太原市2019~2020 学年第一学期八年级阶段性测评

数学试卷

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将其字母序号填入下表相应位置。

1.下列实数中的无理数是（　　）

A. $\sqrt{8}$　　B. $\sqrt{9}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\sqrt[3]{27}$

【答案】 A

【考点】无理数的性质

2.有理数 4 的平方根是（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\pm\sqrt{2}$　　C. 2　　D. ± 2

【答案】D

【考点】平方根的性质

3.下列各组数中，能作为直角三角形三边长的是（　　）

A. 2,3,5　　B. $\sqrt{6}$，$\sqrt{8}$，$\sqrt{10}$　　C. 8,15,17　　D. 1，$\sqrt{2}$，3

【答案】C

【考点】勾股定理

4.下列计算结果正确的是（　　）

A. $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$　　B. $\sqrt{12}\div\sqrt{3}=2$　　C. $\left(2\sqrt{3}\right)^2=6$　　D. $\sqrt{(-2)^2}=-2$

【答案】B

【考点】二次根式的计算

5.已知一次函数 $y=kx+\ l$（k,b 为常数）的图象经过平面直角坐标系的第一、二、三象限，则下列结论一定正确的是（　　）

A. $kb>0$　　B. $kb<0$　　C. $k-b>0$　　D. $k+b<0$

【答案】A

【考点】一次函数的图象和性质

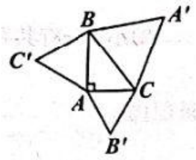
6. 在平面直角坐标系中，已知一次函数 $y=-x+5$ 的图象经过 A（-3, y_1），B（2, y_2）两点，则 y_1，y_2 的大小关系为（　　）

A. $y_1<y_2$　　B. $y_1>y_2$　　C. $y_1=y_2$　　D.无法确定

【答案】B

【考点】一次函数求函数图像增减性

7. 如图，在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，以 $Rt\Delta ABC$ 的三边为边分别向外作 $\Delta A'BC$，$\Delta AB'C$，$\Delta ABC'$，若 $\Delta A'BC$，$\Delta AB'C$ 的面积分别是 10 和 4，则 $\Delta ABC'$ 的面积是（　　）



（第7题图）

A．4　　B．6　　C．8　　D．9

【答案】B

【考点】勾股定理

8．对于一次函数 $y=kx+b$（k，b 为常数），下表中给出 5 组自变量及其对应的函数值，其中只有 1 个函数值计算有误，则这个**错误**的函数值是（　　）

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	-2	1	4	8	10	…

A．1　　B．4　　C．8　　D．10

【答案】C

【考点】待定系数法求一次函数表达式

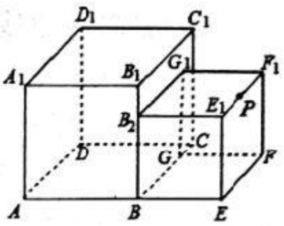
9．为比较 $\sqrt{13}+\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{13+6}$ 的大小，小亮进行了如下分析：作一个直角三角形，使其两直角边的长分别为 $\sqrt{13}$ 与 $\sqrt{6}$，则由勾股定理可求得其斜边长为 $\sqrt{(\sqrt{13})^2+(\sqrt{6})^2}=\sqrt{13+6}$．根据“三角形三边关系”，可得 $\sqrt{13}+\sqrt{6}>\sqrt{13+6}$．小亮的这一做法体现的数学思想是（　　）

A．分类讨论思想　　B．方程思想　　C．类比思想　　D．数形结合思想

【答案】D

【考点】勾股定理

10．棱长分别为 8cm，6cm 的两个正方体如图放置，点 A,B,E 在同一直线上，顶点 G 在棱 BC 上，点 P 是棱 E_1F_1 的中点．一只蚂蚁要沿着正方体的表面从点 A 爬到点 P，它爬行的最短距离是



