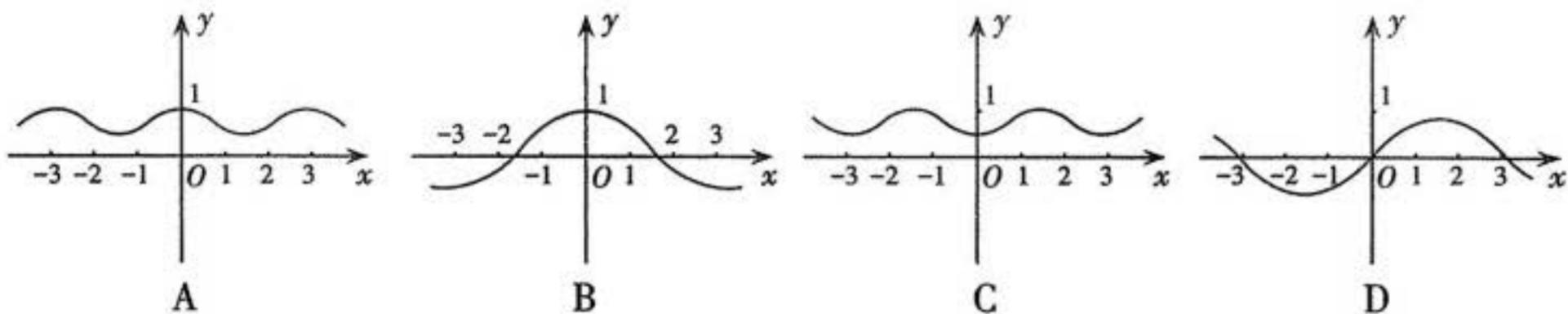


4. 函数 $f(x) = \cos(\sin x)$ 的部分图象大致是



5. 在区间 $[-1, 1]$ 上任取一个实数 k , 则使得直线 $y = kx$ 与圆 $(x - 2)^2 + y^2 = 1$ 有公共点的概率是

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

6. 已知 a, b 为单位向量, 且满足 $|a - b| = \sqrt{2}$, 则 $|2a + b| =$

A. $\sqrt{3}$

B. $\sqrt{7}$

C. $\sqrt{5}$

D. $2\sqrt{2}$

7. 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 其前 n 项和为 S_n , 且 $\{S_n\}$ 是等差数列, 则下列结论错误的是

A. $\{a_n + S_n\}$ 是等差数列

B. $\{a_n \cdot S_n\}$ 是等比数列

C. $\{a_n^2\}$ 是等差数列

D. $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 是等比数列

8. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 3x + y - 3 \geq 0, \\ 2x + 3y - 9 \leq 0, \\ x - 2y - 1 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = \frac{2x + y - 3}{x - 2}$ 的取值范围是

A. $(-\infty, 1] \cup (2, 4]$

B. $[1, 2) \cup (2, 4]$

C. $[1, 2) \cup [4, +\infty)$

D. $(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

9. 已知 $a = 4\ln 3^\pi, b = 3\ln 4^\pi, c = 4\ln \pi^3$, 则下列结论正确的是

A. $b < c < a$

B. $c < b < a$

C. $b < a < c$

D. $a < b < c$

10. 已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为4,点 E 在棱 AB 上,且 $BE = 3AE$,过 E 作四面体 $ABCD$ 外接球的截面,则所作截面面积的最小值为

A. $\frac{10\pi}{3}$

B. 3π

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

11. 已知过抛物线 $y^2 = 2px(p > 0)$ 的焦点 $F\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 的直线与该抛物线相交于 A, B 两点,

若 $\triangle AOF$ 的面积与 $\triangle BOF$ (O 为坐标原点)的面积之比是2,则 $|AB| =$

A. $\frac{9}{4}$

B. $\frac{13}{4}$

C. $\frac{5}{4}$

D. $\frac{7}{4}$

12. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$)的图象关于 $x = -\frac{\pi}{3}$ 对称,且 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$,

将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象,则下列结论正确的是

A. $\varphi = \frac{\pi}{3}$

B. 若 $g(x)$ 是奇函数,则 ω 的最小值为1

C. 若 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增,则 $\omega \in \left(0, \frac{2}{3}\right]$

D. 若 $g(x)$ 是周期最大的偶函数,则 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{16}\right]$ 上单调递增

太原市2021年高三年级模拟考试(一)

数学试卷(文科)

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第13题~第21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22题、第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.试题中包含两空的,答对第一空的给3分,全部答对的给5分.

13. 函数 $f(x) = (x - 1)e^x$ 的图象在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为_____.

