



太原市2020年高三年级模拟试题(一)

数学试卷(理科)

(考试时间:下午3:00——5:00)

注意事项:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,第Ⅰ卷1至4页,第Ⅱ卷5至8页。
2. 回答第Ⅰ卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 回答第Ⅰ卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第Ⅱ卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

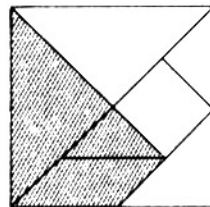
1. 已知集合 $M = \{x | |x| < 3\}$, $N = \{x | y = \sqrt{6+x-x^2}\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{x | -2 < x < 3\}$ B. $\{x | -2 \leq x < 3\}$
C. $\{x | -2 < x \leq 3\}$ D. $\{x | -3 < x \leq 3\}$

2. 设复数 z 满足 $z \cdot (2+i) = 5$, 则 $|z-i| =$

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 4

3. 七巧板是中国古代劳动人民发明的一种传统智力玩具,它由五块等腰直角三角形、一块正方形和一块平行四边形共七块板组成。(清)陆以湉《冷庐杂识》卷中写道:近又有七巧图,其式五,其数七,其变化之式多至千余,体物肖形,随手变幻,盖游戏之具,足以排闷破寂,故世俗皆喜为之。如图是一个用七巧板拼成的正方形,若在此正方形中任取一点,则此点取自阴影部分的概率为



- A. $\frac{5}{16}$ B. $\frac{11}{32}$ C. $\frac{7}{16}$ D. $\frac{13}{32}$

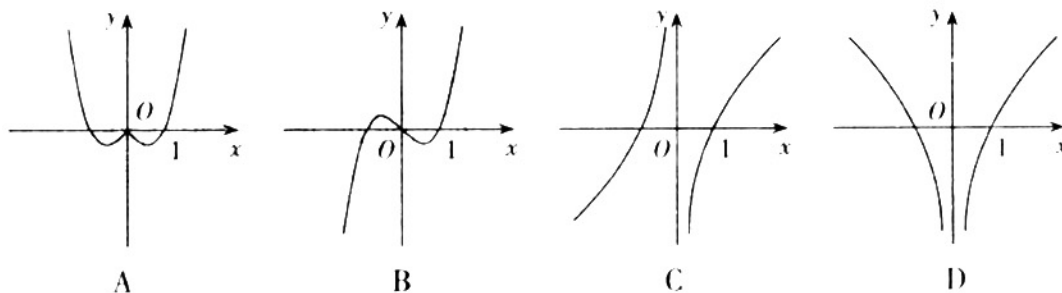




4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 > 0$, 则“ $a_1 < a_4$ ”是“ $a_3 < a_5$ ”的

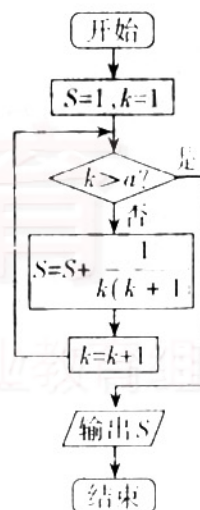
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

5. 函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x|}$ 的图象大致为



6. 某程序框图如图所示, 若该程序运行后输出的值是 $\frac{9}{5}$, 则

- A. $a = 3$
B. $a = 4$
C. $a = 5$
D. $a = 6$

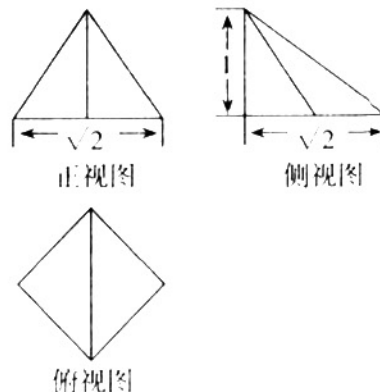


7. $(3x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}})^7$ 展开式中的常数项是

- A. 189
B. 63
C. 42
D. 21

8. 刘徽注《九章算术·商功》中, 将底面为矩形, 一棱垂直于底面的四棱锥叫做阳马. 如图, 是一个阳马的三视图, 则其外接球的体积为

- A. $\sqrt{3}\pi$
B. 3π
C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$
D. $4\sqrt{3}\pi$





9. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y - 6 \leq 0, \\ x - 3y + 2 \leq 0, \\ x \geq 1, \end{cases}$ 若目标函数 $z = ax + by (a > 0, b > 0)$ 的最小值

为 2, 则 $\frac{1}{a} + \frac{3}{b}$ 的最小值为

A. $2 + \sqrt{3}$

B. $5 + 2\sqrt{6}$

C. $8 + \sqrt{15}$

D. $2\sqrt{3}$

10. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 过点 F 作圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的切线, 若两条

切线互相垂直, 则椭圆 C 的离心率为

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

11. 设 $|AB| = 10$, 若平面内点 P 满足对任意的 $\lambda \in \mathbb{R}$, 都有 $|2\overrightarrow{AP} - \lambda\overrightarrow{AB}| \geq 8$, 则下列结论一定正确的是

A. $|\overrightarrow{PA}| \geq 5$

B. $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}| \geq 10$

C. $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} \geq -9$

D. $\angle APB \leq 90^\circ$

12. 定义在 \mathbb{R} 上的连续奇函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 已知 $f(1) \neq 0$, 且当 $x > 0$ 时有 $x \ln x \cdot f'(x) < -f(x)$ 成立, 则使 $(x^2 - 4)f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是

A. $(-2, 0) \cup (0, 2)$

B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

C. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

D. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$





太原市2020年高三年级模拟试题(一)

数 学 试 卷(理科)

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

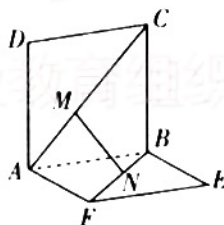
本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程为 $y = \sqrt{3}x$, 若其右顶点到这条渐近线的距离为 $\sqrt{3}$, 则双曲线方程为_____.

14. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$ 在 $(0, \frac{4\pi}{3})$ 单调递增, 在 $(\frac{4\pi}{3}, 2\pi)$ 单调递减, 则 $\omega =$ _____.

15. 在如图所示实验装置中,正方形框架的边长都是1,且平面 $ABCD \perp$ 平面 $ABEF$, 活动弹子 M, N 分别在正方形对角线 AC, BF 上移动, 则 MN 长度的最小值是_____.



16. 某同学做了一个如图所示的等腰直角三角形形状数表,且把奇数和偶数分别依次排在了数表的奇数行和偶数行.如图,若用 $a(i, j)$ 表示第 i 行从左数第 j 个数,如 $a(5, 2) = 11$, 则 $a(41, 18) =$ _____.

1			
2	4		
3	5	7	
6	8	10	12
9	11	13	15





三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17. (本小题满分12分)

已知 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为 R , 其内角 A, B, C 的对边长分别为 a, b, c , 若 $2R(\sin^2 B - \sin^2 A) = (a + c)\sin C$.

(I) 求角 B ;

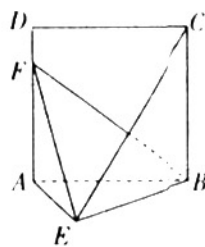
(II) 若 $b = \sqrt{7}, c = 2$, 求 $\sin A$ 的值.

18. (本小题满分12分)

如图, $ABCD$ 是边长为2的正方形, $AE \perp$ 平面 BCE , 且 $AE = 1$.

(I) 求证: 平面 $ABCD \perp$ 平面 ABE ;

(II) 线段 AD 上是否存在一点 F , 使二面角 $A - BF - E$ 等于 45° ? 若存在, 请找出点 F 的位置; 若不存在, 请说明理由.





19. (本小题满分12分)

新冠病毒是一种通过飞沫和接触传播的变异病毒,为筛查该病毒,有一种检验方式是检验血液样本相关指标是否为阳性.对于 n 份血液样本,有以下两种检验方式:一是逐份检验,则需检验 n 次.二是混合检验,将其中 k 份血液样本分别取样混合在一起.若检验结果为阴性,那么这 k 份血液全为阴性,因而检验一次就够了;如果检验结果为阳性,为了明确这 k 份血液究竟哪些为阳性,就需要对它们再逐份检验,此时 k 份血液检验的次数总共为 $k+1$ 次.某定点医院现取得4份血液样本,考虑以下三种检验方案:方案一,逐个检验;方案二,平均分成两组检验;方案三,四个样本混在一起检验.假设在接受检验的血液样本中,每份样本检验结果是阳性还是阴性都是相互独立的,且每份样本是阴性的概率为 $p = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(I)求把2份血液样本混合检验,结果为阳性的概率;

(II)若检验次数的期望值越小,则方案越“优”.方案一、二、三中哪个最“优”?请说明理由.

20. (本小题满分12分)

已知椭圆 E 的焦点为 $F_1(-1, 0)$ 和 $F_2(1, 0)$,过 F_2 的直线交 E 于 A, B 两点,过 A 作与 y 轴垂直的直线交直线 $x=3$ 于点 C .设 $\overrightarrow{AF_2} = \lambda \overrightarrow{F_2B}$,已知当 $\lambda=2$ 时, $|AB| = |BF_1|$.

(I)求椭圆 E 的方程;

(II)求证:无论 λ 如何变化,直线 BC 过定点.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = x \sin x + \cos x, g(x) = \frac{\cos x}{x}$.

(I)判断函数 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{5\pi}{2})$ 上零点的个数;

(II)设函数 $g(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的极值点从小到大分别为 $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$.

证明:(1) $g(x_1) + g(x_2) < 0$;

(2)对一切 $n \in \mathbb{N}^*$, $g(x_1) + g(x_2) + g(x_3) + \dots + g(x_n) < 0$ 成立.





(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分10分)【选修4-4:坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3\cos\theta, \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数),已知点 $Q(6,0)$,

点 P 是曲线 C_1 上任意一点,点 M 满足 $\overrightarrow{PM} = 2\overrightarrow{MQ}$,以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(I)求点 M 的轨迹 C_2 的极坐标方程;

(II)已知直线 $l: y = kx$ 与曲线 C_2 交于 A, B 两点,若 $\overrightarrow{OA} = 4\overrightarrow{AB}$,求 k 的值.

23. (本小题满分10分)【选修4-5:不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |2x - a|$, $g(x) = |x - 1|$.

(I)若 $f(x) + 2g(x)$ 的最小值为1,求实数 a 的值;

(II)若关于 x 的不等式 $f(x) + g(x) < 1$ 的解集包含 $[\frac{1}{2}, 1]$,求实数 a 的取值范围.

