考场号：________ 座位号：________ 姓名：________ 初中学校：________

○装○订○线○密○封○

密封线内不要答题

太原市 2016~2017 学年第二学期高一年级期末考试

数学试卷

（考试时间：上午 8:00—9:30）

说明：本试卷为闭卷笔答，答题时间 90 分钟，满分 100 分

一、选择题：（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．请将其字母标号填入下表相应位置．）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

1. ★已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1,a_{n+1}=2a_n-1$，则$a_2=$（　）

A.1　　B.2　　C.3　　D. 4

【答案】A

【考点】数列递推公式理解

2. ★在ΔABC中，$a=1$，A=60°，$B=45°$，则$b=$（　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

【答案】D

【考点】正弦定理

3. ★不等式$(2x+1)(x-1)\le 0$的解集为（　）

A. $\left[-\frac{1}{2},1\right]$　　B. $\left[-1,\frac{1}{2}\right]$

C. $(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[1,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1]\cup[\frac{1}{2},+\infty)$

【答案】A

【考点】解一元二次不等式

4. ★★由$a_1=1,d=2$确定的等差数列$\{a_n\}$，当$a_n=59$时，序号$n=$（　）

A. 29　　B. 30　　C. 31　　D. 32

【答案】B

【考点】等差数列求项数

5. ★★已知$m>0,n>0$，且$mn=2$，则$2m+n$的最小值为（　）

A. 4　　B. 5　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{2}$

【答案】A

【考点】基本不等式求最值

6. ★ΔABC中，若$a=1,c=2,B=60°$，则ΔABC的面积为（　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. 1　　D. $\sqrt{3}$

【答案】B

【考点】三角形面积公式$S=\frac{1}{2}ab\sin C$的考察

7. ★已知$\{a_n\}$是等比数列，那么下列结论错误的是（　）

A. $a_5^2=a_3\cdot a_7$　　B. $a_5^2=a_1\cdot a_9$

C. $a_n^2=a_{n-1}\cdot a_{n+1}(n\in N^*)$　　D. $a_n^2=a_{n-k}\cdot a_{n+k}(n,k\in N^*,n>k>0)$

【答案】C

【考点】数列下角标取值范围的考察

8. ★★在ΔABC中，$a=80,b=100,A=45°$，则此三角形解的情况是（　）

A. 无解　　B. 一解　　C. 两解　　D. 不确定

【答案】C

【考点】边边角解三角形情况讨论

9. ★★已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=1$，若$3S_1,2S_2,S_3$成等差数列，则$a_n=$（　）

A. 2^{n-1}　　B. 1 或3^{n-1}　　C. 3^n　　D. 3^{n-1}

【答案】D

【考点】等差中项性质，等比数列通项公式

10. ★★如果$a<b<0,c>d>0$，那么一定有（　）

A. $\frac{c}{a}>\frac{d}{b}$　　B. $\frac{c}{a}<\frac{d}{b}$

C. $\frac{c}{b}>\frac{d}{a}$　　D. $\frac{c}{b}<\frac{d}{a}$

【答案】D

【考点】考察不等式的基本性质

11. ⁂在 ΔABC 中，角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c．若 $a\cos B=\frac{c}{2},|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}|=|\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}|$，则 ΔABC 为（　）

A. 等边三角形　　B. 等腰直角三角形

C. 锐角三角形　　D. 钝角三角形

【答案】B

【考点】正余弦定理，向量知识点的考察

【解析】根据正弦定理，$\sin A\cos B=\frac{\sin C}{2}$，$\therefore 2\sin A\cos B=\sin C$

$2\sin A\cos B=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B\Rightarrow \sin\left(A-B\right)=0\Rightarrow A=B$

又 $\because\left|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right|=\left|\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}\right|$，两边同时平方得到，$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=0$，$\therefore C=\frac{\pi}{2}$

$\therefore\triangle ABC$ 是等腰直角三角形

12. ⁂已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\lg\frac{n^2+3n+2}{n^2+3n},n\in N^*$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=$（　）

A. $\lg\frac{3}{n+3}$　　B. $\lg\frac{2}{n}$

C. $\lg\frac{3(n+1)}{n+3}$　　D. $\lg\frac{2(n+2)}{n}$

【答案】C

【考点】裂项法求前 n 项和

【解析】$a_n=\lg\frac{n^2+3n+2}{n^2+3n}=\lg\frac{(n+1)(n+2)}{n(n+3)}=\lg\frac{n+2}{n+3}-\lg\frac{n}{n+1}$，

$a_1+a_2+\ldots+a_{n-1}+a_n=\left(\lg\frac{3}{4}-\lg\frac{1}{2}\right)+\left(\lg\frac{4}{5}-\lg\frac{2}{3}\right)+\ldots+\left(\lg\frac{n+1}{n+2}-\lg\frac{n-1}{n}\right)+\left(\lg\frac{n+2}{n+3}-\lg\frac{n}{n+1}\right)$

$=\lg\frac{n+2}{n+3}+\lg\frac{n+1}{n+2}-\lg\frac{1}{2}-\lg\frac{2}{3}=\lg\frac{2(n+1)}{n+3}$

二、填空题：（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

13. ★8 与-7 的等差中项是_________.

【答案】$\frac{1}{2}$

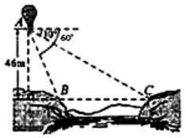
【考点】等差中项概念

14. ★ ΔABC 中，若 $a=4,b=5,c=6$，则 $\cos A=$_________.

【答案】$\frac{3}{4}$

【考点】余弦定理求余弦值

15. ★★如图，从一气球 A 上测得正前方河流的两岸 B,C 的俯角分别为 $60°,30°$，此时气球的高是 46m，则河流的宽度 $BC=$_______m.



