



## 太原市 2019 年高三模拟试题(二)

### 数学试卷(理工类)

(考试时间:下午 3:00—5:00)

#### 注意事项:

- 1.本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷 1 至 3 页,第 II 卷 4 至 8 页。
- 2.回答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。
- 3.回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
- 4.回答第 II 卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

#### 第 I 卷

##### 一、选择题:(本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分)

1.已知  $i$  是虚数单位,则复数  $\frac{2}{(1+i)^2} = ( \quad )$

A. 1

B. -1

C.  $i$

D.  $-i$

2.已知集合  $A = \{x | x(x-1) \leq 0\}$ ,  $B = \{x | y = \ln(x-a)\}$ ,若  $A \cap B = A$ ,则实数  $a$  的取值范围为( )

A.  $(-\infty, 0)$

B.  $(-\infty, 0]$

C.  $(1, +\infty)$

D.  $[1, +\infty)$

3.如图是根据我国古代数学专著《九章算术》中更相减损术设计的程序框图,若输入的  $a=18$ ,

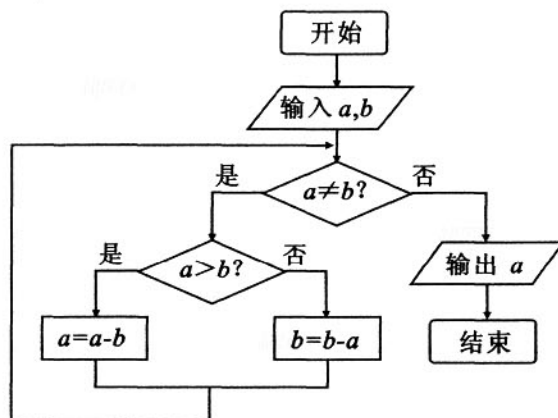
$b=42$ ,则输出的  $a=( \quad )$

A. 2

B. 3

C. 6

D. 8





4. 已知  $|a|=1$ ,  $|b|=\sqrt{3}$ , 且  $|a+2b|=\sqrt{7}$ , 则向量  $a$  与  $b$  的夹角为( )

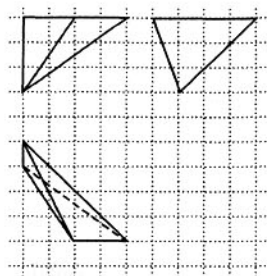
- A.  $60^\circ$                       B.  $120^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $150^\circ$

5. 已知双曲线的离心率为  $e=\frac{\sqrt{5}}{2}$ , 且经过点  $(2, 2\sqrt{5})$ , 则该双曲线的标准方程为( )

- A.  $\frac{x^2}{4}-y^2=1$                       B.  $\frac{y^2}{4}-x^2=1$                       C.  $x^2-\frac{y^2}{4}=1$                       D.  $y^2-\frac{x^2}{4}=1$

6. 下图是某几何体的三视图, 其中网格纸上小正方形的边长为 1, 则该几何体各棱中最长棱的长度为( )

- A.  $2\sqrt{5}$                       B.  $4\sqrt{2}$   
C.  $\sqrt{34}$                       D.  $\sqrt{41}$



7. 为考察某种药物预防疾病的效果, 进行动物试验, 得到如下药物效果与动物试验列联表:

	患病	未患病	总计
服用药	10	45	55
没服用药	20	30	50
总计	30	75	105

由上述数据给出下列结论, 其中正确结论的个数是( )

附:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ;

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.025	0.010	0.005
$k_0$	3.841	5.024	6.635	7.879

- ① 能在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为药物有效  
② 不能在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为药物有效  
③ 能在犯错误的概率不超过 0.010 的前提下认为药物有效  
④ 不能在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下认为药物有效

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4





8. 已知  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 且  $\sin 2\alpha(1 + \sin \beta) = \cos \beta(1 - \cos 2\alpha)$ , 则下列结论正确的是( )

A.  $2\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$

B.  $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

C.  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

D.  $\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$

9. 已知在三棱锥  $S-ABC$  中,  $SA=SB=SC=AB=2$ ,  $AC \perp BC$ , 则该三棱锥外接球的体积为( )

A.  $\frac{32\sqrt{3}\pi}{27}$

B.  $\frac{4\sqrt{3}\pi}{9}$

C.  $\frac{32\pi}{3}$

D.  $\frac{16\pi}{3}$

10. 已知点  $P$  是直线  $y=2x-4$  上的动点, 点  $Q$  是曲线  $y=x+e^x$  上的动点, 则  $|PQ|$  的最小值为( )

A. 5

B.  $\sqrt{5}$

C.  $e+3$

D.  $\frac{\sqrt{5}(e+3)}{5}$

11. 已知点  $F_1, F_2$  分别是椭圆  $C_1$  和双曲线  $C_2$  的公共焦点,  $e_1, e_2$  分别是  $C_1$  和  $C_2$  的离心率, 点  $P$

为  $C_1$  和  $C_2$  的一个公共点, 且  $\angle F_1PF_2 = \frac{2\pi}{3}$ , 若  $e_2 \in (2, \sqrt{7})$ , 则  $e_1$  的取值范围是( )

A.  $(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{2}}{3})$

B.  $(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$

C.  $(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{7}}{3})$

D.  $(\frac{\sqrt{7}}{3}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$

12. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x+y \geq 2, \\ 2x-y-1 \leq 0, \\ x-2y+4 \geq 0, \end{cases}$  若当且仅当  $\begin{cases} x=1, \\ y=1 \end{cases}$  时,  $z=(x-a)^2+(y-b)^2$  取最小值(其中

$a \geq 0, b \geq 0$ ), 则  $a-2b$  的最大值为( )

A. 4

B. 3

C. 2

D. -1







## 太原市 2019 年高三年级模拟试题(二)

### 数学试卷(理工类)

#### 第 II 卷(非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第 13 题 ~ 第 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22 题、第 23 题为选考题,考生根据要求作答。

二、填空题:(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 2019 年 8 月第二届全国青年运动会在山西举行,若将 6 名志愿者分配到两个运动场馆进行服务,每个运动场馆 3 名志愿者,则其中志愿者甲和乙被分到同一场馆的概率为 \_\_\_\_\_.

