解析：

(1) $\because 1<2^x\le 16$

$\therefore 2^0<2^x\le 2^4, 0<x\le 4.$

$\therefore A=\{x\,|\,0<x\le 4\}$

$\because x\in(0,4], \therefore y=\sqrt{x}\in(0,2], B=\{x\,|\,0<x\le 2\}$

$\therefore A\cap B=(0,2].$

(2) $f'(x)=\ln 2\cdot\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x\cdot\ln 2+1}{x^2}>0$ 在 $(0,2]$ 上恒成立.

$\therefore f(x)$ 在 $(0,2]$ 上单调递增.

$\therefore f(x)$ 在 $x=2$ 上取得最大值，最大值为 $\dfrac{1}{2}$.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $S_n=2a_n-1(n\in N^*)$, $\{b_n\}$ 是等差数列，且 $b_1=a_1, b_4=a_3$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $c_n=\dfrac{1}{a_n}-\dfrac{2}{b_nb_{n+1}}(n\in N^*)$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

考点：等差等比数列的通项公式，分组求和与列项相消

答案：（1）$a_n=2^{n-1}$，$b_n=n$；（2）$\therefore T_n=\dfrac{2}{n+1}-2^{1-n}$

解析：（1）$S_n=2a_n-1, S_{n+1}=2a_{n+1}-1$ 两式相减可得 $S_{n+1}-S_n=a_{n+1}=2a_{n+1}-2a_n, \therefore a_{n+1}=2a_n$，当 $n=1$ 时，$S_1=a_1=2a_1-1, \therefore a_1$，所以 a_n 是以 1 为首项，2 为公比的等比数列，所以 $a_n=2^{n-1}$；

$b_1=a_1=1, b_4=a_3=4, \therefore b_n=n$

（2）$c_n=\dfrac{1}{a_n}-\dfrac{2}{b_nb_{n+1}}=2^{1-n}-\dfrac{2}{n(n+1)}=2^{1-n}-2(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1})$,

$$\therefore T_n=\frac{1-\frac{1}{2^n}}{1-\frac{1}{2}}-2(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})=2-\frac{1}{2^{n-1}}-2(1-\frac{1}{n+1})=\frac{2}{n+1}-2^{1-n}$$

19. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$，满足 $f(x+4)=f(x)$，$f(x)=\begin{cases}\dfrac{k}{x-1}, -2\le x\le 0,\\ x+2, 0<x<2,\end{cases}$，且 $f(3)=f(1)-1$.

（1） 求实数 k 的值

（2） 若函数 $g(x)=f(x)+f(-x)(-2\le x\le 2)$，求 $g(x)$ 的值域.

考点：函数的值域，函数的周期性和分类讨论思想结合

答案：（1）$k=-4$ （2）$\{\dfrac{8}{3}\}\cup[5,6)\cup\{8\}$

解析：出题意可得 $f(1)$-1=1+2-1=2，$f(3)=f(-1+4)=f(-1)=2$，

所以可得 $\frac{k}{-1-1}=2$，$k=-4$

（2）由 $f(x)=\begin{cases}\frac{-4}{x-1},-2\le x\le 0\\ x+2,0<x<2\end{cases}$ 得 $f(-x)=\begin{cases}\frac{-4}{-x-1},-2<-x<0\\ -x+2,0<-x<2\end{cases}=\begin{cases}\frac{4}{x+1},0<x<2\\ -x+2,-2<x<0\end{cases}$

$$\therefore g(x)=f(x)+f(-x)=\begin{cases}x+2+\frac{4}{x+1},0<x<2\\ \frac{-4}{x-1}-x+2,-2<x<0\\ \frac{8}{3},x=2\text{或}-2\\ 8,x=0\end{cases}$$

当 $0<x<2$ 时，$1<x+1<3$，所以 $g(x)=x+2+\frac{4}{x+1}=x+1+\frac{4}{x+1}+1\ge 2\sqrt{4}+1$ 在 $(x+1)^2=4$ 即 $x=1$ 处取得最小值，所以

$g(x)$ 在 $(0,1)$ 处单调递减，在 $[1,2)$ 上单调递增，

当 $x\to 0$ 时，$g(x)=\lim\limits_{x\to 0}(x+2+\frac{4}{x+1})=6$，当 $x\to 2$ 时，$g(x)=\lim\limits_{x\to 2}(x+2+\frac{4}{x+1})=\frac{16}{3}$，

$\therefore g(x)$ 在 $(0,2)$ 上的值域为 $[5,6)$

当 $-2<x<0$ 时，$1<1-x<3$，$\therefore g(x)=\frac{4}{1-x}+(1-x)+1\ge 5$ 当 $(1-x)^2=4$，即 $x=-1$ 时取得最小值

