太原市 2018-2019 学年第一学期九年级期末考试

数学试卷解析

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 一元二次方程 $x^2-4=0$ 的解为

A. $x_1=4, x_2=-4$　　B. $x_1=2, x_2=-2$

C. $x_1=0, x_2=4$　　D. $x_1=0, x_2=-4$

【考点】解一元二次方程

【难度星级】★

【答案】B

【解析】$x^2=4 \Rightarrow x_1=2, x_2=-2$.

2. 下列反比例函数中，图象位于第二、四象限的是

A. $y=\frac{2}{x}$　　B. $y=\frac{0.2}{x}$　　C. $y=\frac{\sqrt{2}}{x}$　　D. $y=\frac{-2}{5x}$

【考点】反比例函数的图象性质

【难度星级】★

【答案】D

【解析】图象位于二、四象限，说明比例系数 k 为负数.

3. 有两张印有太原市创建全国文明城市卡通形象“双双”和“塔塔”的卡片（除图案外完全相同），现讲两张卡片背面朝上放置，搅匀后甲先从中随机抽取一张，记下图案放回，搅匀后乙再从中随机抽取一张，则甲、乙二人抽到的卡片图案恰好相同的概率是

双双　塔塔

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{3}{4}$

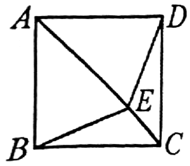
【考点】概率统计

【难度星级】★

【答案】A

【解析】总共有 4 种等可能的情况，符合要求的有 2 种情况，所以概率为 $\frac{1}{2}$.

4. 如图，正方形 ABCD 中，点 E 是对角线 AC 上的一点，且 AE=AB，连接 BE，DE，则 $\angle CDE$ 的度数是



（第 4 题图）

A.20° B.22.5° C.25° D. 30°

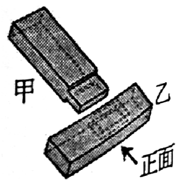
【考点】正方形的性质

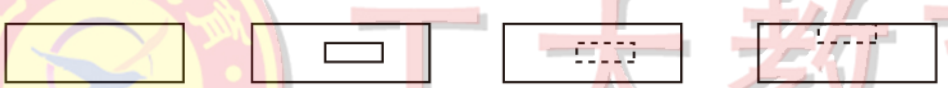
【难度星级】★

【答案】B

【解析】$\because AE = AD, \angle DAE = 45°, \therefore \angle ADE = 67.5°, \angle CDE = 22.5°$.

5. 应县木塔是中国现存最高最古的一座木构塔式建筑，主要借助榫卯将木构件连接起来，构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼.如图，甲构件带有榫头，乙构件带有卯眼，两个构件恰好可以完全咬合.根据图中标示的方向，乙构件的主视图是





A. B. C. D.

【考点】三视图

【难度星级】★

【答案】C

【解析】三视图中，看得见的线用实线，看不见的线用虚线.

6. 在用配方法解一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0\left(a \neq 0\right)$ 时，得到配方后的方程为 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$，若要将方程两边同时开平方，则系数 a,b,c 满足的条件为

A. $b^2 - 4ac > 0$ B. $b^2 - 4ac < 0$ C. $b^2 - 4ac \geq 0$ D. $b^2 - 4ac \leq 0$

【考点】一元二次方程根的判别式

【难度星级】★

【答案】C

【解析】被开方数 $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ 非负，则 $b^2 - 4ac$ 非负即可.

7. 过原点的直线 l 与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象交于点 $A(-2,a)$，$B(b,-3)$，则 k 的值为

A. -2　　B. -3　　C. -5　　D. -6

【考点】反比例函数解析式

【难度星级】★

【答案】D

【解析】$\because A,B$在反比例函数图象上,$\therefore -2a=-3b$；

$\because A,B$在正比例函数图象上,$\therefore \dfrac{a}{-2}=\dfrac{-3}{b}$；

联立以上两式得$\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}$或$\begin{cases}a=-3\\b=-2\end{cases}$(舍去)；

$\therefore k=-2\times 3=-6$.

