



太原市 2016 ~ 2017 学年第二学期八年级期末考试

数学试卷

(考试时间:上午 8:00—9:30)

说明:本试卷为闭卷笔答,不允许携带计算器。答题时间 90 分钟,满分 100 分。

题号	一	二	三								总分
			17	18	19	20	21	22	23	24	
得分											

一、选择题(本大题含 10 个小题,每小题 3 分,共 30 分)

下列各题给出的四个选项中,只有一个符合要求,请选出并填入下表相应位置。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 当 $x = 2$ 时,下列分式中无意义的是

A. $\frac{x-2}{x}$

B. $\frac{x}{x-2}$

C. $\frac{x+2}{x}$

D. $\frac{x}{x+2}$

2. 2017 年 5 月 13 日,国家互联网应急中心 CNCERT 发布《关于重点防范 Windows 操作系统勒索软件攻击的情况公告》,网络安全引起人们高度重视。下列网络软件的图标中,是中心对称图形的是



A



B



C



D

3. 将分式 $\frac{6mn^3}{4m^3n}$ 化成最简分式的结果正确的为

A. $\frac{6n^2}{4m^2}$

B. $\frac{6n}{4m}$

C. $\frac{3n^2}{2m^2}$

D. $\frac{3n}{2m}$

4. 一个多项式分解因式的结果是 $x(x-2)^2$,则该多项式为

A. $x^2 - 2x$

B. $x^3 - 2x^2$

C. $x^2 - 4x + 4$

D. $x^3 - 4x^2 + 4x$

5. 如图,四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O ,且 $AB \parallel CD$. 添加下列条件后仍不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是

A. $AB = CD$

B. $AD \parallel BC$

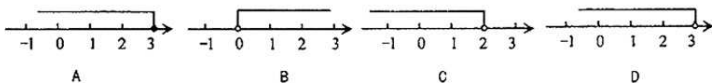
C. $OA = OC$

D. $AD = BC$



(第 5 题图)

6. 若一个不等式的正整数解为 1, 2, 则该不等式的解集在数轴上的表示可能是下列的

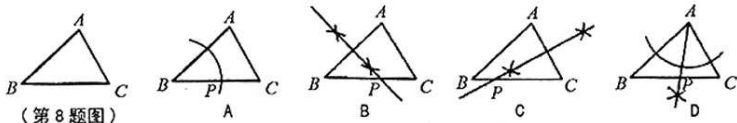




7. 将分式方程 $\frac{1}{x-3} = \frac{1}{x+3} - \frac{x+1}{x^2-9}$ 去分母, 应在原方程两边同时乘的最简公分母为

- A. $(x+3)(x-3)$ B. $x-3$ C. $x+3$ D. $x+1$

8. 在数学课上, 老师提出如下问题: 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB < BC$, 用尺规作图的方法在 BC 上取一点 P , 使得 $PA + PB = BC$. 下面是四个同学的做法, 其中正确的是

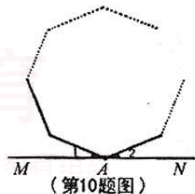


9. 为迎接2019年全国青运会, 我市加紧城市建设的步伐. 某城区对一条全长12000m的公路进行绿化带改造, 计划每天完成绿化带改造任务 x m, 当 x 满足的方程为 $\frac{2}{3} \times \frac{12000}{x} = \frac{12000}{x+300}$ 时, 下列对这一方程所反映的数量关系描述正确的是

- A. 实际每天比计划多完成改造任务300m, 实际所用天数是计划的 $\frac{2}{3}$
 B. 实际每天比计划少完成改造任务300m, 计划所用天数是实际的 $\frac{2}{3}$
 C. 实际每天比计划多完成改造任务300m, 计划所用天数是实际的 $\frac{2}{3}$
 D. 实际每天比计划少完成改造任务300m, 实际所用天数是计划的 $\frac{2}{3}$

10. 如图, 直线 MN 经过一个正多边形的顶点 A . 若 $\angle 1 = \angle 2 = 22.5^\circ$, 则此正多边形为

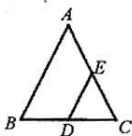
- A. 正七边形 B. 正八边形
 C. 正九边形 D. 正十边形



二、填空题(本大题含6个小题, 每小题2分, 共12分) 把答案写在题中横线上.

11. 如果 $m+n=3$, $m-n=2$, 那么 m^2-n^2 的值是_____.