（第10题图）

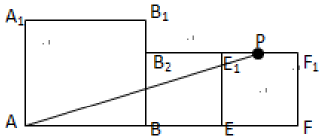
A.$(3\sqrt{5}+10)$cm　　B.$5\sqrt{13}$ cm　　C.$\sqrt{277}$ cm　　D.$(2\sqrt{58}+3)$cm

【答案】C

【考点】勾股定理的最短路径问题

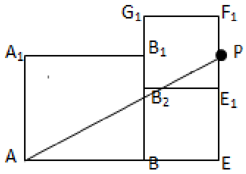
【解析】

① 第一种方式：



此时 AP= $\sqrt{(8+6+3)^2+6^2}=\sqrt{325}=5\sqrt{13}$ cm

② 第二种方式：



此时 AP= $\sqrt{(8+6)^2+(6+3)^2}=\sqrt{277}$ cm

综上所述，$5\sqrt{13}>\sqrt{277}$，所以最短距离应该是 $\sqrt{277}$ cm

二、填空题（本大题含 5 个小题，每小题 2 分，共 10 分）把答案写在题中横线上．

11．把 $\sqrt{45}$ 化成最简二次根式为______．

【答案】$3\sqrt{5}$

【考点】最简二次根式

12．已知点 P（6，m）在一次函数 $y=-\frac{1}{3}x+5$ 的图象上，则点 P 的坐标为________．

【答案】（6，3）

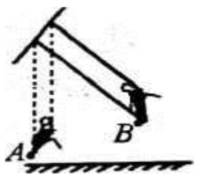
【考点】一次函数求点坐标

13．在平整的路面上，某型号汽车紧急刹车后仍将滑行 sm，一般地有经验公式 $s=\frac{v^2}{300}$，其中 v 表示刹车前汽车的速度（单位:km/h）．一次行驶中汽车紧急刹车后滑行的距离 s=12m，则这辆汽车刹车前的速度 v=__________km/h.

【答案】 60

【考点】二次根式

14．《算法统宗》中有一道“荡秋千”的问题，其译文为：“有一架秋千，当它静止时，踏板上一点 A 离地 1 尺，将它往前推送 10 尺（水平距离）时，点 A 对应的点 B 就和某人一样高.若此人的身高为 5 尺，秋千的绳索始终拉得很直，试问绳索有多长？”根据上述条件，秋千绳索长为__________尺．

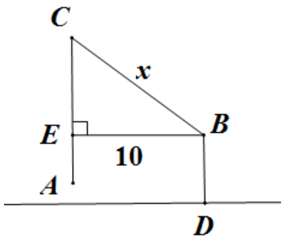


【答案】 14.5

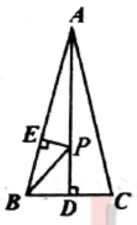
【考点】勾股定理的应用

【解析】设秋千的绳索长为 x 尺，根据题意可列方程为： $x^2=(x+1-5)^2+10^2$

解得 $x=14.5$，所以秋千的绳索长为 14.5 尺



15. 如图，在△ABC 中，$AB=AC=8$，$BC=4$，$AD\perp BC$ 于点 D，点 P 是线段 AD 上一个动点，过点 P 作 $PE\perp AB$ 于点 E,连接 PB，则 $PE+PB$ 的最小值为______.



【答案】 $\sqrt{15}$

【考点】将军饮马模型，勾股定理

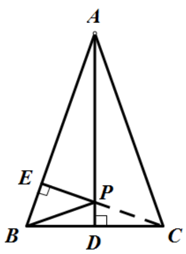
【解析】连接 PC，则由题意可得 $PB=PC$，$\therefore PE+PB=PE+PC$

当 $CE\perp AB$ 时，$PE+PC$ 取到最小值

$\because BC=4$，$\therefore$ $BD=\dfrac{1}{2}BC=2$，$\therefore$ $AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=2\sqrt{15}$

利用等面积法可得：$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AD\cdot BC=\dfrac{1}{2}AB\cdot EC$，$\therefore CE=\sqrt{15}$

$\therefore PE+PB=PE+PC=\sqrt{15}$ $\therefore PE+PB$ 的最小值为 $\sqrt{15}$



三、解答题（本大题包含 8 个小题，共 60 分）解答应写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程.