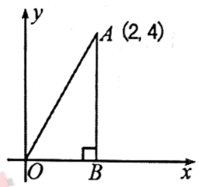
8. 如图，平面直角坐标系中，将△AOB 顶点 A，B 的横、纵坐标都乘 2，得到点 A’，B’，则关于△OA’B’与△OAB 的关系正确的是

A. △OA’B’与△OAB 关于原点位似，相似比为 1:2

B. △OA’B’与△OAB 关于原点位似，相似比为 2:1

C. △OA’B’与△OAB 关于点（2,4）位似，相似比为 2:1

D. △OA’B’与△OAB 关于点（2,0）位似，相似比为 2:1



（第 8 题图）

【考点】位似的性质

【难度星级】★

【答案】B

【解析】易知$\triangle OA'B'$和$\triangle OAB$关于原点位似，选项叙述中，$\triangle OA'B'$在前，$\therefore$相似比为$2:1$.

9. 《山西省新能源汽车产业 2018 年行动计划》指出，2018 年全省新能源汽车产能将达到 30 万辆.按照“十三五”规划，到 2020 年，全省新能源汽车产能将达到 41 万辆.若设这两年全省新能源汽车产能的平均增率为 x，则根据题意可列出方程是

A. $30(1+x)^2=41$　　B. $30(1+2x)=41$

C. $30+30(1+x)+30(1+x)^2=41$　　D. $30+30(1+x)^2=41$

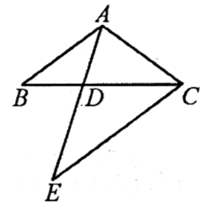
【考点】增长率问题

【难度星级】★

【答案】A

【解析】2018 年产能为 30 万辆，2019 年产能为$30(1+x)$万辆，2020 年产能为$30(1+x)^2$万辆.

10. 如图，在△ABC 中，AB=AC=2，讲△ABC 绕点 C 逆时针方向旋转得到△DEC，当点 D 落在 BC 边上时，ED 的延长线恰好经过点 A，则 AD 的长为



（第 10 题图）

A.1　　B.$\frac{2}{3}$　　C.$\sqrt{5}-1$　　D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

【考点】相似三角形的性质

【难度星级】★★

【答案】C

【解析】易知$\triangle ACD \backsim \triangle AEC$，$\therefore \frac{AC}{AE}=\frac{AD}{AC}$；设$AD=x$,则$\frac{2}{x+2}=\frac{x}{2}$,解得 $x_1=\sqrt{5}-1, x_2=-\sqrt{5}-1$(舍去).

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

11. 某超市随机调查了近期的 1000 次交易记录，发现顾客使用手机支付的次数为 750 次.若从在该超市购物的顾客中随机选取一人，他恰好使用手机支付的概率约为________.

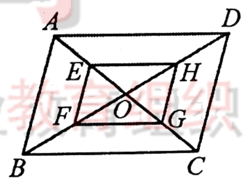
【考点】概率统计

【难度星级】★

【答案】$\frac{3}{4}$

【解析】以频率估计概率.

12. 如图，$\square ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交与点 O，点 E，F，G，H 分别是 OA，OB，OC，OD 的中点.若要使四边形 EFGH 成为菱形，则$\square ABCD$ 应满足的条件是________.（写出一种即可）



（第 12 题图）

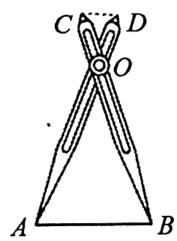
【考点】中点四边形

【难度星级】★

【答案】$AB=AD$

【解析】易知四边形 $EFGH$ 为平行四边形，所以只需 $EF=EH$ 就可使其成为菱形，$\therefore AB=AD$.

13. 如图的比例规是一种画图工具，使用它可以把线段按一定比例伸长或缩短.它是由长度相等的两脚 AD 和 BC 交叉构成的.如果螺丝钉点 O 的位置使 OA=3OD，OB=3OC，那么，当 A，B 两点间距离为 5 时，C，D 两点间的距离为________.



（第 13 题图）

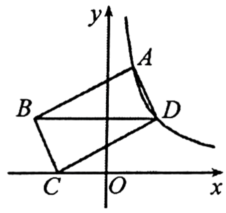
【考点】相似三角形的性质

【难度星级】★

【答案】$\frac{5}{3}$

【解析】$\triangle AOB \backsim \triangle DOC$，相似比 $AB:CD=3:1$，$\therefore CD=\frac{5}{3}$.