当 $x\to -2$ 时，$g(x)=\lim\limits_{x\to -2}(2-x+\frac{4}{1-x})=\frac{16}{3}$，当 $x\to 0$ 时，$g(x)=\lim\limits_{x\to 0}=(2-x+\frac{4}{1-x})=6$

$\therefore g(x)$ 在 $(-2,0)$ 上的值域为 $[5,6)$

综上所述，$g(x)$ 的值域为 $\{\frac{8}{3}\}\cup[5,6)\cup\{8\}$

20. 已知函数 $f(x)=x\ln x+\frac{1}{2}mx^2-(m+1)x+1$.

（1）若 $g(x)=f'(x)$，讨论 $g(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值，求实数 m 取值范围.

考点：利用导数讨论函数单调性，已知极值求参数取值范围

答案：（1）$m\ge 0$ 时，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数；$m<0$ 时，$g(x)$ 在 $\left(0,-\frac{1}{m}\right)$ 上单调递增，在 $\left(-\frac{1}{m},+\infty\right)$ 上单调递减.

（2）$(-1,+\infty)$

解析：

（1）$g(x)=f'(x)=1+\ln x+mx-(m+1)(x>0)$

$g'(x)=\frac{1}{x}+m=\frac{1+mx}{x}$

①$m=0$时，当$x>0$时，$g'(x)>0$，所以$g(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数；

②$m>0$时，当$x>0$时，$g'(x)>0$，所以$g(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数；

③$m<0$时，令$g'(x)=0$得$x=-\frac{1}{m}$

所以当$x\in(0,-\frac{1}{m})$时，$g'(x)>0$；当$x\in\left(-\frac{1}{m},+\infty\right)$时，$g'(x)<0$

所以$g(x)$在$(0,-\frac{1}{m})$上单调递增，在$\left(-\frac{1}{m},+\infty\right)$上单调递减.

综上所述，$m\geq0$时，$g(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数；

$m<0$时，$g(x)$在$\left(0,-\frac{1}{m}\right)$上单调递增，在$\left(-\frac{1}{m},+\infty\right)$上单调递减.

（2）$f'(x)=\ln x+m(x-1)$

当$m\geq0$时$f'(x)$单调递增，恒满足$f'(1)=0$，且在$x=1$处单调递增

当$m<0$时$f'(x)$在$\left(0,-\frac{1}{m}\right)$单调递增，故$-\frac{1}{m}>1$即$-1<m<0$

综上所述m取值范围．为$(-1,+\infty)$

选修 4-4 极坐标与参数方程

一．选择题

1．在极坐标系中，点$(1,0)$与点$(2,\pi)$的距离为（　）

A．1　　B．3　　C．$\sqrt{1+\pi^2}$　　D．$\sqrt{9+\pi^2}$

考点：极坐标系的应用

答案：B

解析：将点$(1,0)$与点$(2,\pi)$表示到极坐标系中，根据两点在坐标系位置可知，两点间距离为3．

2．在平面直角坐标系中，若直线$y=x$与直线$\begin{cases}x=1+t\cos\theta\\y=t\sin\theta\end{cases}$，($t$是参数，$0\leq\theta<\pi$)垂直，则$\theta=$（　）

A.$\frac{\pi}{6}$　　B.$\frac{\pi}{4}$　　C.$\frac{2\pi}{3}$　　D.$\frac{3\pi}{4}$

考点：直线的参数方程，直线与直线得位置关系

答案：D

解析：由题知直线的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cos\theta\\y=t\sin\theta\end{cases}$,($t$是参数,$0\le\theta<\pi$)，故直线的斜率为$\tan\theta$，又有直线$y=x$与直线$\begin{cases}x=1+t\cos\theta\\y=t\sin\theta\end{cases}$,($t$是参数,$0\le\theta<\pi$)垂直得$\tan\theta\cdot 1=-1$,化简得$\tan\theta=-1$.又$0\le\theta<\pi$，故$\theta=\frac{3\pi}{4}$.

