



2019~2020 学年第一学期高二期末考试

数学试卷 (理科)

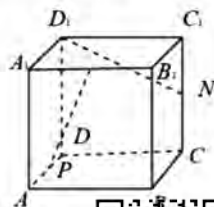
(考试时间: 上午 8:00——9:30)

说明: 本试卷为闭卷笔答, 答题时间 90 分钟, 满分 100 分。

一、选择题 (本题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将其字母填入下表相应位置)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

- 命题“若 $x=1$, 则 $x^2=1$ ”的逆否命题是 ()
A. 若 $x^2=1$, 则 $x=1$ B. 若 $x \neq 1$, 则 $x^2 \neq 1$
C. 若 $x=1$, 则 $x^2 \neq 1$ D. 若 $x^2 \neq 1$, 则 $x \neq 1$
- 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的实轴长为 ()
A. 9 B. 6 C. $2\sqrt{5}$ D. 4
- 已知 $a=(1, -1, 2)$, $b=(-1, m, n)$, 若 $a=\lambda b$, 则 m, n 的值分别是 ()
A. 1, -2 B. -1, -2 C. 1, 2 D. -1, 2
- 已知 $p: a > b$, $q: a+c > b+c$, 则 p 是 q 的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的左右焦点分别是 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 则 $\triangle ABF_2$ 的周长为 ()
A. $8+2\sqrt{7}$ B. $16-2\sqrt{7}$ C. 8 D. 16
- 已知命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2+ax+1 > 0$ ”是假命题, 则实数 a 的取值范围为 ()
A. $(-\infty, -2]$ B. $[2, +\infty)$ C. $[-2, 2]$ D. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$
- 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N, P 分别是 A_1B_1, CC_1, AD 的中点, 则异面直线 D_1N 与 MP 所成角的大小是 ()
A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°





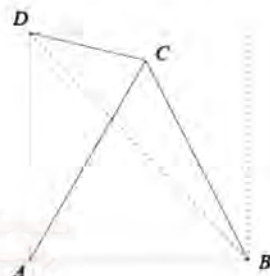
8. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 则椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的离心率是 ()
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
9. 已知 $a = (1, -1, 0)$, $b = (0, 1, 1)$, $c = (1, 2, m)$, 若 a, b, c 共面, 则实数 $m =$ ()
- A. -1 B. 3 C. 1 D. -2
10. 已知直线 l 与抛物线 $x^2 = 4y$ 相交于 AB 两个不同点, 若线段 AB 的中点坐标为 $(1, 2)$, 则直线 l 的方程为 ()
- A. $2x - y = 0$ B. $x - y + 1 = 0$ C. $x - 4y + 7 = 0$ D. $x - 2y + 3 = 0$

11. 如图, 把边长为 1 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折成直二面角, 若点 P 满足

$$\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD},$$

则 $|\overrightarrow{BP}|^2 =$ ()

- A. 3 B. $4 - \sqrt{2}$ C. 4 D. $3 + \frac{\sqrt{6}}{2}$



12. 已知点 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点, 点 P 在双曲线 C 右支上, 且 $\overrightarrow{PF_2} \cdot (\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OF_2}) = 0$, 直线 PF_1 的斜率为 $\frac{1}{2}$, 则双曲线 C 的渐近线方程为 ()
- A. $y = \pm x$ B. $y = \pm \sqrt{2}x$ C. $y = \pm 2x$ D. $y = \pm \sqrt{5}x$

二、填空题 (本题共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}, \sin x \leq 1$ ” 的否定是_____.
14. 已知 $a = (1, 1, 0)$, $b = (0, 1, 1)$, 若 $(a + \lambda b) \perp a$, 则实数 $\lambda =$ _____.
15. 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点, P 为 C 上一点, $\triangle PF_1F_2$ 的内心为点 I , 过 I 作平行于 x 轴的直线分别交 PF_1, PF_2 于点 A, B , 若椭圆 C 的离心率 $e = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{S_{\triangle PAB}}{S_{\triangle PF_1F_2}} =$ _____.