14. 如图，在平面直角坐标系中，$\square ABCD$ 的顶点 A，D 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的图像上，点 C 在 x 轴上，对角线 BD∥x 轴.若 A，D 两点的横坐标分别为 1，2，AD 的长为 $\sqrt{5}$，则 k 的值为_______.



（第 14 题图）

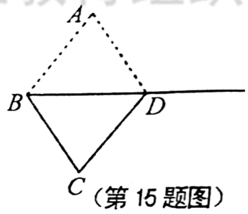
【考点】反比例函数解析式

【难度星级】★

【答案】4

【解析】易知，A,D 两点的纵坐标之差为 2，所以 B,C 两点的纵坐标之差也为 2，所以点 B 和点 D 的纵坐标都为 2，又知道点 D 的横坐标为 2，$\therefore k=4$.

15. 如图，菱形纸片 ABCD 中，AB=5，BD=6，将纸片沿对角线 BD 剪开，再将△ABD 沿射线 BD 的方向平移得到△A'CD'.当△A'CD'是直角三角形时，△ABD 平移的距离为________.



（第 15 题图）

【考点】相似综合

【难度星级】★★

【答案】$\frac{7}{3}$ 或 $\frac{32}{3}$

【解析】

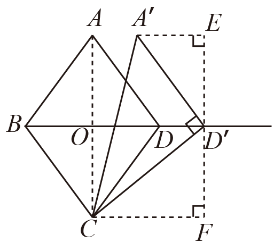


图1

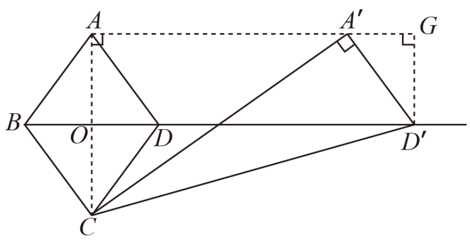


图2

①当$\angle A'D'C$为直角时，辅助线添加如图 1 所示，$\triangle A'ED'\backsim\triangle D'FC$，

$\therefore\dfrac{A'E}{D'F}=\dfrac{D'E}{CF}$,即$\dfrac{3}{4}=\dfrac{4}{CF}$,$\therefore CF=\dfrac{16}{3}$,$DD'=CF-OD=\dfrac{16}{3}-3=\dfrac{7}{3}$；

②当$\angle CA'D'$为直角时，辅助线添加如图 2 所示，$\triangle AA'C\backsim\triangle GD'A'$，

$\therefore\dfrac{AA'}{D'G}=\dfrac{AC}{A'G}$,即$\dfrac{AA'}{4}=\dfrac{8}{3}$,$\therefore AA'=\dfrac{32}{3}$.

三、解答题（本大题含 8 个小题，共 60 分）解答应写出必要的文字说明、推理过程或演算步骤.

16. 解下列方程（每小题 4 分，共 8 分）

（1）$2x^2+4x-1=0$；　　　　（2）$2x\left(x+2\right)=x+2$

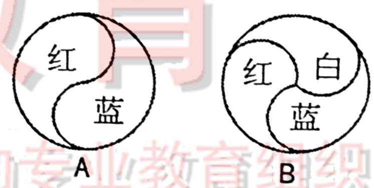
【考点】一元二次方程的基本解法

【难度星级】★

【答案】(1) $x_1=\dfrac{\sqrt{6}}{2}-1,x_1=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}-1$　(2) $x_1=-2,x_2=\dfrac{1}{2}$

17. （本题 6 分）

新年游园会中有一款电子飞镖的游戏.如图，A 靶被等分成 2 个区域，分别涂上红色和蓝色，B 靶被等分成 3 个区域，分别涂上红色、蓝色和白色.小彬向 A 靶、小颖向 B 靶分别投掷一枚电子飞镖，飞镖随机落在靶盘的某一位置，若两枚飞镖命中部分的颜色恰好配成紫色，小彬获得奖品，否则，小颖获得奖品（若飞镖落在边界线上时，重投一次，直到落在某一区域）.这个游戏公平吗？说明理由.