二、填空题

3. 在平面直角坐标系中，曲线$\begin{cases}x=\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$是参数)与曲线$\begin{cases}x=t\cos\frac{\pi}{3}\\y=t\sin\frac{\pi}{3}\end{cases}$($t$是参数)的交点的直角坐标为________

考点：极坐标与参数方程

答案：$\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

解析：联立$x^2+y^2=1$与$\begin{cases}x=\frac{1}{2}t\\y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$得$t=\pm1$，所以交点的直角坐标为$\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

4. 在极坐标系中，曲线$\rho=1+\cos\theta$与$\rho\cos\theta=1$的交点到极点的距离为__

考点：考查极坐标与参数方程，ρ的意义

答案：$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

解析：将两方程联立方程组得出$\rho=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

三、解答题

5. 在平面直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos a\\y=\sin a\end{cases}$（$a$为参数），以坐标原点$O$为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C_2$的极坐标方程为$\rho=\frac{4}{\sin\theta+\cos\theta}$

（1）求曲线C_1,C_2的直角坐标方程；

（2）已知点P,Q分别是曲线C_1,C_2上的动点，求$|PQ|$的最小值。

考点：极坐标与参数方程方程转换，最值

答案：$C_1:\frac{x^2}{3}+y^2=1$，$C_2:x+y-4=0$

解析：$\sqrt{2}$

（1）$C_1:\frac{x^2}{3}+y^2=1$，$C_2:x+y-4=0$

（2）设 $P(\sqrt{3}\cos a,\sin a)$，$d=\frac{|\sqrt{3}\cos a+\sin a-4|}{\sqrt{2}}=\frac{|2\sin(a+\frac{\pi}{3})-4|}{\sqrt{2}}$，$d_{min}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

选修 4-5 不等式选讲

一、选择题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，满分 10 分）

题号	1	2
选项		

1. 不等式 $|2x+3|<1$ 的解集为（　　）

$A.(-2,-1)$　　$B.(-\infty,-2)\cup(-1,+\infty)$

$C.(1,2)$　　$D.(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$

考点：绝对值不等式

答案：A

解析：$|2x+3|<1$ 等价于 $-1<2x+3<1\Rightarrow-4<2x<-2\Rightarrow-2<x<-1$，故选 A．

2. 若关于 x 的不等式 $|x-1|+|x+2|\geq m$ 在 R 上恒成立，则实数 m 的取值范围为（　　）

A $(1,+\infty)$　　B $(-\infty,1]$　　C $(3,+\infty)$　　D $(-\infty,3]$

考点：绝对值不等式的解法与恒成立问题

答案：D

解析：$|x-1|+|x+2|\geq m$ 恒成立等价于 $(|x-1|+|x+2|)_{min}\geq m$

由绝对值的几何意义可知 $|x-1|+|x+2|$ 表示数轴上的点到 1 和-2 的距离之和，所以最小值为 3

二、填空题

3. 不等式 $|x|<2x-1$ 的解集为________.

考点：绝对值不等式解法

答案： $x>1$

解析：法一：出题知： $-2x+1<x<2x-1$

$\therefore \begin{cases} x>1 \\ x>\frac{1}{3} \end{cases}$，故 $x>1$.

法二：也可分 $x\ge 0, x<0$ 两种情况讨论，$\begin{cases} x<2x-1, x\ge 0 \\ -x<2x-1, x<0 \end{cases}$ 故 $\begin{cases} x>1, x\ge 0 \\ x>\frac{1}{3}, x<0(舍) \end{cases}$，所以 $x>1$.

4. 若不等式 $|ax+1|>2$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立。则实数 a 的取值范围为

考点：绝对值不等式解法

答案：$(-\infty,-3]$

解析：将式子两边同时平方得到类一元二次不等式，结合二次函数图象及其对称轴得到 $a\le -3$.

综上： $a\in(-\infty,-3]$

5. 已知 $f(x)=2|x+1|-|x-1|$

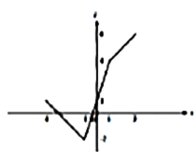
（1）画出函数 $f(x)$ 的图像；

（2）解不等式 $|f(x)|>1$

考点：含绝对值的不等式，函数的图像

答案：（1） $f(x)=\begin{cases} -x-3, x\le -1 \\ 3x+1, -1<x<1 \\ x+3, x\ge 1 \end{cases}$；（2） $(-\infty,-4)\cup(-1,-\frac{2}{3})\cup(0,+\infty)$

解析：（1）当 $x\ge 1$ 时 $f(x)=2(x+1)-(x-1)=x+3$；



当 $-1<x<1$ 时， $f(x)=2(x+1)+(x-1)=3x+1$；

当 $x\ge 1$ 时， $f(x)=-2(x+1)+(x-1)=-x-3$

所以 $f(x)=\begin{cases} -x-3, x\le -1 \\ 3x+1, -1<x<1 \\ x+3, x\ge 1 \end{cases}$

（2）根据图像可得$|f(x)|=1$时，$x=-4$或-1或$-\frac{2}{3}$或0，

所以$|f(x)|>1$的解集为$(-\infty,-4)\cup(-1,-\frac{2}{3})\cup(0,+\infty)$