16.计算

（1） $\sqrt{75}-\sqrt{27}$ （2） $(3\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$

（3）$(\sqrt{35}-\sqrt{\frac{5}{7}})\div\sqrt{5}$　　（4）$\sqrt{\frac{25}{2}}+\frac{1}{7}\sqrt{98}-\frac{2}{3}\sqrt{18}$

【答案】（1）$2\sqrt{3}$（2）$21-6\sqrt{6}$（3）$\frac{6}{7}\sqrt{7}$（4）$\frac{3}{2}\sqrt{2}$

【考点】 二次根式的计算

【解析】（1）原式$=5\sqrt{3}-3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

（2）原式$=(3\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2-2\times3\sqrt{2}\times\sqrt{3}=18+3-6\sqrt{6}=21-6\sqrt{6}$

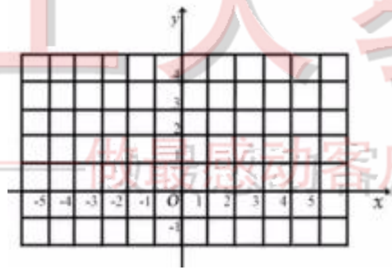
（3）原式$=(\sqrt{35}-\frac{\sqrt{35}}{7})\times\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{6\sqrt{35}}{7}\times\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{6}{7}\sqrt{7}$

（4）原式$=\frac{5\sqrt{2}}{2}+\frac{7\sqrt{2}}{7}-\frac{6\sqrt{2}}{3}=\frac{3}{2}\sqrt{2}$

17.如图，在平面直角坐标系中，△ABC 的三个顶点的坐标分别为 A（3，-1），B（4，2），C（2，4）

（1）请在如图的坐标系中画出△ABC

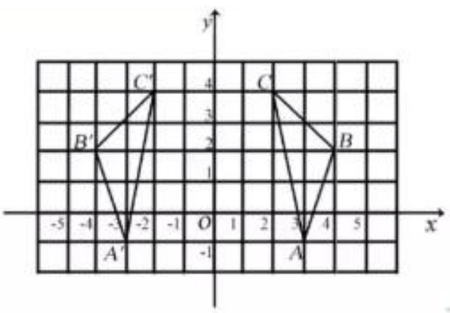
（2）在如图的坐标系中，画出△ABC 关于 Y 轴对称的△A'B'C'，并直接写出 A'B'C'三个顶点的坐标



【答案】（1）见解析（2）A'（-3，-1）B'（-4，2）C'（-2，4）

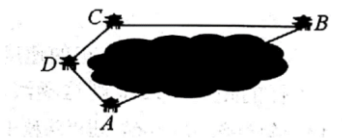
【考点】 平面直角坐标系

【解析】



18.（本题 6 分）

在一次综合实践过程中老师让同学们测量公园里凉亭 A，B 之间的距离（A，B 之间有水池，无法直接测量），智慧小组的同学们在公园里选了凉亭 C，D，测得 AD=CD=10m，∠D=90°，BC=40m，∠DCB=135°，请你根据上述数据求出 A,B 之间的距离.



【答案】$30\sqrt{2}$m
【考点】勾股定理应用
【解析】解：连接 AC,∵∠D=90，AD=CD=10m，∴∠ACD=45°

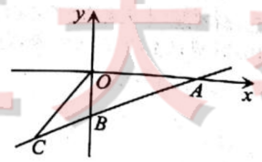
在 Rt△ACD 中，由勾股定理得 AC=$\sqrt{\mathrm{AD}^2+\mathrm{CD}^2}$=$10\sqrt{2}$m

∵∠DCB=135° ∴∠ACB=∠DCB-∠ACD=90°

∴在 Rt△ACB 中，由勾股定理得 AB=$\sqrt{AC^2+BC^2}$=$30\sqrt{2}$m

19.（本题 5 分）

如图，已知一次函数$y=\frac{1}{2}x-3$的图像与 x 轴，y 轴分别交于 A，B 两点，点 C（-4,n）在函数图像上，连接 OC.求点 A，B 的坐标和△OAC 的面积.

