太原市 2018-2019 学年第一学期高二年级期末考试

数学试卷（理科）

（答题时间 90 分钟　满分 100 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. 椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 的焦距为（　　）

A. 4　　　　B. 5

C. 6　　　　D. 9

2. 命题：“ $\forall x\in \mathbf{R},3^x>0$ ” 的否定是（　　）

A. $\exists x_0\in \mathbf{R},3^{x_0}\le 0$　　　　B. $\exists x_0\in \mathbf{R},3^{x_0}<0$

C. $\forall x\in \mathbf{R},3^x\le 0$　　　　D. $\forall x\in \mathbf{R},3^x<0$

3. 在空间直角坐标系中，已知点 $A(1,0,1)$， $B(3,2,1)$，则线段 AB 的中点坐标是（　　）

A. $(1,1,1)$　　　　B. $(2,1,1)$

C. $(1,1,2)$　　　　D. $(1,2,3)$

4. 下列命题是真命题的是（　　）

A. $4\in\{2,3\}$ 且 $2\in\{2,3\}$　　　　B. 1 是奇数且 1 是素数

C. 2 是偶数或 3 不是素数　　　　D. 周长或面积相等的两个三角形全等

5. 抛物线 $x^2=\frac{1}{2}y$ 的焦点到准线的距离是（　　）

A. 1　　　　B. 2　　　　C. $\frac{1}{2}$　　　　D. $\frac{1}{4}$

6. 已知空间直角坐标系中点 $P(2,1,3)$，若在 z 轴上取一点 Q，使得$|PQ|$最小，则点 Q 的坐标为（　　）

A. $(0,0,1)$　　B. $(0,0,2)$　　C. $(0,0,3)$　　D. $(0,1,0)$

7. “$mn<0$”是“方程 $mx^2-ny^2=1$ 表示椭圆”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 若直线 l 的方向向量为 $\boldsymbol{m}$，平面 α 的法向量为 $\boldsymbol{n}$，则可能使 $l//\alpha$ 的是（　　）

A． $\mathbf{m}=(1,0,0),\mathbf{n}=(-2,0,0)$　　B． $\mathbf{m}=(1,3,5),\mathbf{n}=(1,0,1)$

C． $\mathbf{m}=(0,2,1),\mathbf{n}=(-1,0,-1)$　　D． $\mathbf{m}=(1,-1,3),\mathbf{n}=(0,3,1)$

9. 已知 $A(1,0,0)$，$B(0,1,0)$，$C(0,0,1)$三点，以 $\mathbf{n}=(1,1,1)$ 为方向向量的直线与平面 ABC 的关系是（　　）

A. 垂直　　B.不垂直　　C. 平行　　D. 以上都有可能

10. 已知双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右顶点为 A，抛物线 $C:y^2=8ax$ 的焦点为 F .若在 E 的渐近线上存在点 P，使得 $\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{FP}$，则曲线 E 的离心率的取值范围是（　　）

A. $(1,2)$　　B. $\left(1,\frac{3\sqrt{2}}{4}\right]$　　C. $\left[\frac{3\sqrt{2}}{4},+\infty\right)$　　D. $(2,+\infty)$

11. 若$\triangle ABC$的三个顶点分别为$A\left(0,0,\sqrt{5}\right)$, $B\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},\sqrt{5}\right)$, $C\left(-1,0,\sqrt{5}\right)$，则角$A$的大小为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

12. 已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，点P是平面$ABCD$内的动点，若点P到直线A_1D_1的距离等于点P到直线CD的距离，则动点P的轨迹所在的曲线是（　　）

A .抛物线　　B. 双曲线　　C. 椭圆　　D. 直线

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

13. 双曲线$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=1$的实轴长为________.

14. 命题“如果$x+y>3$，那么$x>1$且$y>2$”的逆否命题是______________________.

15. 已知双曲线C与椭圆$E:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$有共同的焦点，它们的离心率之和为$\frac{14}{5}$，则双曲线$C$的标准方程是____________.

16. 空间四点A,B,C,D满足$\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$, $\left|\overrightarrow{BC}\right|=7$, $\left|\overrightarrow{CD}\right|=11$, $\left|\overrightarrow{DA}\right|=9$,则$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$______________.