16. 已知 A, B 是抛物线 $y^2=4x$ 上的两个不同动点, 点 $P(1, 2)$, 若直线 PA 和 PB 的倾斜角互补, 则线段 AB 的中点的轨迹方程为_____.

三、解答题 (本题共 5 个小题, 共 48 分)

17. (本大题 8 分)

已知 p : 函数 $y = ax$ 是增函数, q : 方程 $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 0)$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆, 若 $p \wedge (\neg q)$ 是真命题, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题 10 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 $P(1, 2)$ 在抛物线 C 上.

- (1) 求点 F 的坐标和抛物线 C 的准线方程;
- (2) 过点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两个不同点, 若 AB 的中点为 $M(3, -2)$, 求 $\triangle OAB$ 的面积.



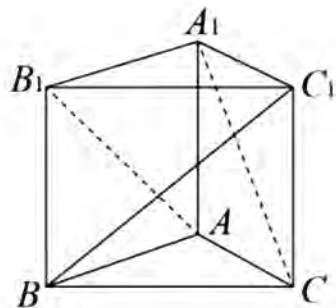


19. (本小题 10 分)

已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC , 记 $a = AA_1$, $b = AB$, $c = AC$.

(1) 用 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 表示 $\vec{AB_1}$, $\vec{A_1C}$, $\vec{BC_1}$;

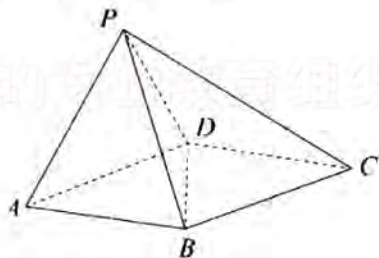
(2) 若 $AB_1 \perp BC_1$, $A_1C \perp BC_1$, 求证: $AB_1 = A_1C$.



20. (本小题 10 分) 说明: 请考生在 (A), (B) 两个小题中任选一题作答.

(A) 已知点 P 是菱形 $ABCD$ 所在平面外一点, $PA = PD = \sqrt{2}$, $PB = AB = BD = 2$.

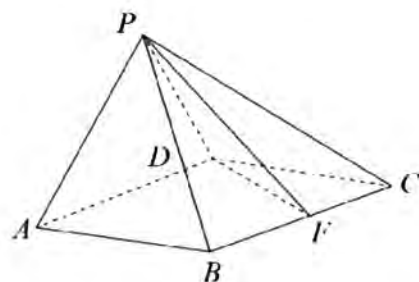
- (1) 求证: 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$;
- (2) 求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值.





(B) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle BAD=60^\circ$, F 是 BC 中点, $PA=PD$, $PA \perp PD$, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$.

- (1) 求证: $DF \perp$ 平面 PAD ;
- (2) 求二面角 $A-PB-F$ 的余弦值.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





21. (本小题 10 分) 说明: 请考生在 (A) (B) 两个小题任选一题作答.

(A) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 其右焦点 F 到直线 $x - y + 3 = 0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程

(2) 若过 F 作两条互相垂直的直线 l_1, l_2 , A, B 是 l_1 与椭圆 C 的两个交点, C, D 是 l_2 与椭圆 C 的两个交点, M, N 分别是线段 AB, CD 的中点, 试判断直线 MN 是否过定点? 若过定点, 求出该定点的坐标; 若不过定点, 请说明理由.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织





(B) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点 F 到直线 $x - y + 3 = 0$ 距离为 $2\sqrt{2}$, $P(1, \frac{2\sqrt{3}}{3})$ 在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若过 F 作两条互相垂直的直线 l_1, l_2 , A, B 是 l_1 与椭圆 C 的两个交点, C, D 是 l_2 与椭圆 C 的两个交点, M, N 分别是线段 AB, CD 的中点, 试判断直线 MN 是否过定点? 若过定点, 求出该定点的坐标; 若不过定点, 请说明理由.



工大教育

——做最感动客户的专业教育组织