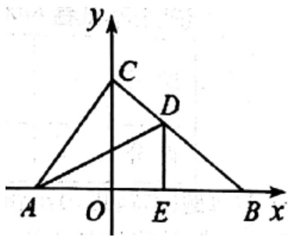


【答案】A（6,0），B（0,-3），15
【考点】一次函数
【解析】解：令 x=0 得 y=-3，∴B（0,-3）；令 y=0 得 x=6，∴A（6,0）

∵点 C 在函数图像上，∴把（-4,n）带入$y=\frac{1}{2}x-3$中得 n=-5∴C（-4,-5）

∵S△OAC=$\frac{1}{2}\cdot|OA|\cdot|y_c|$，∴S△OAC=$\frac{1}{2}\times6\times5$=15

20.（本题 5 分）
如图，在△ABC 中，AC=6，BC=8，AB=10，点 C 在 y 轴的正半轴上，边 AB 在 x 轴上（点 A 在点 B 的左侧）。
（1）求点 C 的坐标；
（2）点 D 是 BC 边上一点，点 E 是 AB 边上一点，且点 E 和点 C 关于 AD 所在直线对称。直接写出点 D 的坐标。



【答案】（1）（0，$\frac{24}{5}$）　（2）（$\frac{12}{5}$，3）

【考点】一次函数与面积问题

【解析】 （1）在△ABC 中，$AC^2+BC^2=6^2+8^2=100$，$AB^2=10^2=100$.则有 $AC^2+BC^2=AB^2$

∴△ABC 为直角三角形，OC 为△ABC 斜边上的高

∴由等面积法，AB×OC=AC×BC，即 10×OC=6×8，解得 OC=$\frac{24}{5}$

∴点 C 坐标为（0，$\frac{24}{5}$）

（2）由对称得，△ACD≌△AED，

∴DE⊥AB 且 AE=AC=6

在 Rt△ACO 中，由勾股定理，$AO^2=AC^2-OC^2$，解得 AO=$\frac{18}{5}$，则 OE=AE-AO=$\frac{12}{5}$

直线 BC 解析式为 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{24}{5}$；当 $x=\frac{12}{5}$时，$y=-\frac{3}{4}\times\frac{12}{5}+\frac{24}{5}=3$

∴点 D 坐标为（$\frac{12}{5}$，3）

21.(本题 5 分)

2019 年 10 月 1 日是中华人民共和国成立 70 周年纪念日，红色旅游成为旅游热点，小王要和朋友们去某红色景点旅游，其门票售价为 80 元/张。国庆节期间，景点推出优惠活动：

方案 1：门票一律九折优惠；

方案 2：对 10 人以内（含 10 人）购门票不优惠，超过 10 人部分八折优惠。

设小王一行参加旅游的人数为 x（人），购买门票费用为 y（元）。

（1）小王分别写出方案 1 和方案 2 购买门票的费用 y（元）与旅游人数 x（人）之间的函数表达式如下，请你将空缺部分补充完整：

$y_1=\_\_\_\_\_\_(x>0)$　　　$y_2=\begin{cases}80x(0<x<10)\\ \_\_\_\_\_\_\_(x>10)\end{cases}$

（2）小王一行共有 40 人一起去该景点旅游，通过计算，判断选择哪种方式更省钱？

【答案】（1）72x；64x+160；（2）方案 2 更省钱。

【考点】一次函数的应用

【解析】

（1）$y_1=80\times0.9x=72x$

$y_2=10\times80+(x-10)\times80\times0.8=800+64x-640=64x+160(x>10)$

（2）方案 1：$y_1=72\times40=2880$（元）

方案 2： $y_2=64\times40+160=2560+160=2720$（元）

由上可得 $y_2<y_1$，所以方案 2 更省钱。

22.(本题 9 分)