【考点】概率

【难度星级】★★

【答案】见解析

【解析】

解：不公平，理由如下：

	红	蓝	白
红	（红，红）	（红，蓝）	（红，白）
蓝	（蓝，红）	（蓝，蓝）	（蓝，白）

由题可知，配成紫色需要红色、蓝色搭配。

列表可知：两次投掷结果，共有 6 种等可能的情况，

其中能够配成紫色的共有 2 种情况

故所求概率为$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$，所以这个游戏不公平。

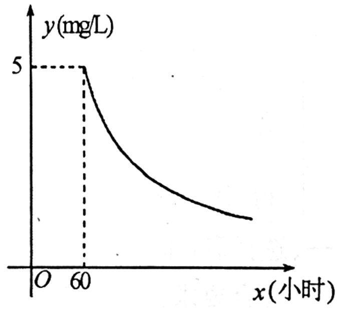
18. （本题 6 分）

《城镇污水处理厂污染物排放标准》中硫化物的排放标准为 1.0mg/L.某污水处理厂在自查中发现，所排污水中硫化物的浓度为 5mg/L；从第 60 小时开始，所排污水中硫化物的浓度 y（mg/L）是监测事件 x（小时）的反比例函数，其图像如图所示.

（1）求 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）整改开始第 100 小时时，所排污水中硫化物浓度为______mg/L；

（3）按规定所排污水中硫化物的浓度不超过 0.8mg/L 时，才能解除实时监测，此次整改实时监测的时间至少为多少小时？



【考点】反比函数的应用

【难度星级】★★

【答案】见解析

【解析】

解：（1）由题可知，当 x>60 时，图象为反比例函数，设函数关系式为 $y=\frac{k}{x}$，

由于图象经过点（60,5），所以代入可得 $k=300$，

故 y 与 x 的函数关系式为 $y=\frac{300}{x}$（$x\geq 60$）。

（2） 3

（3）解，令 y=0.8，得 x=375

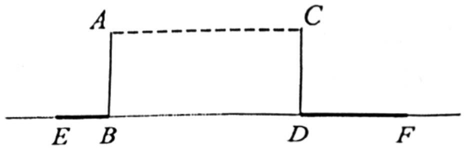
因为 y 随 x 的增大而减小，所以此次整改时监控的时间至少为 375 小时。

19. （本题 6 分）

一天晚上，哥哥和弟弟拿两根等长的标杆 AB，CD 直立在一盏亮着的路灯下，然后调整标杆位置，使它们在该路灯下的影子 BE，DF 恰好在一条直线上（如图所示）.

（1）请在图中画出路灯灯泡 P 的位置；

（2）哥哥和弟弟测得如下数据：AB=CD=1.6 米，BE=1 米，DF=2 米，两根标杆的距离 AC=BD=3.6 米，且 AC∥BD.请你根据以上信息计算灯泡 P 距离地面的高度.

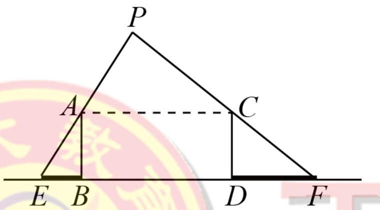


【考点】投影与视图

【难度星级】★★

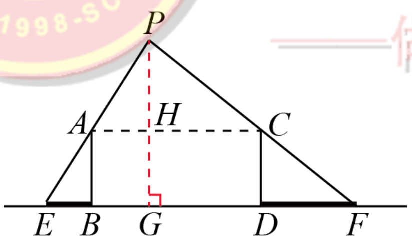
【答案】⑴见解析 ⑵3.52 米

【解析】⑴点 P 的位置如图所示：



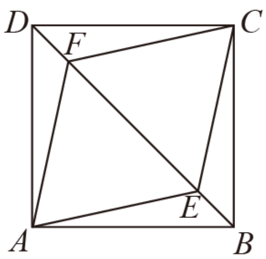
⑵如下图所示：假设 $PH=x$，由图易得 $\Delta PAC \backsim \Delta PEF$，$\dfrac{AC}{EF}=\dfrac{PH}{PG}$，$\dfrac{3.6}{3.6+1+2}=\dfrac{x}{x+1.6}$，$x=1.92$

$\therefore PG=1.6+1.92=3.52$米.