14. 某公司初级、中级和高级职称的职工人数恰好组成一个公比为 q 的等比数列,现采用分层抽样从全体职工中随机抽取130人进行一项活动,已知被抽取的高级职工人数为10,则被抽取的初级职工的人数为_____.

15. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边, $3c\sin A = 4b\sin C, \cos C = \frac{2}{3}$,点 D 在线段 AB 上,且 $BD = 2DA$,若 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{5}$,则 $a =$ _____, $CD =$ _____.

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点是点 F ,过原点倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 M, N 两点,若 $\angle MFN = \frac{2\pi}{3}$,则椭圆 C 的离心率是_____.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17.(本小题满分12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n + a_{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$,再从下面条件①与②中任选一个作为已知条件,完成以下问题:

(I)证明: $\{b_n\}$ 是等比数列;

(II)求数列 $\{nb_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

条件①: $a_1 = \frac{3}{2}, 4S_n + 2a_{n+1} = 3^{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$;条件②: $a_1 = a_2 = \frac{3}{2}, a_{n+2} = a_n + 2 \times 3^n (n \in \mathbb{N}^*)$.

18.(本小题满分12分)

某地区为了实现产业的转型发展,利用当地旅游资源丰富多样的特点,决定大力发展旅游产业,一方面对现有旅游资源进行升级改造,另一方面不断提高旅游服务水平.为此该地区旅游部门,对所推出的报团游和自助游项目进行了深入调查,下表是该部门从去年某月到该地区旅游的游客中,随机抽取的100位游客的满意度调查表.

满意度	老年人		中年人		青年人	
	报团游	自助游	报团游	自助游	报团游	自助游
满意	12	1	18	4	15	6
一般	2	1	6	4	4	12
不满意	1	1	6	2	3	2

(I)由上表中的数据分析,老年人、中年人和青年人这三种人群中,哪一类人群更倾向于选择报团游?

(II)为了提高服务水平,该旅游部门要从上述样本里满意度为“不满意”的自助游游客中,随机抽取2人征集改造建议,求这2人中有老年人的概率.

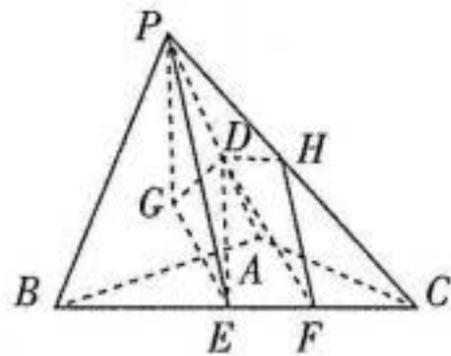
(III)若你朋友要到该地区旅游,根据上表中的数据,你会建议他选择哪种旅游项目?

19. (本小题满分12分)

如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle PAB$ 是正三角形, G 是 $\triangle PAB$ 的重心, D,E,H 分别是 PA,BC,PC 的中点,点 F 在 BC 上,且 $BF=3FC$.

(I) 求证:平面 $DFH \parallel$ 平面 PGE ;

(II) 若 $PB \perp AC, AB = AC = 2, BC = 2\sqrt{2}$,求三棱锥 $P-DEG$ 的体积.



20. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \cos x + x \sin x$.

(I) 讨论 $f(x)$ 在 $[-2\pi, 2\pi]$ 上的单调性;

(II) 求函数 $g(x) = f(x) - \frac{1}{4}x^2 - 1$ 零点的个数.

21. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 ,其离心率 $e = \frac{1}{2}$,点 P 是椭圆

C 上一动点, $\triangle PF_1F_2$ 内切圆面积的最大值为 $\frac{\pi}{3}$.

(I) 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 直线 PF_1, PF_2 与椭圆 C 分别相交于点 A, B ,求证: $\frac{|PF_1|}{|F_1A|} + \frac{|PF_2|}{|F_2B|}$ 为定值.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分10分)【选修4-4:坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right), \\ y = t - \frac{1}{t} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点

O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

(I) 求曲线 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程;

(II) 已知点 $P(3, \sqrt{3})$, 曲线 C_1 与 C_2 相交于 A, B 两个不同点, 求 $||PA| - |PB||$ 的值.

23. (本小题满分10分)【选修4-5:不等式选讲】

已知函数 $f(x) = \left|x + \frac{2}{m}\right| + |x - m| (m > 0)$.

(I) 当 $m = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值;

(II) 若存在 $x \in (0, 1)$, 使得不等式 $f(x) \leq 3$ 成立, 求实数 m 的取值范围.