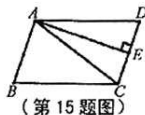
12. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, 点 D, E 分别是 BC, AC 的中点. 若 $AC=6$, 则 DE 的长为_____.



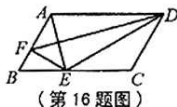
13. 平面直角坐标系中, 线段 AB 的两个端点的坐标依次为 $A(1,8), B(0,6)$. 将线段 AB 平移后, 点 A 的对应点 A' 的坐标为 $(2,5)$, 则点 B 的对应点 B' 的坐标为_____.

14. 计算: $\frac{3a-3}{a^2-6a+9} \div \frac{a-1}{a-3}$ 的结果为_____.

15. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AC=BC$, $AE \perp DC$ 于点 E . 若 $\angle B=65^\circ$, 则 $\angle CAE$ 的度数为_____.



16. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle B=60^\circ$, 点 E, F 分别是边 BC, AB 上的点, 且 DF 垂直平分 AE . 若 $BF=1$, 且 $EF \perp AB$, 则线段 AD 的长为_____.





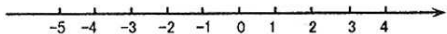
三、解答题(本大题含 8 个小题,共 58 分) 解答应写出必要的文字说明、演算步骤和推理过程.

17.(每小题 3 分,共 6 分) 将下列各式分解因式:

(1) $3a^3 - 3a$;

(2) $(x+1)^2 + 6(x+1) + 9$.

18.(本题 6 分) 解不等式组
$$\begin{cases} 3(x+2) > x-2, \\ \frac{x-3}{4} \geq \frac{x}{3} - 1, \end{cases}$$
 并将其解集表示在数轴上.



19.(本题 6 分) 解分式方程: $\frac{3-x}{x-4} + \frac{2}{4-x} = 2$.

20.(本题 6 分)

旅行社新推出“暑期高等学府游”项目,对组团报名且人数达到一定数量的游客给予优惠.现有甲、乙两个散客团参加了这一旅游项目.已知甲团人数较少,均按原价收费,共支付旅游费 12000 元;而乙团比甲团多 5 人,每人都按原价打九折收费,共支付旅游费 16200 元.这一旅游项目的原价是每人多少元?

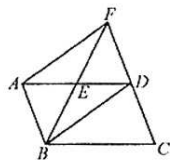


21. (本题 8 分)

如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 是边 AD 的中点, 射线 BE 交 CD 的延长线于点 F , 连接 AF , BD .

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle DFE$;

(2) 求证: 四边形 $ABDF$ 是平行四边形.



22. (本题 6 分)

油电混合动力汽车是一种节油、环保的新技术汽车, 某品牌油电混动汽车与普通汽车的相关成本数据估算如下:

	油电混动汽车	普通汽车
购买价格(元)	174800	159800
每公里燃油成本(元)	0.31	0.46

李老师计划购入一辆该品牌的油电混动汽车. 在只考虑车价和燃油成本的情况下, 李老师预估了未来 10 年的用车成本, 发现 10 年中平均每年行驶总里程达到一定公里数时, 选择油电混动汽车的成本不高于普通汽车. 李老师预估的 10 年中平均每年行驶的总里程数至少为多少公里?



23. (本题 10 分)

阅读下面材料,并解答相应的问题.

分式中的欧拉公式



欧拉是 18 世纪瑞士著名的数学家,他的贡献遍及高等数学的各个领域,同时,在初等数学中也到处留下了他的足迹.下面是关于分式的欧拉公式:

$$\frac{a^r}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^r}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^r}{(c-a)(c-b)} = \begin{cases} 0 (r=0 \text{ 或 } 1 \text{ 时}) \\ 1 (r=2 \text{ 时}) \\ a+b+c (r=3 \text{ 时}). \end{cases}$$

这个公式我们可以分情况进行研究,例如,当 $r=0$ 时的欧拉公式为:

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0. \text{ 证明如下:}$$

$$\begin{aligned} \text{左边} &= \frac{1}{(a-b)(a-c)} - \frac{1}{(b-c)(a-b)} + \frac{1}{(a-c)(b-c)} \\ &= \frac{b-c}{(a-b)(a-c)(b-c)} - \frac{a-c}{(a-b)(a-c)(b-c)} + \frac{a-b}{(a-b)(a-c)(b-c)} \\ &= \frac{b-c-a+c+a-b}{(a-b)(a-c)(b-c)} = 0. \end{aligned}$$

\therefore 右边 $= 0$, \therefore 左边 $=$ 右边,等式成立.