阅读材料：

材料一：两个含有二次根式的非零代数式相乘，如果它们的积不含二次根式，那么这两个代数式互为有理化因式。

例如：$\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$，$\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)=6-2=4$，我们称 $\sqrt{3}$ 的一个有理化因式是 $\sqrt{3}$，$\sqrt{6}-\sqrt{2}$ 的一个有理化因式是 $\sqrt{6}+\sqrt{2}$。

材料二：如果一个代数式的分母中含有二次根式，通常可将分子、分母同乘分母的有理化因式，使分母中不含根号，这种变形叫做分母有理化。

例如：$\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$$\frac{8}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\frac{8\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}=\frac{8\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{4}=2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$$

请你仿照材料中的方法探索并解决下列问题：

（1） $\sqrt{13}$ 的有理化根式为____________，$\sqrt{7}+\sqrt{5}$ 的有理化根式为____________；（均写出一个即可）

（2）将下列各式分母有理化：① $\dfrac{3}{\sqrt{15}}$；② $\dfrac{11}{2\sqrt{5}-3}$；（要求写出变形过程）

（3）请你从下列 A、B 两题中任选一题作答，我选择____________题。

A.计算：$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{2018}+\sqrt{2019}}$ 的结果为____________.

B.计算：$\dfrac{2}{3+\sqrt{3}}+\dfrac{2}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}+\dfrac{2}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}}+\cdots+\dfrac{2}{2019\sqrt{2017}+2017\sqrt{2019}}$ 的结果为____________.

【答案】（1）$\sqrt{13}$，$\sqrt{7}-\sqrt{5}$；（2）$\dfrac{\sqrt{15}}{5}$，$2\sqrt{5}+3$；（3）A 题：$\sqrt{2019}-1$；B 题：$1-\dfrac{\sqrt{2019}}{2019}$

【考点】二次根式

【解析】（1） $\sqrt{13}$，$\sqrt{7}-\sqrt{5}$

（2） $\frac{3}{\sqrt{15}}=\frac{3\times\sqrt{15}}{\sqrt{15}\times\sqrt{15}}=\frac{3\sqrt{15}}{15}=\frac{\sqrt{15}}{5}$；

$$\frac{11}{2\sqrt{5}-3}=\frac{11(2\sqrt{5}+3)}{(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}+3)}=\frac{11(2\sqrt{5}+3)}{11}=2\sqrt{5}+3$$

（3） A 题：$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2018}+\sqrt{2019}}$

$$=\frac{(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}+\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}+\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{4})}{(\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{3}-\sqrt{4})}+\cdots$$

$$+\frac{(\sqrt{2018}-\sqrt{2019})}{(\sqrt{2018}+\sqrt{2019})(\sqrt{2018}-\sqrt{2019})}$$

$$=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{2019}-\sqrt{2018}$$

$$=\sqrt{2019}-1$$

B 题：$\frac{2}{3+\sqrt{3}}+\frac{2}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}+\frac{2}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}}+\cdots+\frac{2}{2019\sqrt{2017}+2017\sqrt{2019}}$

$$=\frac{2(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}+\frac{2(5\sqrt{3}-3\sqrt{5})}{(5\sqrt{3}+3\sqrt{5})(5\sqrt{3}-3\sqrt{5})}+\frac{2(7\sqrt{5}-5\sqrt{7})}{(7\sqrt{5}+5\sqrt{7})(7\sqrt{5}-5\sqrt{7})}+\cdots$$

$$+\frac{2(2019\sqrt{2017}-2017\sqrt{2019})}{(2019\sqrt{2017}+2017\sqrt{2019})(2019\sqrt{2017}-2017\sqrt{2019})}$$

$$=1-\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{7}}{7}+\cdots+-\frac{\sqrt{2017}}{2017}+\frac{\sqrt{2019}}{2019}$$

$$=1-\frac{\sqrt{2019}}{2019}$$

23.（本题 13 分）

如图 1，已知直线 y=3x+3 与 y 轴，x 轴分别交于 A，B 两点，过点 B 在第二象限内作 BC⊥AB 且 BC=AB，连接 AC.

