



## 2019-2020 学年第一学期高一年级阶段测评

### 数学试题参考答案及评分建议

#### 一、选择题:

1. C 2. B 3. A 4. B 5. A 6. D 7. B 8. A 9. A 10. D 11. C 12. B

#### 二、填空题:

13. {2, 4, 5} 14.  $\frac{1}{2}$  15.  $\frac{10}{3}$  16.  $(-6, -\frac{3}{2})$

#### 三、解答题:

17. (1) 解:  $27^{\frac{1}{3}} - \sqrt{2^0} - (\sqrt[3]{4})^{-\frac{3}{2}} = 3 - 1 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ; .....4 分

(2) 解:  $\log_2 \frac{4}{3} + \log_2 3 \cdot \log_2 6 = \log_2 4 - \log_2 3 + \log_2 3 \cdot (1 + \log_2 2) = 3$ ; .....4 分

18. 解: (1) 当  $m = 0$  时,  $A \cap B = \{x | -2 < x < 0\} \cap \{x | -1 < x < 3\} = \{x | -1 < x < 0\}$ , .....3 分

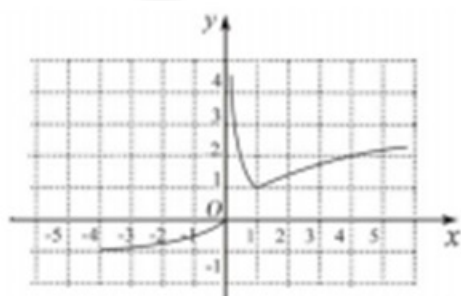
$A \cup B = \{x | -2 < x < 0\} \cup \{x | -1 < x < 3\} = \{x | -2 < x < 3\}$ ; .....5 分

(2)  $\because A = \{x | -2 < x < 0\}$ ,  $\therefore C_U A = \{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 0\}$ , .....6 分

$\because B \subseteq C_U A$ ,  $\therefore \begin{cases} m-1 < 3-m, \\ m-1 \geq 0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} m-1 < 3-m, \\ 3-m \leq -2 \end{cases}$  或  $m-1 \geq 3-m$ , .....9 分

$\therefore 1 \leq m < 2$  或  $m$  无解或  $m \geq 2$ ,  $\therefore$  实数  $m$  的取值范围为  $[1, +\infty)$ . .....10 分

19. 解: (1)  $\because f(4) = 4^\alpha = 2$ ,  $\therefore \alpha = \frac{1}{2}$ , 函数  $f(x)$  的图象如下图所示; .....5 分



(2) 由图象可得函数  $f(x)$  的单调增区间为  $(-\infty, 0]$  和  $(1, +\infty)$ , 单调减区间为  $(0, 1]$ ; .....8 分

函数  $f(x)$  的值域为  $(-1, 0] \cup [1, +\infty)$ . .....10 分

20. 解: (1) 由题意得  $\begin{cases} a+b=0, \\ 2a+\frac{b}{2}=\frac{3}{2}, \end{cases} \therefore \begin{cases} a=1, \\ b=-1, \end{cases}$  .....3 分

$\therefore f(x) = \frac{x^2-1}{x} = x - \frac{1}{x}$ ,  $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , .....5 分





(2) 由(1)得函数  $f(x) = x - \frac{1}{x}$ ,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数, .....6分

证明: 设  $0 < x_1 < x_2$ , 则  $f(x_1) - f(x_2) = x_1 - \frac{1}{x_1} - (x_2 - \frac{1}{x_2}) = (x_1 - x_2)(1 + \frac{1}{x_1 x_2})$ ,

$\because 0 < x_1 < x_2, \therefore x_1 - x_2 < 0, 1 + \frac{1}{x_1 x_2} > 0$ ,

$\therefore f(x_1) - f(x_2) = (x_1 - x_2)(1 + \frac{1}{x_1 x_2}) < 0, \therefore f(x_1) < f(x_2)$ , .....9分

$\therefore f(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上是增函数. ....10分

20. (乙) 解: (1) 由题意得  $\begin{cases} b=0, \\ \frac{b-a}{2} = -\frac{1}{2}, \end{cases} \therefore \begin{cases} a=1, \\ b=0, \end{cases}$  .....3分

$\therefore f(x) = \frac{x}{x^2+1}, x \in [-1, 1]$ , .....5分

(2) 由(1)得函数  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ ,  $f(x)$  在  $(-1, 1)$  上是增函数, .....6分

证明: 设  $-1 < x_1 < x_2 < 1$ , 则  $f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1}{x_1^2+1} - \frac{x_2}{x_2^2+1} = \frac{(x_1 - x_2)(1 - x_1 x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$ ,

$\because -1 < x_1 < x_2 < 1, \therefore x_1 - x_2 < 0, 1 - x_1 x_2 > 0, x_1^2 + 1 > x_2^2 + 1 > 0$ ,

$\therefore f(x_1) - f(x_2) = \frac{(x_1 - x_2)(1 - x_1 x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)} < 0, \therefore f(x_1) < f(x_2)$ , .....9分

$\therefore f(x)$  在  $(-1, 1)$  上是增函数. ....10分

21. (甲) 解: (1)  $\because f(1) = a - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}, \therefore a = 1, \therefore f(x) = 1 - \frac{2}{2^x+1} (x \in \mathbb{R})$ , .....3分

$\because f(-x) = 1 - \frac{2}{2^{-x}+1} = 1 - \frac{2^{x+1}}{1+2^x} = -(1 - \frac{2}{2^x+1}) = f(x), \therefore f(x)$  为奇函数; .....5分

(2) 由(1)得  $f(x) = 1 - \frac{2}{2^x+1} (x \in \mathbb{R})$ , 且  $f(x)$  为奇函数,

$\because y = 2^x$  在  $\mathbb{R}$  上是增函数,  $\therefore f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上是增函数, .....7分

$\because f(x)$  为奇函数,  $\therefore f(-1) = -f(1) = -\frac{1}{3}$ ,

$\therefore -\frac{1}{3} < f(\log_2 m) < \frac{1}{3}, \therefore -1 < \log_2 m < 1, \therefore \frac{1}{2} < m < 2$ ,

$\therefore$  实数  $m$  的取值范围是  $(\frac{1}{2}, 2)$ . ....10分





21. (乙)解: (1)  $\because f\left(\frac{1}{3}\right) = \log_2\left(\frac{3}{2} - a\right) = -1, \therefore a = 1,$

$\therefore f(x) = \log_2\left(\frac{2}{1+x} - 1\right) = \log_2 \frac{1-x}{1+x},$

由  $\frac{1-x}{1+x} > 0$  得函数  $f(x)$  的定义域为  $(-1, 1),$

.....3 分

$\because f(-x) = \log_2 \frac{1+x}{1-x} = -\log_2 \frac{1-x}{1+x} = -f(x), \therefore f(x)$  为奇函数:

.....5 分

(2) 由 (1) 得  $f(x) = \log_2\left(\frac{2}{1+x} - 1\right),$  且  $f(x)$  为奇函数,

$\because y = \frac{2}{1+x} - 1$  在  $(-1, 1)$  上是减函数,  $\therefore f(x)$  在  $(-1, 1)$  上是减函数,

.....7 分

$\because f(x)$  为奇函数,  $\therefore f\left(-\frac{1}{3}\right) = -f\left(\frac{1}{3}\right) = 1,$

$\because -1 < f(3^m) < 1, \therefore -\frac{1}{3} < 3^m < \frac{1}{3}, \therefore m < -1,$

$\therefore$  实数  $m$  的取值范围是  $(-\infty, -1).$

.....10 分



# 工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

