



太原市2020年高三年级模拟试题(一)

数 学 试 卷(文科)

(考试时间:下午3:00—5:00)

注意事项:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,第Ⅰ卷1至4页,第Ⅱ卷5至8页。
2. 回答第Ⅰ卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 回答第Ⅰ卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第Ⅱ卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $B \cup \complement_U A =$
A. $\{0, 2, 4\}$ B. $\{1, 3, 4\}$
C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{0, 2, 3, 4\}$
2. 已知 i 是虚数单位, 复数 $m + 1 + (2 - m)i$ 在复平面内对应的点在第二象限, 则实数 m 的取值范围是
A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, 2)$
C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, 前5项和 $S_5 = 25$, $a_2 = 3$, 则 $a_9 =$
A. 16 B. 17
C. 18 D. 19

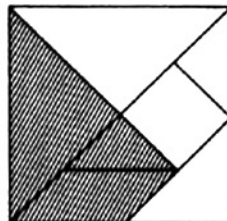




4. 已知平面向量 $a = (4, -2)$, $b = (1, -3)$, 若 $a + \lambda b$ 与 b 垂直, 则 $\lambda =$

- A. -2 B. 2
C. -1 D. 1

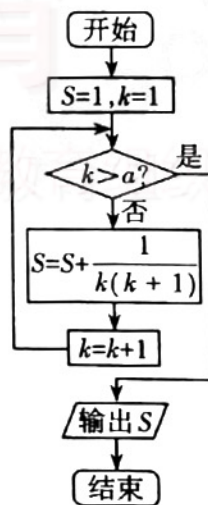
5. 七巧板是中国古代劳动人民发明的一种传统智力玩具,它由五块等腰直角三角形、一块正方形和一块平行四边形共七块板组成.(清)陆以湉《冷庐杂识》卷中写道:近又有七巧图,其式五,其数七,其变化之式多至千余,体物肖形,随手变幻,盖游戏之具,足以排闷破寂,故世俗皆喜为之.如图是一个用七巧板拼成的正方形,若在此正方形中任取一点,则此点取自阴影部分的概率为



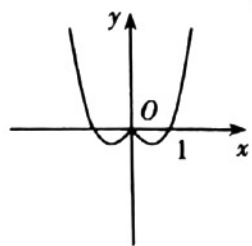
- A. $\frac{5}{16}$ B. $\frac{11}{32}$
C. $\frac{7}{16}$ D. $\frac{13}{32}$

6. 某程序框图如图所示,若 $a = 4$,则程序运行后输出的结果是

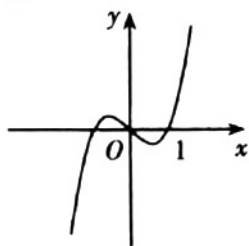
- A. $\frac{7}{4}$
B. $\frac{9}{5}$
C. $\frac{11}{6}$
D. $\frac{13}{7}$



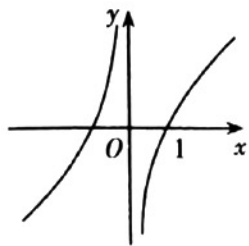
7. 函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x|}$ 的图象大致为



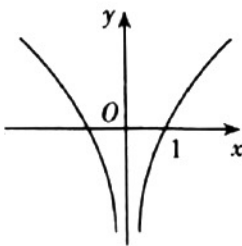
A



B



C



ח





8. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \leq 6, \\ x - 3y \leq -2, \\ x \geq 1, \end{cases}$ 则目标函数 $z = x + 2y$ 的最大值为

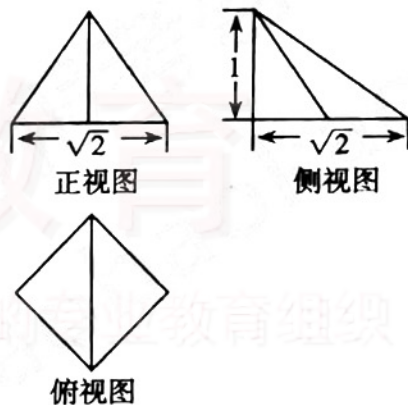
A. 3
B. 5
C. 8
D. 11

9. 设 $a \in \mathbb{R}, b \in [0, 2\pi)$, 若对任意实数 x 都有 $\sin(3x - \frac{\pi}{3}) = \sin(ax + b)$, 则满足条件的有序实数对 (a, b) 的个数为

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

10. 刘徽注《九章算术·商功》中, 将底面为矩形, 一棱垂直于底面的四棱锥叫做阳马. 如图, 是一个阳马的三视图, 则其外接球的半径为

A. $\sqrt{3}$
B. 3
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D. 4



11. 过抛物线 $y^2 = 4x$ 上点 $P(1, 2)$ 作三条斜率分别为 k_1, k_2, k_3 的直线 l_1, l_2, l_3 , 与抛物线分别交于不同于 P 的点 A, B, C . 若 $k_1 + k_2 = 0, k_2 \cdot k_3 = -1$, 则以下结论正确的是

A. 直线 AB 过定点
B. 直线 AB 斜率一定
C. 直线 BC 斜率一定
D. 直线 AC 斜率一定

12. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 2)$, $f'(x)$ 为其导函数, 若 $(x - 2)f'(x) + f(x) = \frac{1 - x}{e^x}$ 且

$f(0) = 0$, 则 $f(x) < 0$ 的解集为

A. $(-\infty, 0)$
B. $(0, 1)$
C. $(1, 2)$
D. $(0, 2)$





太原市2020年高三年级模拟试题(一)

数 学 试 卷(文科)

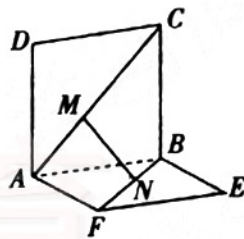
第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 双曲线 $2x^2 - y^2 = 8$ 的实轴长是_____.

