# 太原市 2019 年高三模拟试题(一)

# 数学试卷(文史类)

(考试时间:下午 3:00——5:00)

**注意事项:**

1.本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,第Ⅰ卷 1 至 3 页,第Ⅱ卷 4 至 8 页。

2.回答第Ⅰ卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。

3.回答第Ⅰ卷时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。

4.回答第Ⅱ卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

## 第Ⅰ卷

**一、选择题:**(本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分)



1.已知集合 $A=\{x\,|\,|x|<1\}$,$B=\{x\,|\,0<x\leqslant 2\}$,则 $A\cap B=$(　　)

A.(0,1)　　B. (0,1]　　C. (−1,2]　　D. (−1,2)

2.已知 $i$ 为虚数单位,则复数 $\frac{5}{1+2i}=$(　　)

A.$2+i$　　B.$-1-2i$　　C. $1-2i$　　D.$2-i$

3.下列命题中的真命题是(　　)

A.若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$,则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为钝角

B.若 $am^2\geqslant bm^2$,则 $a\geqslant b$

C.若命题"$p\vee q$ 是真命题", 则命题"$p\wedge q$ 是真命题"

D.命题"$\exists x_0\in R,2^{x_0}<x_0^2$"的否定是"$\forall x\in R,2^x\geqslant x^2$"

4.已知 $\tan\alpha=2,\alpha\in(0,\pi)$，则 $\dfrac{\sin 2\alpha}{\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)}$=(　　)

A. $-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $-\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$　　D. $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

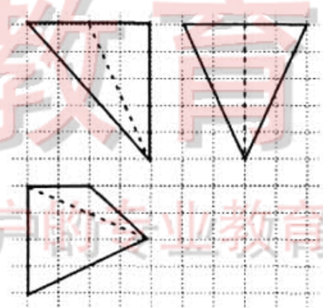
5.已知函数 $f(x)=x\ln x+a$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线经过原点，则实数 $a=$(　　)

A. 1　　B.0　　C. $\dfrac{1}{e}$　　D.$-1$

6.已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_6+a_7=2,a_5\cdot a_8=-8$ 则 $a_2\cdot a_{11}=$(　　)

A.35　　B.$-35$　　C.80　　D.$-80$

7.下图是某几何体的三视图,其中网格纸上小正方形的边长为 1,则该几何体的体积为(　　)



A. 12

B. 15

C. $\dfrac{40}{3}$

D. $\dfrac{50}{3}$

8.在平面区域 $\begin{cases}x+y\leqslant 2,\\2x-y\geqslant 0,\\y\geqslant 0\end{cases}$ 内任取一点 $P(x,y)$，则点 $P$ 的坐标 $(x,y)$ 满足不等式 $(x-2)^2+y^2\geqslant 2$ 的概率为(　　)

A. $1-\dfrac{3\pi}{16}$　　B. $\dfrac{3\pi}{16}$　　C. $\dfrac{4}{3}-\dfrac{\pi}{4}$　　D. $1-\dfrac{\pi}{16}$

9.已知数列$\{a_n\}$的前$n$项和$S_n$满足$S_n+a_n=2n(n\in N^*)$，则$a_7=$(　　)

A.$\frac{7}{3}$　　B.$\frac{127}{64}$　　C.$\frac{321}{32}$　　D.$\frac{385}{64}$

10.已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点分别是$F_1,F_2$，直线$y=2x+10$过点$F_1$与双曲线$C$在第二象限相交于点$P$，若$\overrightarrow{PF_1}\perp\overrightarrow{PF_2}$，则双曲线$C$的离心率是(　　)

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. 2　　D.$\frac{\sqrt{7}}{2}$

11.已知定义在$(0,+\infty)$上的函数$f(x)$满足$xf'(x)-1<0$，且$f(2)=\ln 2$，则$f(e^x)-x>0$的解集是(　　)

A.$(-\infty,\ln 2)$　　B.$(\ln 2,+\infty)$　　C.$(0,e^2)$　　D.$(e^2,+\infty)$

12.将函数$f(x)=2\sin 2x$的图象向右平移$\varphi(0<\varphi<\frac{\pi}{2})$个单位后得到函数$g(x)$的图象，若方程$|f(x_1)-g(x_2)|=4$的根$x_1,x_2$满足$|x_1-x_2|_{\min}=\frac{\pi}{6}$，则$\varphi$的值是(　　)

