



2016 ~ 2017 学年第二学期高一年级阶段性测评

数学试卷

(考试时间:上午 8:00—9:30)

说明:本试卷为闭卷笔答,答题时间 90 分钟,满分 100 分.

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 3 分,共 36 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知向量 $a = (4, 2)$, $b = (2, y)$, 且 $a \parallel b$, 则 $y =$

A. 4 B. 3
C. 2 D. 1

2. 若 α 为第三象限角, 则

A. $\tan\alpha < 0$ B. $\tan\frac{\alpha}{2} > 0$
C. $\sin\alpha < 0$ D. $\cos\alpha > 0$

3. 终边在直线 $y = x$ 上的角的集合是

A. $\{\alpha | \alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $\{\alpha | \alpha = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C. $\{\alpha | \alpha = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $\{\alpha | \alpha = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

4. 已知 $a = \sin 33^\circ$, $b = \cos 55^\circ$, $c = \sin 120^\circ$, 则

A. $a > b > c$ B. $b > a > c$
C. $c > b > a$ D. $c > a > b$

5. 已知四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $\overrightarrow{AB} = (2, 3)$, $\overrightarrow{AD} = (-1, 2)$, 则 $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} =$

A. $(-2, 4)$ B. $(4, 6)$
 C. $(-6, -2)$ D. $(-1, 9)$

6. 已知函数 $f(x) = \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6})$, 则

A. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称
 B. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称
 C. 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后关于原点对称
 D. 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称

7. 下列说法不正确的是

A. a, b 为不共线向量, 若 $|a + b| = |a - b|$, 则 $a \perp b$
 B. 若 a, b 为平面内两个不相等向量, 则平面内任意向量 c 都可以表示为 $c = \lambda a + \mu b$
 C. 若 $a \parallel b, b \parallel c$, 则 a 与 c 不一定共线
 D. $(\lambda a) \cdot b = a \cdot (\lambda b)$

8. 若 $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$, 则 $\sin 2\alpha =$

A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{4}{5}$
 C. $-\frac{2}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

9. 函数 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 纵坐标不变横坐标变为原来的 2 倍, 再向上平移 1 个单位, 得到 $g(x) = \sin(x + \frac{\pi}{6})$, 则

A. $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6}) - 1$ B. $f(x) = \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{12}) + 1$
 C. $f(x) = \cos 2x - 1$ D. $f(x) = \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}) - 1$



10. $\sin 50^\circ(1 + \sqrt{3}\tan 10^\circ) =$

A. $\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

11. 如图, $\triangle ABC$ 中, O 为 BC 的中点, 过 O 的直线交 AB 、 AC 所在直线于 M 、 N , 若 $\overrightarrow{AB} = m\overrightarrow{AM}$,

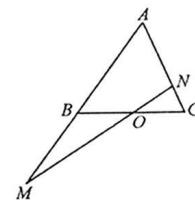
$\overrightarrow{AC} = n\overrightarrow{AN}$, 则 $m + n =$

A. 2

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 3



12. 已知函数 $f(x) = \sin x - \cos x + \sin x \cos x$, 则 $f(x)$ 的值域为

A. $[1, +\infty)$

B. $[-\sqrt{2} + \frac{1}{2}, 1]$

C. $[-1, 1]$

D. $[-\sqrt{2} - \frac{1}{2}, 1]$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在题中横线上.

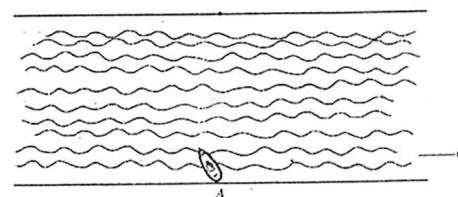
13. $\sin \frac{\pi}{6} =$ _____.

14. 若 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{2}{5}$, $\tan \beta = \frac{1}{4}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

15. 若 $|a| = 1$, $|b| = 2$, $a \perp (a - 2b)$, 则 $|a + b| =$ _____.

