太原市2019年高三年级数学（文）模拟试题（二）参考答案

一．选择题：D　A　C　D　B　C　B　A　A　B　D　B

二.填空题：13.1　　14. $\frac{1}{3}$　　15. $3\sqrt{2}$　　16.　$7(2+\sqrt{3})$

三．解答题：

17 解：（Ⅰ）当 $n=1$ 时，$2S_1=(a_1-1)(a_1+2)=2a_1$，$\because a_1>0$，$\therefore a_1=2$，………2 分

当 $n\ge 2$ 时，$2a_n=2(S_n-S_{n-1})=(a_n-1)(a_n+2)-(a_{n-1}-1)(a_{n-1}+2)$，

$\therefore (a_n+a_{n-1})(a_n-a_{n-1}-1)=0$，$\because a_n>0$，$\therefore a_n-a_{n-1}-1=0$，$\therefore a_n-a_{n-1}=1$，………4 分

$\therefore \{a_n\}$ 是以 $a_1=2$ 为首项，$d=1$ 为公差的等差数列，$\therefore a_n=n+1(n\in N^*)$；…………6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $a_n=n+1$，$\therefore b_n=\frac{3^n(2n-1)}{n(n+1)}=\frac{3^{n+1}}{n+1}-\frac{3^n}{n}$，　…………9 分

$\therefore T_n=b_1+b_2+\cdots+b_{n-1}+b_n=(\frac{3^2}{2}-3)+(\frac{3^3}{3}-\frac{3^2}{2})+\cdots+(\frac{3^n}{n}-\frac{3^{n-1}}{n-1})+(\frac{3^{n+1}}{n+1}-\frac{3^n}{n})$

$=\frac{3^{n+1}}{n+1}-3$. …………12 分

18.（Ⅰ)证明：$\because AD//BC$，$AB\perp AD$，$\therefore \angle ABC=\angle BAD=90°$，

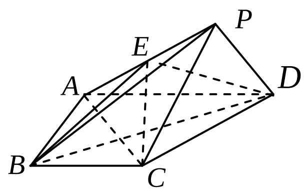
$\because AB=BC=1$，$\therefore \angle CAD=45°$，$AC=\sqrt{2}$，

由余弦定理得 $CD^2=AC^2+AD^2-2AC\cdot AD\cdot\cos\angle CAD=2$，

$\therefore AC^2+CD^2=4=AD^2$，$\therefore AC\perp CD$，…………4 分

$\because PC\perp AC$，$\therefore AC\perp$ 平面 PCD，

$\therefore AC\perp PD$；…………6 分



(Ⅱ) 连接 CE，由(Ⅰ)得 $AC\perp$ 平面 PCD，$CD=\sqrt{2}$，

$\because E$ 是 PA 的中点，$AD//BC$，

$\therefore V_{P-BDE}=V_{P-CDE}=V_{C-PDE}=\frac{1}{2}V_{C-ADP}=\frac{1}{2}V_{A-CDP}$

$=\frac{1}{6}\cdot S_{\Delta CDP}\cdot AC=\frac{1}{6}\times\frac{\sqrt{3}}{4}CD^2\cdot AC=\frac{\sqrt{6}}{12}$. …………12 分

19. 解：(Ⅰ)由题意可得

保费（元）	$0.9a$	a	$1.5a$	$2.5a$	$4a$
概率	0.7	0.2	0.06	0.03	0.01

$\therefore$ 本年度一续保人保费的平均值的估计值为

$0.9a\times0.7+a\times0.2+1.5a\times0.06+2.5a\times0.03+4a\times0.01=1.035a$；…………4 分

(Ⅱ)由题意可得

赔偿金额（元）	0	$2.5a$	$4a$	$5a$	$5.5a$
概率	0.7	0.2	0.06	0.03	0.01

$\therefore$ 本年度一续保人所获赔付金额的平均值的估计值

$0\times0.7+2.5a\times0.2+4a\times0.06+5a\times0.03+5.5a\times0.01=0.945a$；…………8 分

（3）由（Ⅰ），（Ⅱ）得该公司此险种的总收益为 $100\times(1.035a-0.945a)=9a$，

$\therefore 9a\ge900$，$\therefore a\ge100$，$\therefore$ 基本保费 a 的最小值为 100 元. …………12 分

20 解：（Ⅰ）由题意可得 $F(0,\dfrac{p}{2})$，

①当 $k\ne0$ 时，设直线 $l:y=kx+\dfrac{p}{2}$，点 A,B 的坐标分别为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，

由 $\begin{cases}y=kx+\dfrac{p}{2},\\x^2=2py\end{cases}$ 得 $x^2-2pkx-p^2=0$，$\therefore\begin{cases}x_1+x_2=2pk,\\x_1x_2=-p^2,\end{cases}$ …………1 分