A. $\frac{\pi}{4}$　　B.$\frac{\pi}{6}$　　C.$\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

# 太原市2019年高三年级模拟试题(一)

# 数学试卷(文史类)

## 第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

**本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答。第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答。**

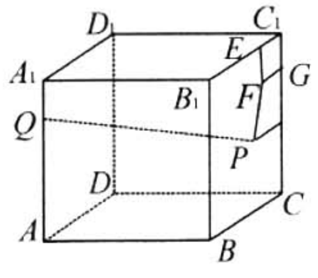
**二、填空题:**(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

13.抛物线 $y=x^2$ 的焦点坐标为__________.

14.已知单位向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60°$ ,则 $|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=$__________.

15.已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x^2, & x\leqslant 0,\\ e^x, & x>0,\end{cases}$ 若方程 $f(x)=m$ 有两个不相等的实根 $x_1$, $x_2$,则 $x_1+x_2$ 的最大值为__________.

16.如图,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为4,点 $Q$ 在棱 $AA_1$ 上,且 $AQ=3A_1Q$,$EFGC_1$ 是面 $BCC_1B_1$ 内的正方形,且 $C_1E=1$,$P$ 是面 $BCC_1B_1$ 内的动点,且 $P$ 到平面 $CDD_1C_1$ 的距离等于线段 $PF$ 的长,则线段 $PQ$ 长度的最小值为__________.

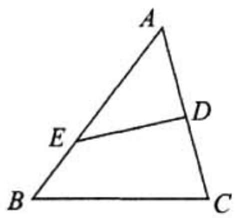


**三、解答题**:(本大题共 70 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17.(本小题 12 分)如图,已知$\triangle ABC$的内角$A,B,C$的对边分别是$a,b,c$,且$a\sin A+(c-a)\sin C=b\sin B$,点$D$是$AC$的中点,$DE\perp AC$,交$AB$于点$E$,且$BC=2$,$DE=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

(Ⅰ)求$B$;

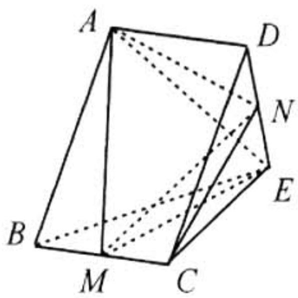
(Ⅱ)求$\triangle ABC$的面积.



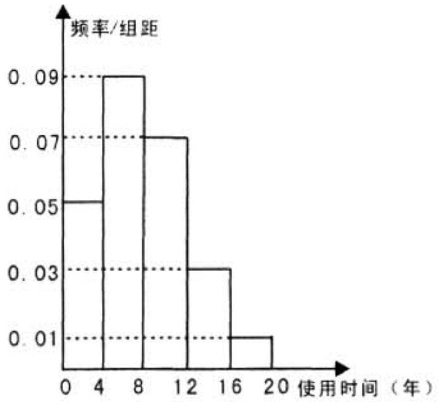

18.(本小题 12 分)如图,在四棱锥$E-ABCD$中,底面$ABCD$是平行四边形,$M,N$分别是$BC$,$DE$的中点,$\triangle ABE$是等边三角形,面$ABE\perp$面$BCE$,$BE\perp CE$,$BE=CE=2$.

(Ⅰ)证明:$CN//$面$AEM$;

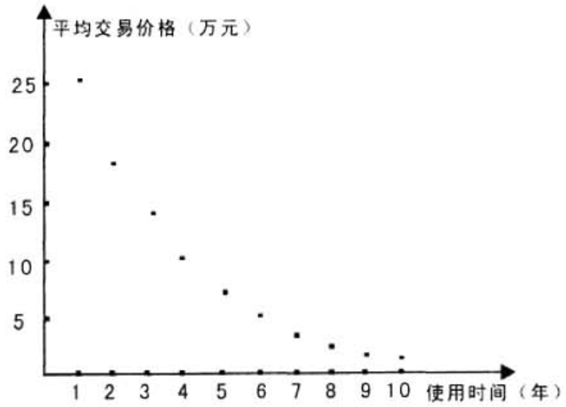
(Ⅱ)求三棱锥$N-AEM$的体积.