16. 如图, 视一条河的两岸为两条平行直线, 河宽 500m, 一艘船从河的一岸边 A 处出发到河对岸. 已知船的速率为 20 km/h, 水流速率为 5 km/h, 当行驶航程最短时, 所用时间为

_____ min.



三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 48 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 8 分)

已知向量 $a = (\lambda, 3)$, $b = (-2, 4)$.

(1) 若 $(2a + b) \perp b$, 求 λ ;

(2) 若 $\lambda = 4$, 求向量 a 在 b 方向上的投影 $|a| \cos \theta$ (其中 θ 是 a 与 b 的夹角).



18.(本小题满分 10 分)

$$\text{已知: } f(\alpha) = \frac{\sin^2(\pi - \alpha)\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\tan(\pi - \alpha)\tan\alpha\cos^2(\pi - \alpha)}$$

(1) 化简 $f(\alpha)$;

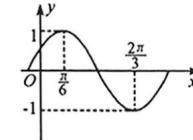
(2) 若 α 为第四象限角, 且 $\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. 求 $f(\alpha + \frac{\pi}{3})$.

19.(本小题满分 10 分)

函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[\pi, 2\pi]$ 上的单调递增区间及其在 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上的值域.



题
答
要
不
内
线
封
弥



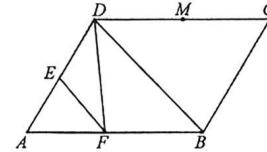


20.(本小题满分 10 分) 说明:请同学们在(A)、(B) 两个小题中任选一题作答 .

(A) 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 1$, $\angle BAD = 60^\circ$, M 为 CD 中点, $\vec{AC} \cdot \vec{BM} = -\frac{1}{2}$.

(1) 求 AB 的长;

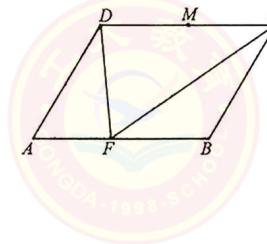
(2) 设 E 、 F 为线段 AD 、 AB 上的动点, 且 $EF \parallel BD$, 求 $\vec{AE} \cdot \vec{DF}$ 的最小值.



(B) 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 1$, $\angle BAD = 60^\circ$, M 为 CD 中点, $\vec{AC} \cdot \vec{BM} = -\frac{1}{2}$.

(1) 求 AB 的长;

(2) 设 F 为线段 AB 上的动点(不包含端点), 求 $\vec{CF} \cdot \vec{DF}$ 的最小值, 以及此时点 F 的位置.



21.(本小题满分 10 分) 说明:请同学们在(A)、(B) 两个小题中任选一题作答 .

(A) 已知 $a = (\sin \omega x, \cos \omega x)$, $b = (\cos \omega x, \sqrt{3} \cos \omega x)$, $f(x) = a \cdot b - \frac{\sqrt{3}}{2}$, 且函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π .

(1) 求 ω 的值;

(2) 若 $f(\alpha) = \frac{3}{5}$, $-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{12}$, $f(\beta) = -\frac{5}{13}$, $-\frac{2\pi}{3} < \beta < -\frac{5\pi}{12}$, 求 $\cos(2\alpha - 2\beta)$ 的值.

(B) 已知 $a = (\sin \omega x, \cos \omega x)$, $b = (\cos \omega x, \sqrt{3} \cos \omega x)$, $f(x) = a \cdot b - \frac{\sqrt{3}}{2}$, 且函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π .

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若关于 x 的方程 $2f(x - \frac{\pi}{6}) + f(x + \frac{\pi}{12}) = m$ 在 $[0, \pi]$ 内有两个不同的解 α, β ,

求证: $\cos(2\alpha - 2\beta) = \frac{2}{5}m^2 - 1$.

工大教育

—做最感动客户的专业教育组织