=-\frac{2-2k}{1+k^2}$，$x_1\cdot x_2=\frac{-2}{1+k^2}$，$\therefore OA\perp OB$，

$\therefore OA \cdot OB = 0$，得 $x_1x_2 + y_1y_2 = 0$，即 $x_1x_2 + (kx_1+1)(kx_2+1) = 0$，

整理得 $(1+k^2)x_1x_2 + k(x_1+x_2) + 1 = 0$，

所以 $(1+k^2)\dfrac{-2}{1+k^2} + k\cdot\left(-\dfrac{2-2k}{1+k^2}\right) + 1 = 0$，

解得 $k_1 = 1+\sqrt{2}$ 或 $k_2 = 1-\sqrt{2}$．