19.(本小题12分)近年来随着互联网的高速发展,旧货交易市场也得以快速发展.某网络旧货交易平台对2018年某种机械设备的线上交易进行了统计,得到如图1所示的频率分布直方图,和图2所示的散点图.现把直方图中各组的频率视为概率,用$x$(单位:年)表示该设备的使用时间,$y$(单位:万元)表示其相应的平均交易价格.




(图1)




(图2)

(Ⅰ)已知2018年在此网络旧货交易平台成交的该种机械设备为100台,现从这100台设备中,按分层抽样抽取使用时间$x\in(12,20]$的4台设备,再从这4台设备中随机抽取2台,求这2台设备的使用时间都在$(12,16]$的概率.

(Ⅱ)由散点图分析后,可用$y=e^{bx+a}$作为此网络旧货交易平台上该种机械设备的平均交易价格$y$关于其使用时间$x$的回归方程.

| $\bar{x}$ | $\bar{y}$ | $\bar{z}$ | $\sum_{i=1}^{10} x_iy_i$ | $\sum_{i=1}^{10} x_iz_i$ | $\sum_{i=1}^{10} x_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 5.5 | 8.7 | 1.9 | 301.4 | 79.75 | 385 |

表中$z=\ln y$,$\bar{z}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} z_i$.

(ⅰ)根据上述相关数据,求$y$关于$x$的回归方程;

(ⅱ)根据上述回归方程,求当使用时间$x=15$时,该种机械设备的平均交易价格的预报值(精确到0.01).

附:对于一组数据$(u_1,v_1),(u_2,v_2),\cdots,(u_n,v_n)$,其回归直线$v=\alpha+\beta u$的斜率和截距的最小二乘估计分别为

$$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n} u_iv_i-n\bar{u}\bar{v}}{\sum_{i=1}^{n} u_i^2-n\bar{u}^2},\hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{u};$$

参考数据:$e^{0.55}=1.733$,$e^{-0.95}=0.3867$,$e^{-1.85}=0.1572$.

20.(本小题12分)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别是 $F_1,F_2$,其离心率为 $\frac{1}{2}$,点 $P$ 是椭圆 $C$ 上任一点,若△$PF_1F_2$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

(Ⅰ)求椭圆 $C$ 的方程;

(Ⅱ)若斜率不为0的直线与椭圆 $C$ 相交于 $M,N$ 两个不同点,且 $OMPN$ 是平行四边形,证明:四边形 $OMPN$ 的面积为定值.



21.(本小题12分)已知函数 $f(x)=2\ln x-\frac{1}{2}ax^2+(2-a)x,a\in\mathrm{R}$.

(Ⅰ)讨论函数 $f(x)$的单调性;

(Ⅱ)当 $a>0$ 时,若对于任意 $x_1,x_2\in(0,+\infty)(x_1<x_2)$,都存在 $x_0\in(x_1,x_2)$,使得 $f'(x_0)=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$,证明:$\frac{x_1+x_2}{2}>x_0$.

**请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.**

22.（本小题 10 分）在平面直角坐标系 $xoy$ 中，曲线 $C_1$ 的参数方程为 $\begin{cases} x=t\cos\alpha, \\ y=1+t\sin\alpha, \end{cases}$ 以原点 $O$ 为极点，$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C_2$ 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$.

（Ⅰ）若曲线 $C_1$ 方程中的参数是 $\alpha$，且 $C_1$ 与 $C_2$ 有且只有一个公共点，求 $C_1$ 的普通方程；

（Ⅱ）已知点 $A(0,1)$，若曲线 $C_1$ 方程中的参数是 $t$，$0<\alpha<\pi$，且 $C_1$ 与 $C_2$ 相交于 $P,Q$ 两个不同点，求 $\dfrac{1}{|AP|}+\dfrac{1}{|AQ|}$ 的最大值.



23.（本小题 10 分）已知函数 $f(x)=|2x-1|+2|x+1|$.

（Ⅰ）求不等式 $f(x)\leqslant 5$ 的解集；

（Ⅱ）若存在实数 $x_0$，使得 $f(x_0)\leqslant 5+m-m^2$ 成立的 $m$ 的最大值为 $M$，且实数 $a,b$ 满足 $a^3+b^3=M$，证明：$0<a+b\leqslant 2$.