20. （本题 6 分）

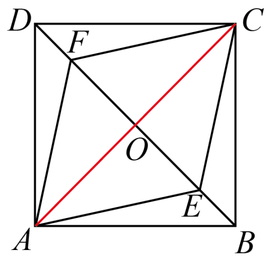
已知：如图，E，F 是正方形 ABCD 的对角线 BD 上的两点，且 BE=DF.求证：四边形 AECF 是菱形.



【考点】特殊的四边形性质和判定

【难度星级】★★

【答案】证明见解析



【解析】如图所示：

连接 AC，与 BD 交于点 O

∵四边形 ABCD 为正方形，

∴OA=OC，OB=OD 且 AC⊥BD

∴OD-DF=OB-BE，∴OE=OF

∴四边形 AECF 为平行四边形（对角线互相平分的四边形）

又∵AC⊥EF

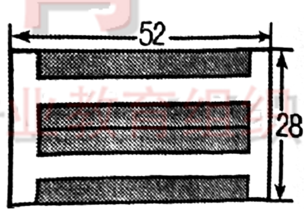
∴平行四边形 AECF 为菱形（对角线互相垂直的平行四边形）

21. （本题 6 分）

社区利用一块矩形空地建了一个小型的惠民停车场，其布局如图所示.已知停车场的长为 52 米，宽为 28 米，阴影部分设计为停车位，要铺花砖，其余部分是等宽的通道.已知铺花砖的面积为 640 平方米.

（1）求通道的宽是多少米？

（2）该停车场共有车位 64 个，据调查分析，当每个车位的月租金为 200 元时，可全部租出；当每个车位的月租金每上涨 10 元，就会少租出 1 个车位.当每个车位的月租金上涨多少元时，停车场的月租金收入为 14400 元？



【考点】一元二次方程的应用题

【难度星级】★★

【答案】⑴6 米　　⑵40 元或 400 元

【解析】⑴假设甬道的宽度为 x 米.则可列一元二次方程如下：

$(52-2x)(28-2x)=640$，化简得 $x^2-40x+204=0$，

解得 $(x-6)(x-34)=0, x_1=6, x_2=34$ （舍去）

答：甬道的宽度为 6 米.

⑵假设每个车位租金上涨 x 元. 则可列一元二次方程如下：

$(200+x)\left(64-\frac{x}{10}\cdot 1\right)=14400$，化简得 $x^2-440x+16000=0$，

解得 $(x-40)(x-400)=0, x_1=40, x_2=400$

答：每个车位租金上涨 40 元或 400 元，月租金收入为 14400 元.

22. （本题 10 分）综合与实践----图形变换中的数学问题

问题情境：

如图 1，已知矩形 ABCD 中，点 E，F 是 AD，BC 的中点，连接 EF.讲矩形 ABCD 沿 EF 剪开，得到四边形 ABFE 和四边形 EPCD.

（1）求证：四边形 EPCD 是矩形

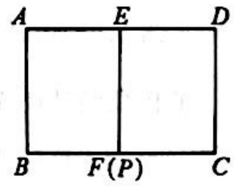


图 1

操作探究：

保持矩形 EPCD 位置不变，讲矩形 ABFE 从图 1 的位置开始，绕点 E 按逆时针方向旋转，设旋转角为$\alpha\left(0°<\alpha<360°\right)$.操作中，提出了如下问题，请你回答：

（2）如图 2，当矩形 ABFE 旋转到点 A 落在线段 EP 上时，线段 EF 恰好经过点 D，设 DC 与 AB 相交与点 G.判断四边形 EAGD 的形状，并说明理由；

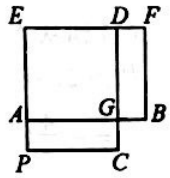
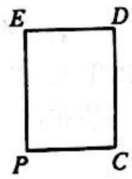


图 2

（3）请从 A，B 两题中任选一题作答.我选择_____题.

A.在矩形 ABFE 旋转过程中，连接线段 AP 和 BP.当 AP=BP 时，直接写出旋转角 α 的度数.

B.已知矩形 ABCD 中，AB=10，AD=$8\sqrt{3}$，在矩形 ABFE 旋转过程中，连接线段 AP 和 BP.当 AP=BP 时，直接写出 AP 的长.