(1) 请将材料中 $r=0$ 时欧拉公式的证明过程补充完整;

(2) 请从下面 A, B 两题中任选一题进行解答,我选择 _____ 题:

A: 写出当 $r=2$ 时的欧拉公式,并任选一组 a, b, c 的值,对该公式当 $r=2$ 时的情况进行验证;

B: ① 写出当 $r=1$ 时的欧拉公式,并证明; ② 利用欧拉公式直接写出

$$\frac{2018^3}{2} - 2017^3 + \frac{2016^3}{2} \text{ 的结果.}$$



24. (本题 10 分)

问题情境:

在综合实践课上, 同学们探究“全等的等腰直角三角形的图形变化问题”. 如图 1, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 其中, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $AB = BC = AD = DE = 2$, 此时, 点 C 与点 E 重合.

操作探究 1:

- (1) 小凡将图 1 中的 $\triangle ABC$ 沿射线 AD 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$, 使点 A' 在边 AD 上. 线段 $A'B'$ 与 AE 相交于点 N , 线段 $A'C'$ 与 DE 相交于点 M . 请在图 2 中画出 $\triangle ABC$ 平移后某一情形的 $\triangle A'B'C'$, 并根据所画图形写出一个正确结论(题目中的已知条件均不能作为结论);

操作探究 2:

- (2) 小彬将图 1 中的 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转角度 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 然后, 分别延长 BC , DE , 它们相交于点 F , 如图 3. 在操作中, 小彬提出如下问题, 请你解答:

- ① 当 $\alpha = 30^\circ$ 时, 求证: $\triangle CEF$ 为等边三角形;
- ② 当 $\alpha = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ 时, 四边形 $ACFE$ 为平行四边形(直接回答即可);

- (3) 小颖将图 1 中的 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转角度 β ($0^\circ < \beta < 90^\circ$), 线段 BC 和 DE 相交于点 F . 在操作中, 小颖提出如下问题, 请从下列 A, B 两个问题中任选一题进行解答, 我选择 题:

A: 当 $\beta = 60^\circ$ 时, 请在图 4 中画出旋转得到的图形, 并直接写出线段 CE 的长.

B: 当旋转到点 F 是边 DE 的中点时, 请在图 4 中画出旋转得到的图形, 并直接写出线段 CE 的长.

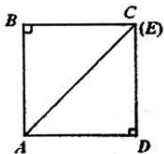


图 1

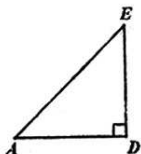


图 2

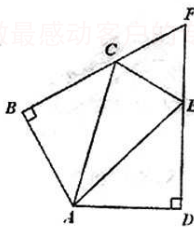


图 3

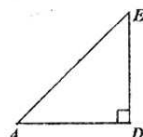


图 4



太原市 2016 ~ 2017 学年第二学期八年级期末考试

数学试题参考答案及评分标准

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	C	D	D	D	A	C	A	B

二、填空题(每小题 2 分,共 12 分)

11. 6 12. 3 13. (1, 3) 14. $\frac{3}{a-3}$ 15. 25° 16. $\sqrt{3} + 3$

三、解答题(本大题含 8 个小题,共 58 分)

17. (本题 6 分)

解: (1) $3a^3 - 3a$

$$= 3a(a^2 - 1) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$= 3a(a+1)(a-1) \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) $(x+1)^2 + 6(x+1) + 9$

$$= [(x+1) + 3]^2 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= (x+4)^2 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

18. (本题 6 分)

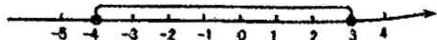
$$\text{解: } \begin{cases} 3(x+2) > x-2, \text{①} \\ \frac{x-3}{4} \geq \frac{x}{3} - 1, \text{②} \end{cases}$$

$$\text{解不等式 ① 得 } x > -4. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{解不等式 ② 得 } x \leq 3. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{原不等式组的解集为 } -4 < x \leq 3. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

在数轴上表示原不等式组的解集如图:



19. (本题 6 分)

$$\text{解: 原方程可变形为 } \frac{x-3}{4-x} + \frac{2}{4-x} = 2. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$



方程两边同时乘以 $(4-x)$ 去分母, 得

$$x - 3 + 2 = 2(4 - x), \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解, 得 } x = 3. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{检验: 当 } x = 3 \text{ 时, } 4 - x \neq 0, \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{原方程的解为 } x = 3. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