14. 在平面直角坐标系内,由曲线  $y=x^2$ ,  $x^2+y^2=2$  和  $x$  轴正半轴所围成的封闭图形的面积为 \_\_\_\_\_.

15. 已知  $a, b, c$  分别是  $\triangle ABC$  内角  $A, B, C$  的对边,  $b^2+c^2=ac\cos C+c^2\cos A+a^2$ ,  $S_{\triangle ABC}=\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{4}$ , 则  $\triangle ABC$  周长的最小值为 \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x)=(ax+\sin x)(x-\sin x)(x \neq 0)$  的图象与  $g(x)=x^2$  的图象有四个不同交点,其横坐标从小到大依次为  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , 则  $(1-\frac{\sin x_1}{x_1})(1-\frac{\sin x_2}{x_2})(1-\frac{\sin x_3}{x_3})(1-\frac{\sin x_4}{x_4})=$  \_\_\_\_\_.





三、解答题:(本大题共 70 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17.(本小题 12 分)已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  满足  $2S_n = (a_n - 1)(a_n + 2)$ , 且  $a_n > 0 (n \in \mathbb{N}^*)$ .

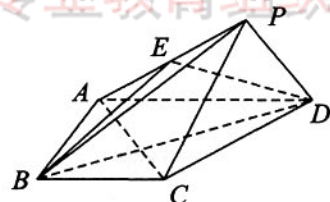
(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 若  $b_n = \frac{3^n(2n-1)}{na_n} (n \in \mathbb{N}^*)$ , 记数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 证明:  $T_n \geq \frac{3}{2}$ .

18.(本小题 12 分)如图,在四棱锥  $P-ABCD$  中,底面  $ABCD$  是直角梯形,  $AD \parallel BC$ ,  $AB \perp AD$ ,  $AD = 2AB = 2BC = 2$ ,  $\triangle PCD$  是正三角形,  $PC \perp AC$ ,  $E$  是  $PA$  的中点.

(I) 证明:  $AC \perp BE$ ;

(II) 求直线  $BP$  与平面  $BDE$  所成角的正弦值.





19.(本小题 12 分)已知某保险公司的某险种的基本保费为  $a$ (单位:元),继续购买该险种的投保人称为续保人,续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下表:

上年度出险次数	0	1	2	3	$\geq 4$
保费(元)	$0.9a$	$a$	$1.5a$	$2.5a$	$4a$

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况,得到下表:

出险次数	0	1	2	3	$\geq 4$
频数	140	40	12	6	2

该保险公司这种保险的赔付规定如下表:

出险序次	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次及以上
赔付金额(元)	$2.5a$	$1.5a$	$a$	$0.5a$	0

将所抽样本的频率视为概率.

(1) 记随机变量  $\xi$  为一续保人在下一年度的续保费用, $\eta$  为其在该年度所获的赔付金额,求  $\xi$  和  $\eta$  的分布列;

(2) 若下一年度有 100 万投保人进行续保,该公司此险种的纯收益不少于 900 万元,求  $a$  的最小值(纯收益 = 总入保额 - 总赔付额).





20.(本小题 12 分)已知直线  $l$  与抛物线  $C: x^2=2py (p>0)$  相交于  $A, B$  两个不同点, 点  $M$  是抛物线  $C$  在点  $A, B$  处的切线的交点.

(I) 若直线  $l$  经过抛物线  $C$  的焦点  $F$ , 求证:  $FM \perp AB$ ;

(II) 若点  $M$  的坐标为  $(2, -2p)$ , 且  $|AB| = 4\sqrt{10}$ , 求抛物线  $C$  的方程.

21.(本小题 12 分)已知  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$  是函数  $f(x) = e^x + \ln(x+1) - ax (a \in \mathbb{R})$  的两个极值点.

(I) 求  $a$  的取值范围;

(II) 证明:  $f(x_2) - f(x_1) < 2\ln a$ .

# 工大教育

——做最感动客户的专业教育组织







请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题 10 分)已知在直角坐标系  $xOy$  中,曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x=2+\cos\varphi, \\ y=1+\sin\varphi \end{cases}$  (其中  $\varphi$  为参

数),点  $M$  在曲线  $C_1$  上运动,动点  $P$  满足  $\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OM}$ ,其轨迹为曲线  $C_2$ .以原点  $O$  为极点, $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(I)求曲线  $C_2$  的普通方程;

(II)若点  $A, B$  分别是射线  $l: \theta = \frac{\pi}{4}$  与曲线  $C_1, C_2$  的公共点,求  $|AB|$  的最大值.



# 工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

23.(本小题 10 分)已知函数  $f(x) = |2x-a| - |x+2a|$  ( $a > 0$ ).

(I)当  $a = \frac{1}{2}$  时,求不等式  $f(x) \geq 1$  的解集;

(II)若  $\forall k \in \mathbb{R}, \exists x_0 \in \mathbb{R}$ ,使得  $f(x_0) \leq |k+3| - |k-2|$  成立,求实数  $a$  的取值范围.