备用图

【考点】特殊四边形与三大变换

【难度星级】★★★

【答案】⑴证明见解析 ⑵正方形，证明见解析 ⑶A 60°或 300° B $2\sqrt{7}$或$2\sqrt{67}$

【解析】⑴ 证明如下：

∵ABCD 为矩形

∴AD∥BC，AD=BC，$\angle D=90°$

又∵E 是 AD 中点，F 是 BC 中点

∴ DE=$\frac{1}{2}$AD，PC=$\frac{1}{2}$BC

∴ DE=PC 且 DE∥PC

∴四边形 EPCD 是平行四边形

又∵ $\angle D=90°$

∴四边形 EPCD 是矩形

⑵证明如下：

由图易得：$\angle E=\angle EAB=\angle EDG=90°$

∴四边形 EAGD 是矩形（三个角为 90°的四边形）

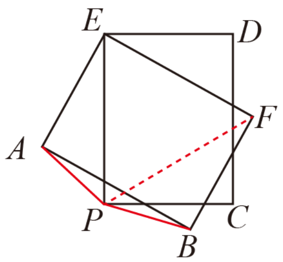
又∵EA=ED

∴四边形 EAGD 是正方形（一组邻边相等的矩形）

(3)A 题

如下图所示：易证明 $\angle PAE=\angle PBF$， $\Delta PEA\cong\Delta PFB$ （SAS）， ∴ PE=PF

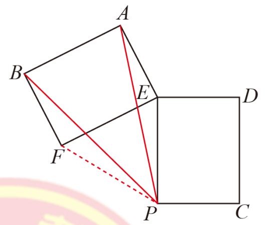
又∵ PE=PF， ∴ 三角形 PEF 为等边三角形， ∴ 旋转角度为 60°．



B 题

如下图所示：易证明 $\angle PAE=\angle PBF$， $\Delta PEA\cong\Delta PFB$ （SAS）， ∴ PE=PF

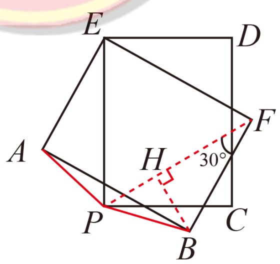
又∵ PE=PF， ∴ 三角形 PEF 为等边三角形， ∴ 旋转角度为 $360°-60°=300°$．



(4)A 题

如下图所示：易证明 $\angle PFB=30°$， ∵ $BF=4\sqrt{3}$， ∴ $BH=2\sqrt{3},HF=6$

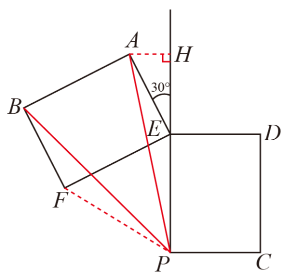
∴ $PH=10-6=4$， ∴ $PA=PB=\sqrt{4^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{7}$．



B 题

如下图所示：易证明 $\angle AEH=30°$， ∵ $AE=4\sqrt{3}$， ∴ $AH=2\sqrt{3},HE=6$

∴ $PH=10+6=16$， ∴ $PA=\sqrt{16^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{67}$．



23. （本题 10 分）综合与探究

如图 1,，平面直角坐标系中，菱形 ABCD 的顶点 B，C 在 x 轴上，反比例函数 $y=-\frac{4}{x}$（x<0）的图象经过点 A，并与线段 AB 交于点 E，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过点 D，AD 交 y 轴于点 G，已知 A（-1，a），B（-4,0）

（1） 求点 D 的坐标及反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的表达式；

（2） 直接写出点 E 的坐标：________________

（3） **请从 A，B 两题中任选一题作答，我选择_____题.**

如图 2，点 P 是 y 轴正半轴上的一个动点，过点 P 做 y 轴的垂线，分别交反比例函数 $y=-\frac{4}{x}$（x<0）与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象于点 M，N，设点 P 的坐标为（0，m）.

A. ①当 MN=OB 时，求 m 的值

②点 P 运动过程中，是否存在某一时刻，使 AE=AP？若存在，直接写出 P 的坐标；若不存在，说明理由.

B. ①当 CM=CN 时求 m 的值；

②在点 P 运动过程中，直线 AD 上是否存在点 Q，使以 A，E，N，Q 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，直接写出点 N 的坐标；若不存在，说明理由.