14. 已知函数 $f(x) = \log_4(4^x + 1) + kx$ ($k \in \mathbb{R}$) 是偶函数, 则 $k =$ _____.

15. 在如图所示实验装置中, 正方形框架的边长都是1, 且平面 $ABCD$ 与平面 $ABEF$ 互相垂直, 活动弹子 M, N 分别在正方形对角线 AC , BF 上移动, 则 MN 长度的最小值是_____.



16. 我们知道, 斐波那契数列是数学史上一个著名数列, 在斐波那契数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$). 用 S_n 表示它的前 n 项和, 若已知 $S_{2020} = m$, 那么 $a_{2022} =$ _____.





三、解答题:共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

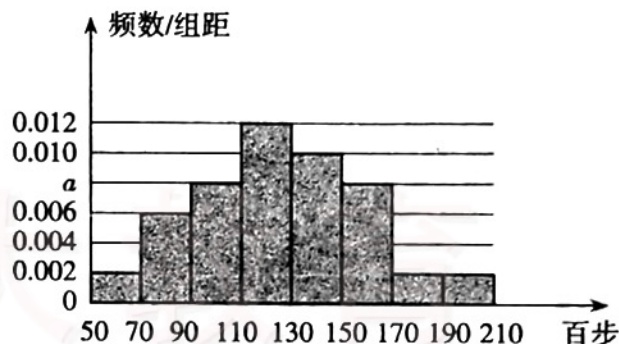
17. (本小题满分12分)

手机运动计步已成为一种时尚,某中学统计了该校教职工一天行走步数(单位:百步),绘制出如下频率分布直方图:

(I)求直方图中 a 的值,并由频率分布直方图估计该校教职工一天步行数的中位数;

(II)若该校有教职工175人,试估计一天行走步数不大于130百步的人数;

(III)在(II)的条件下,该校从行走步数大于150百步的3组教职工中用分层抽样的方法选取6人参加远足活动,再从6人中选取2人担任领队,求这两人均来自区间 $(150, 170]$ 的概率.



18. (本小题满分12分)

已知 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是内角 A, B, C 的对边, $2\cos\frac{2\pi}{3}\sin(\frac{\pi}{6} + C) + \cos C = -\frac{1}{2}$.

(I)求 C ;

(II)若 $c = 3$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值.



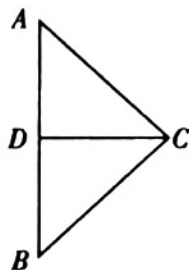


19. (本小题满分12分)

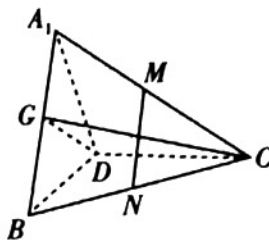
如图(1), 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 4$, 点 D 为 AB 中点, 将 $\triangle ADC$ 沿 DC 折叠得到三棱锥 $A_1 - BCD$, 如图(2), 其中 $\angle A_1DB = 60^\circ$, 点 M, N, G 分别为 A_1C, BC, A_1B 的中点.

(I) 求证: $MN \perp$ 平面 DCG ;

(II) 求三棱锥 $G - A_1DC$ 的体积.



图(1)



图(2)

20. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = e^x - \cos x$.

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 证明: $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, +\infty)$ 上有且仅有2个零点.

21. (本小题满分12分)

椭圆 E 的焦点为 $F_1(-1, 0)$ 和 $F_2(1, 0)$, 过 F_2 的直线 l_1 交 E 于 A, B 两点, 过 A 作与 y 轴垂直的直线 l_2 , 又知点 $H(2, 0)$, 直线 BH 记为 l_3 , l_2 与 l_3 交于点 C . 设 $\overrightarrow{AF_2} = \lambda \overrightarrow{F_2B}$, 已知当 $\lambda = 2$ 时, $|AB| = |BF_1|$.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 求证: 无论 λ 如何变化, 点 C 的横坐标是定值, 并求出这个定值.





(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分10分)【选修4-4:坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3\cos\theta, \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数),已知点 $Q(6,0)$,

点 P 是曲线 C_1 上任意一点,点 M 满足 $\overrightarrow{PM} = 2\overrightarrow{MQ}$,以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(I)求点 M 的轨迹 C_2 的极坐标方程;

(II)已知直线 $l: y = kx$ 与曲线 C_2 交于 A, B 两点,若 $\overrightarrow{OA} = 4\overrightarrow{AB}$,求 k 的值.

23. (本小题满分10分)【选修4-5:不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |2x - a|$, $g(x) = |x - 1|$.

(I)若 $f(x) + 2g(x)$ 的最小值为1,求实数 a 的值;

(II)若关于 x 的不等式 $f(x) + g(x) < 1$ 的解集包含 $[\frac{1}{2}, 1]$,求实数 a 的取值范围.