过点 A 的切线方程为 $y-y_1=\dfrac{x_1}{p}(x-x_1)$，即 $y=\dfrac{x_1}{p}x-\dfrac{x_1^{\,2}}{2p}$，

过点 B 的切线方程为 $y=\dfrac{x_2}{p}x-\dfrac{x_2^{\,2}}{2p}$，

由 $\begin{cases}y=\dfrac{x_1}{p}x-\dfrac{x_1^{\,2}}{2p},\\y=\dfrac{x_2}{p}x-\dfrac{x_2^{\,2}}{2p}\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=\dfrac{x_1+x_2}{2}=pk,\\y=\dfrac{x_1x_2}{2p}=-\dfrac{p}{2},\end{cases}$ $\therefore M(pk,-\dfrac{p}{2})$，…………4 分

$\because k_{FM}\cdot k_{AB}=\dfrac{-\dfrac{p}{2}-\dfrac{p}{2}}{pk}\cdot k=-1$，$\therefore FM\perp AB$； …………5 分

②当 $k=0$ 时，则直线 $l:y=\dfrac{p}{2}$，$M(0,-\dfrac{p}{2})$，$\therefore FM\perp AB$；…………6 分

（Ⅱ）由题意可得 $x^2=2y$，

①当 $k\ne0$ 时，设直线 $l:y=kx+(1-k)$，点 A,B 的坐标分别为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，

由 $\begin{cases}y=kx+(1-k),\\x^2=2y\end{cases}$ 得 $x^2-2kx+2(k-1)=0$，$\therefore\begin{cases}x_1+x_2=2k,\\x_1x_2=2(k-1),\end{cases}$

$\therefore |AB|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=2\sqrt{1+k^2}\sqrt{k^2-2k+2}$， …………7 分

由（Ⅰ）可得过点 A，B 的切线方程分别为为 $y=x_1x-\dfrac{x_1^{\,2}}{2}$，$y=x_2x-\dfrac{x_2^{\,2}}{2}$，

由 $\begin{cases} y = x_1 x - \dfrac{x_1^2}{2}, \\ y = x_2 x - \dfrac{x_2^2}{2} \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = \dfrac{x_1 + x_2}{2} = k, \\ y = \dfrac{x_1 x_2}{2} = k-1, \end{cases}$ $\therefore M(k, k-1)$，

$\therefore M$ 到直线 l 的距离 $d = \dfrac{|k^2 - 2k + 2|}{\sqrt{1+k^2}}$，

$\therefore S_{\Delta MAB} = \dfrac{1}{2}|AB| \cdot d = (k^2 - 2k + 2)^{\frac{3}{2}} = [(k-1)^2 + 1]^{\frac{3}{2}} \geq 1$，

当 $k = 1$ 时，$S_{\Delta MAB}$ 取最小值1； …………11 分

②当 $k = 0$ 时，则直线 $l: y = 1$，$M(0, -1)$，$|AB| = 2\sqrt{2}$，$\therefore S_{\Delta MAB} = \dfrac{1}{2}|AB| \cdot d = 2\sqrt{2}$，

综上，$S_{\Delta MAB}$ 的最小值为1. …………12 分

21.（Ⅰ）解：由题意得 $f'(x) = \dfrac{1}{e}e^x + \dfrac{1}{x} - a$，$x > 0$，

令 $g(x) = f'(x) = \dfrac{1}{e}e^x + \dfrac{1}{x} - a$，$x > 0$，则 $g'(x) = \dfrac{1}{e}e^x - \dfrac{1}{x^2}$ 在 $(0, +\infty)$ 上递增，且 $g'(1) = 0$，

当 $x \in (0,1)$ 时，$g'(x) < 0$，$g(x)$ 递减；当 $x \in (1, +\infty)$ 时，$g'(x) > 0$，$g(x)$ 递增，

$\therefore g(x)_{\min} = g(1) = 2 - a < 0$，…………2 分

$\because g(\dfrac{1}{a}) = e^{\frac{1}{a}-1} > 0$，$g(1) = 2 - a < 0$，$\therefore \exists x_1 \in (\dfrac{1}{a}, 1)$，$g(x_1) = 0$，

当 $x \in (0, x_1)$ 时，$g(x) = f'(x) > 0$，$f(x)$ 递增；当 $x \in (x_1, 1)$ 时，$g(x) = f'(x) < 0$，$g(x)$ 递减，$\therefore x = x_1$ 是 $f(x)$ 的极大值；…………4 分