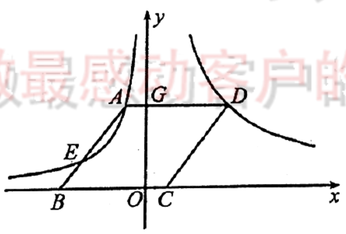


图1

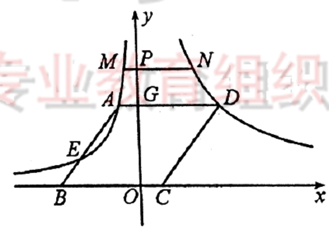


图2

【考点】反比例函数综合题目

【难度星级】★★★

【答案】(1)D$(4,4)$ $y=\frac{16}{x}$ (2)E$\left(-3,\frac{4}{3}\right)$

(3)A ①5 ② $\left(0,4+\frac{\sqrt{91}}{3}\right)$或$\left(0,4-\frac{\sqrt{91}}{3}\right)$ B ①6 ②$\left(\frac{12}{5},\frac{20}{3}\right)$或$\left(12,\frac{4}{3}\right)$

【解析】(1) 证明如下：

将点 A$(-1,a)$代入 $y=\frac{-4}{x}$ 中，点 A 坐标为$(-1,4)$，

由点 B$(-4,0)$ 可得 AB$=\sqrt{3^2+4^2}=5$，易得 D 点坐标为$(4,4)$

将点 D$(4,4)$代入，∴反比例函数解析式为 $y=\frac{16}{x}$

(2)将点 A $(-1,4)$ 和点 B$(-4,0)$ 代入到 $y=kx+b$ 中，

$\begin{cases}4=-k+b\\0=-4k+b\end{cases}$,解得$\begin{cases}k=\frac{4}{3}\\b=\frac{16}{3}\end{cases}$，∴ $y=\frac{4}{3}x+\frac{16}{3}$，

联立$\begin{cases}y=\frac{4}{3}x+\frac{16}{3}\\y=\frac{-4}{x}\end{cases}$，解得$\begin{cases}x_1=-1\\x_2=-3\end{cases}$

∴E$\left(-3,\frac{4}{3}\right)$

(3)A

①假设点 P$(0,m)$，则 M$\left(-\frac{4}{m},m\right)$，N$\left(\frac{16}{m},m\right)$

MN=$\frac{16}{m}-\left(-\frac{4}{m}\right)=\frac{20}{m}$，∴ $\frac{20}{m}=4,m=5$

② 已知 A$(-1,4)$，E$\left(-3,\frac{4}{3}\right)$，∴AE=$\frac{10}{3}$，假设 P$(0,\text{m})$

则 AP=$\sqrt{1^2+(m-4)^2}=\frac{10}{3},m_1=4+\frac{\sqrt{91}}{3},m_2=4-\frac{\sqrt{91}}{3}$

所以点 P 坐标为$\left(0,4+\frac{\sqrt{91}}{3}\right)$或$\left(0,4-\frac{\sqrt{91}}{3}\right)$.

B

①假设点 P$(0,m)$，则 M$\left(-\frac{4}{m},m\right)$，N$\left(\frac{16}{m},m\right)$，C$(1,0)$

CM=$\sqrt{\left(1+\frac{4}{m}\right)^2+m^2}$，CN=$\sqrt{\left(1-\frac{16}{m}\right)^2+m^2}$

令 $\sqrt{\left(1+\frac{4}{m}\right)^2+m^2}=\sqrt{\left(1-\frac{16}{m}\right)^2+m^2}$，$m$=6

② 已知 $A(-1,4)$，$E\left(-3,\frac{4}{3}\right)$

如图：根据中点坐标公式有 $y_A+y_{Q1}=y_E+y_{N1}$，$y_{N1}=y_A+y_{Q1}-y_E=4+4-\frac{4}{3}=\frac{20}{3}$，

将 N_1 纵坐标代入，$\therefore N_1\left(\frac{12}{5},\frac{20}{3}\right)$.

同理可得 N_2 纵坐标为 $\frac{4}{3}$，将将 N_2 纵坐标代入，$\therefore N_2\cdot\left(12,\frac{4}{3}\right)$.