（1）求点 C 的坐标；

（2）如图 2，过点 C 作直线 CD∥x 轴交 AB 于点 D，交 y 轴于点 E.

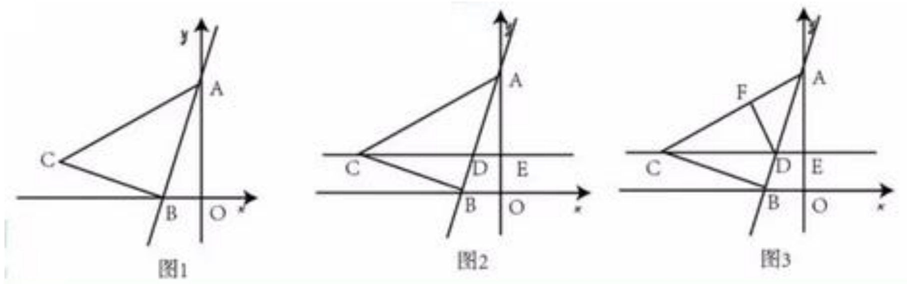
请从下列 A，B 两题中任选一题作答，我选择________________题

A.①求线段 CD 的长；

②在坐标平面内，是否存在点 M（除点 B 外），使得以点 M，C，D 为顶点的三角形与△BCD 全等？若存在，请直接写出所有符合条件的点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。

B.①如图 3，在图 2 的基础上，过点 D 作 DF⊥AC 于点 F，求线段 DF 的长；

②在坐标平面内，是否存在点 M（除点 F 外），使得以点 M，C，D 为顶点的三角形与△FCD 全等？若存在，请直接写出所有符合条件的点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。



【答案】 （1）（-4，1）

（2）A. ① $\frac{10}{3}$； ② $(-1,2)$，$\left(-\frac{11}{3},2\right)$，$\left(-\frac{11}{3},0\right)$

B.① $\frac{2\sqrt{5}}{3}$； ② $\left(-\frac{4}{3},-\frac{1}{3}\right)$，$\left(-\frac{10}{3},-\frac{1}{3}\right)$，$\left(-\frac{10}{3},\frac{7}{3}\right)$

【考点】一次函数与全等构造

【解析】（1）过点 C 作 CD⊥BD，交 x 轴于点 D.

∵直线 y=3x+3 与 y 轴，x 轴分别交于 A，B 两点

∴A(0，3) B（-1，0）即 OA=3,OB=1.

又∵BC⊥AB；∴∠ABC=90° ∴∠CBD+∠ABO=90°

又∵∠ABO+∠OAB=90° ∴∠CBD=∠OAB

在△ABO 与△BCD 中，

$$\begin{cases}\angle CBD=\angle OAB\\ \angle BDC=\angle AOB=90°\\ AB=BC\end{cases}$$

∴△ABO≌△BCD（AAS） ∴OB=CD=1，OA=BD=3∴C（-4，1）

（2）A.①∵CD//X 轴∴点 D 与点 C 的纵坐标相等，都为 1

又∵点 D 在直线 AB 上∴D$\left(-\frac{2}{3},1\right)$∴CD=$\frac{10}{3}$

② $(-1,2)$，$\left(-\frac{11}{3},2\right)$，$\left(-\frac{11}{3},0\right)$

B.①由两点间的距离公式可以得到 AC=$2\sqrt{5}$，CD=$\frac{10}{3}$,AE=2

等积法可得 $S_{\Delta ACD}=\frac{1}{2}CD\bullet AE=\frac{1}{2}AC\bullet DF$

即 $\frac{1}{2}\times\frac{10}{3}\times 2=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times DF$ $\therefore$ DF= $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

② $\left(-\frac{4}{3},-\frac{1}{3}\right)$，$\left(-\frac{10}{3},-\frac{1}{3}\right)$，$\left(-\frac{10}{3},\frac{7}{3}\right)$