$\because g(1 + \ln a) = \dfrac{1}{1 + \ln a} > 0$，$g(1) = 2 - a < 0$，$\therefore \exists x_2 \in (1, 1 + \ln a)$，$g(x_2) = 0$，

当 $x \in (1, x_2)$ 时，$g(x) = f'(x) < 0$，$f(x)$ 递减；当 $x \in (x_2, +\infty)$ 时，$g(x) = f'(x) > 0$，$f(x)$ 递增，$\therefore x = x_2$ 是 $f(x)$ 的极小值，

$\therefore f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个极值点；…………6 分

（Ⅱ）证明：由（Ⅰ）得 $\dfrac{1}{a} < x_1 < 1 < x_2 < 1 + \ln a$，且 $g(x_1) = g(x_2) = 0$，

$\therefore x_2 - x_1 > 0$，$1 < \dfrac{x_2}{x_1} < a(1 + \ln a) < a^2$，$\dfrac{1}{e}(e^{x_2} - e^{x_1}) = \dfrac{x_2 - x_1}{x_1 x_2}$，$\dfrac{1}{x_1 x_2} - a < 0$，……10 分

$\therefore f(x_2)-f(x_1)=\frac{1}{e}(e^{x_2}-e^{x_1})+\ln\frac{x_2}{x_1}-a(x_2-x_1)$

$=(x_2-x_1)\,(\frac{1}{x_1x_2}-a)+\ln\frac{x_2}{x_1}<\ln a^2=2\ln a$. …………12 分

22 解：（Ⅰ）设 $P(x,y)$，$M(x',y')$，$\because \overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OM}$，$\therefore \begin{cases}x'=\frac{1}{2}x,\\ y=\frac{1}{2}y,\end{cases}$ …………2 分

$\because$ 点 M 在曲线 C_1 上，$\therefore \begin{cases}x'=2+\cos\varphi,\\ y'=1+\sin\varphi,\end{cases}$ $\therefore$ 曲线 C_1 的普通方程为 $(x'-2)^2+(y'-1)^2=1$，

$\therefore$ 曲线 C_2 的普通方程为 $(x-4)^2+(y-2)^2=4$； …………5 分

（Ⅱ）由 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 得曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta+4=0$，

曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2-8\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+16=0$， …………7 分

由 $\begin{cases}\rho^2-4\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta+4=0,\\ \theta=\frac{\pi}{4}\end{cases}$ 得 $\begin{cases}\rho=\sqrt{2},\\ \theta=\frac{\pi}{4}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\rho=2\sqrt{2},\\ \theta=\frac{\pi}{4},\end{cases}$

$\therefore A(\frac{\pi}{4},\sqrt{2})$ 或 $(\frac{\pi}{4},2\sqrt{2})$，

由 $\begin{cases}\rho^2-8\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+16=0,\\ \theta=\frac{\pi}{4}\end{cases}$ 得 $\begin{cases}\rho=2\sqrt{2},\\ \theta=\frac{\pi}{4}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\rho=4\sqrt{2},\\ \theta=\frac{\pi}{4},\end{cases}$

$\therefore B(\frac{\pi}{4},2\sqrt{2})$ 或 $(\frac{\pi}{4},4\sqrt{2})$，

$\therefore |AB|$ 的最大值为 $3\sqrt{2}$. ……………10 分

23 解：（Ⅰ）当 $a=\frac{1}{2}$ 时，原不等式为 $|2x-\frac{1}{2}|-|x+1|\geq 1$，

$\therefore \begin{cases}x<-1,\\ -2x+\frac{1}{2}+x+1\geq 1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1\leq x\leq\frac{1}{4},\\ -2x+\frac{1}{2}-x-1\geq 1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>\frac{1}{4},\\ 2x-\frac{1}{2}-x-1\geq 1,\end{cases}$ …………3 分

$\therefore x<-1$ 或 $-1\leq x\leq -\frac{1}{2}$ 或 $x\geq\frac{5}{2}$，

$\therefore$ 原不等式的解集为 $(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$， …………5 分

（Ⅱ）由题意得 $f(x)_{\min}\le(|k+3|-|k-2|)_{\min}$，…………7 分

$$\because f(x)=\begin{cases}-x+3a, x<-2a,\\ -3x-a, -2a\le x\le\dfrac{a}{2},\\ x-3a, x>\dfrac{a}{2},\end{cases}\therefore f(x)_{\min}=f(\frac{a}{2})=-\frac{5}{2}a,$$

$\because -5=-|(k+3)-(k-2)|\le|k+3|-|k-2|$，$\therefore(|k+3|-|k-2|)_{\min}=-5$，

$\therefore -\dfrac{5}{2}a\le-5$，$\therefore a\ge2$，$\therefore a$ 的取值范围 $[2,+\infty)$．…………10 分