三、解答题（本大题共 5 小题，共计 52 分）

17. （10 分）命题 p：曲线 $y=x^2+(2m-3)x-1$ 与 x 轴相交于不同的两个点；命题 q：椭圆 $\frac{x^2}{m^2+1}+\frac{y^2}{2}=1$ 的焦点在 y 轴上.

(1)判断命题 p 的否定的真假；

(2)若“p 且 q”是假命题，“p 或 q”是真命题，求实数 m 的取值范围.

18. （10 分）已知抛物线 $C:y^2=2px$ 经过点 $P(4,4)$.

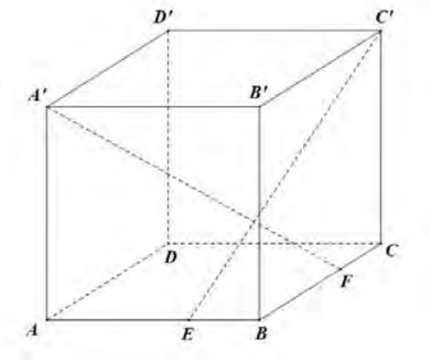
(1)求点抛物线 C 方程；

(2)若 A,B 为抛物线 C 上不同的两点，且 AB 的中点坐标为 $(2,1)$，求直线 AB 的方程.

19. （10 分）如图，在棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别是棱 AB, BC 上的点，且 $\frac{AB}{EB}=\frac{BC}{FC}=3$.

(1)求线段 A_1F 的长；

(2)求异面直线 A_1F 与 C_1E 所成的角.



20. （10 分）**说明：请在（A），（B）两个小题中任选一题解答**

（A） 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的两个焦点别为 F_1， F_2，焦距为 2，过 $(1,0)$ 作直线与椭圆交于 A、B 两点，连接 AF_1,BF_1，且 $\triangle ABF_1$ 的周长为 $4\sqrt{2}$.

(1)椭圆 C 的标准方程；

(2)若直线 AB 的斜率为 1，且 $\dfrac{|BF_2|}{|AF_2|}=\lambda$，求 λ 的值.

（B） 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的两个焦点别为 F_1， F_2，焦距为 2，过 $(1,0)$ 作直线与椭圆交于 A、B 两点，连接 AF_1,BF_1，且 $\triangle ABF_1$ 的周长为 $4\sqrt{2}$.

(1)椭圆 C 的标准方程；

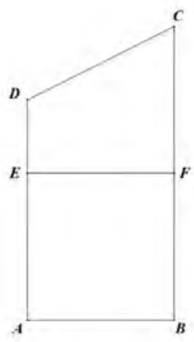
(2)若 $|AB|=4|F_2A|$，求直线 AB 的方程.

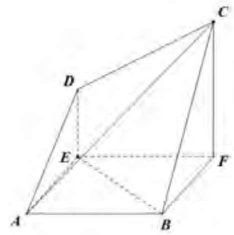
21. （12 分）**说明：请在（A），（B）两个小题中任选一题解答**

（A）已知四边形 $ABCD$ 为直角梯形，$AD//BC$，$AB\perp BC$，$BC=2AB=4$，$AD=3$，过 BC 的中点 F 作 $EF//AB$，交 AD 于点 E，沿 EF 将四边形 $EFCD$ 折起，连接 AD,BC,AC．

(1)求证：$BE//$平面ACD；

(2)若平面$CDEF\perp$平面$ABEF$，求二面角 $B-AC-D$ 的大小.





（B）已知四边形 $ABCD$ 为直角梯形，$AD//BC$，$AB\perp BC$，$BC=2AB=4$，$AD=3$，过 BC 的中点 F 作 $EF//AB$，交 AD 于点 E，沿 EF 将四边形 $EFCD$ 折起，连接 AD,BC,AC．

(1)求证：$BE//$平面ACD；

(2)若平面$CDEF\perp$平面$ABEF$，在线段 BC 上是否存在 P，使得直线 FP 与平面 ACD 所成角为 30°，并说明理由.