20. (本题 6 分)

$$\text{解: 设这一旅游项目的原价是每人 } x \text{ 元, 根据题意得: } \frac{12000}{x} + 5 = \frac{16200}{0.9x}, \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解, 得 } x = 1200. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{经检验 } x = 1200 \text{ 是所列方程的解.} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{答: 这一旅游项目的原价是每人 } 1200 \text{ 元.} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

21. (本题 8 分)

$$(1) \text{ 证明: } \because \text{点 } E \text{ 是 } AD \text{ 的中点, } \therefore AE = ED. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 是平行四边形,}$$

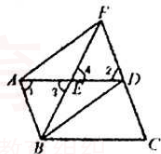
$$\therefore AB \parallel CD. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\because \text{点 } F \text{ 在 } CD \text{ 的延长线上,}$$

$$\therefore AB \parallel DF. \therefore \angle 1 = \angle 2 \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because \angle 3 = \angle 4.$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DFE. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



$$(2) \text{ 证明: 由 (1) 得 } \triangle ABE \cong \triangle DFE,$$

$$\therefore AB = DF. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\because AB \parallel DF,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABDF \text{ 是平行四边形.} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

22. (本题 6 分)

$$\text{解: 设 } 10 \text{ 年中平均每年行驶的总里程数为 } x \text{ 公里,} \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{根据题意得: } 174800 + 10 \times 0.31x \leq 159800 + 10 \times 0.46x. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解, 得 } x \geq 10000. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore x \text{ 的最小值为 } 10000. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{答: } 10 \text{ 年中平均每年行驶的总里程数至少为 } 10000 \text{ 公里.} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



23. (本题 10 分)

解: (1)
$$\frac{\frac{a-c}{(a-b)(a-c)(b-c)}}{\frac{a-b}{(a-c)(b-c)(a-b)}} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) A: 当 $r = 2$ 时, 公式为

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} = 1. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

验证时 a, b, c 的取值不唯一, 如: 当 $a = 1, b = 2, c = 3$ 时, $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

$$\begin{aligned} \text{左边} &= \frac{1^2}{(1-2)(1-3)} + \frac{2^2}{(2-3)(2-1)} + \frac{3^2}{(3-1)(3-2)} \dots\dots\dots 7 \text{ 分} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{4}{-1} + \frac{9}{2} = 1. \end{aligned}$$

\therefore 右边 = 1, \therefore 左边 = 右边, \therefore 等式成立. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

B: ① 当 $r = 1$ 时, 公式为: $\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} = 0$ $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

证明: 左边 = $\frac{a}{(a-b)(a-c)} - \frac{b}{(b-c)(a-b)} + \frac{c}{(a-c)(b-c)} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$$= \frac{ab - ac - ab + bc + ac - bc}{(a-b)(b-c)(a-c)} = 0. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

\therefore 右边 = 0, \therefore 左边 = 右边, \therefore 等式成立. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

② 6051. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

24. (本题 10 分)

(1) 如图 2: $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

结论: 答案不唯一,

如: $A'N \parallel EM, A'N = EM, EN = A'M$, 四边形 $A'NEM$ 是平行四边形等. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) ① 证明: 如图 3, 连接 AF .

$$\begin{aligned} \therefore \angle B &= \angle D = 90^\circ, AB = AD, AF = AF, \\ \therefore \text{Rt}\triangle ABF &\cong \text{Rt}\triangle ADF. \\ \therefore BF &= DF. \end{aligned} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

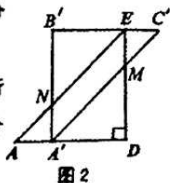


图 2



$$\because BC = DE,$$

$$\therefore BF - BC = DF - DE$$

$$\text{即 } CF = EF. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because AB = BC, \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ.$$

$$\because AC = AE, \angle CAE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle ECF &= 180^\circ - \angle 2 - \angle 3 \\ &= 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ \\ &= 60^\circ. \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle CEF \text{ 是等边三角形.} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\textcircled{2} 45 \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$(3) \text{ A. 如图 4(A).} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$2\sqrt{2}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{B: ① 如图 4(B).} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\frac{4\sqrt{5}}{5} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

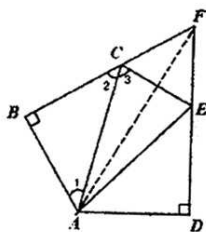


图 3

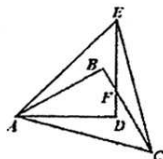
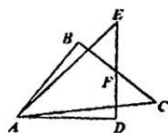


图 4 (A)



(B)

说明: 以上解答题的其他解法, 请参照此标准评分.