【答案】$\frac{92\sqrt{3}}{3}$

【考点】解三角形的实际应用

【解析】设 A 在地面上正下方的投影为点 D，$\therefore BC=DC-BD=46\sqrt{3}-\frac{46}{\sqrt{3}}=\frac{92\sqrt{3}}{3}$

16. ⁂已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=x^2-4x$，则不等式 $f(x)>x$ 的解集是____________.

【答案】$(-5,0)\cup(5,+\infty)$

【考点】利用奇函数对称性与单调性解不等式

【解析】$\because f(x)$ 是奇函数，$\therefore g(x)=f(x)-x=x^2-5x$ 也为奇函数，$\therefore f(x)>x$ 等价于 $g(x)>0$，当 $x>0$ 时，$g(x)>0$ 解集为 $(5,+\infty)$，$\because g(x)$ 是奇函数，图象关于原点对称，所以当 $x<0$ 时，$g(x)>0$ 的解集为 $(-5,0)$，综上不等式 $f(x)>x$ 的解集为 $(-5,0)\cup(5,+\infty)$

三、解答题：（本大题共 5 小题，共 48 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）

17. （本小题满分 8 分）

在等差数列$\{a_n\}$中，公差为d，前n项和为S_n．

（1）★已知$a_1=2,d=3$，求a_{10}；

（2）★★已知$S_{10}=110$，$S_{20}=420$，求S_n．

【答案】(1) $a_{10}=29$；(2) $S_n=n^2+n$．

【考点】等差数列前n项和与通项公式

【解析】(1)∵$\{a_n\}$为等差数列，∴$a_{10}=a_1+9d=2+3\cdot 9=29$

(2) $\begin{cases}10a_1+\dfrac{10(10-1)}{2}d=110\\ 20a_1+\dfrac{20(20-1)}{2}d=420\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1=2\\ d=2\end{cases}$，∴$a_n=2n$，$S_n=n(n+1)=n^2+n$

18. （本小题满分 10 分）

已知ΔABC的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$a=3,c=\sqrt{2},B=\dfrac{\pi}{4}$．

（1）★求b；

（2）★★若$\sin 2C$．

【答案】(1) $b=\sqrt{5}$；(2) $\sin 2C=\dfrac{4}{5}$．

【考点】(1) 余弦定理求边长 (2) 正弦定理求角的正弦值与二倍角公式

【解析】(1)在△ABC中，根据余弦定理，$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=9+2-2\cdot 3\cdot\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=5$

∴$b=\sqrt{5}$．

(2) 在△ABC中，根据正弦定理，$\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{b}{\sin B}\Rightarrow\sin C=\dfrac{c\sin B}{b}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

由题可知，$c<a$，∴C为锐角，∴$\cos C=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，∴$\sin 2C=2\sin C\cos C=\dfrac{4}{5}$

19. （本小题满分 10 分）

某地计划建造一间背面靠墙的小屋，其地面面积为 12m^2，墙面高度为 3m．经测算，屋顶的造价为 5800 元，房屋正面每平方米的造价为 1200 元，房屋侧面每平方米的造价为 800 元．设房屋正面地面长方形的边长为x m，房屋背面和地面的费用不计．

（1）★★用含x的表达式表示房屋总造价z；

（2）★★怎样设计房屋能使总造价最低？最低造价是多少？

【答案】(1) $z=3600x+\dfrac{57600}{x}+5800$（$x>0$）；(2) 当$x=4$时，总造价最低，最低造价为 34600 元．

【考点】基本不等式的实际应用

【解析】(1) 整个屋子的造价包括：一个屋顶，两个侧面，一个正面的费用

∴$z=5800+2\cdot 3\cdot\dfrac{12}{x}\cdot 800+3\cdot x\cdot 1200=3600x+\dfrac{57600}{x}+5800$（$x>0$）

(2) $z=3600x+\dfrac{57600}{x}+5800\geq 2\sqrt{3600x\cdot\dfrac{57600}{x}}+5800=34600$

当且仅当$3600x=\dfrac{57600}{x}$，即$x=4$时取得最小值．∴当房屋正面地面的长方形的边长为 4m 时，造价最低，为 34600 元

20. (本小题满分 10 分)说明：请同学们在(A)、(B)两个小题中任选一题作答．

(A) 锐角ΔABC的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$2a\sin B=\sqrt{3}b$．

（1）★★求角A；

（2）☘若$a^2=(b-c)^2+6$，求ΔABC的面积．

【答案】(1) $A=\dfrac{\pi}{3}$；(2) $S_{\triangle ABC}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$．

【考点】解三角形中正余弦定理的综合考察

【解析】(1) 由题可知，根据正弦定理，$2\sin A\sin B=\sqrt{3}\sin B\Rightarrow\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，又∵△$ABC$是锐角三角形，∴$A\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，∴$A=\dfrac{\pi}{3}$．

(2) 由题可知，$a^2=b^2+c^2-2bc+6$①，又在△ABC中，根据余弦定理，

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc$②，②-①$\Rightarrow bc=6$，∴$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

(B) ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $(2c-a)\cos B=b(\cos A-2\cos C)$.

（1）⁂求 $\frac{a}{c}$ 的值；

（2）⁂若 $b=2,\cos B=\frac{1}{4}$，求 ΔABC 的面积.

【答案】(1) $\frac{a}{c}=\frac{1}{2}$；(2) $S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{15}}{4}$.

【考点】解三角形中正余弦定理的综合考察

【解析】(1) 由题可知，根据正弦定理，

$(2\sin C-\sin A)\cdot\cos B=\sin B\cdot(\cos A-2\cos C)\Rightarrow 2\sin(B+C)=\sin(A+B)$

$\therefore 2\sin A=\sin C$，$\therefore 2a=c\Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{1}{2}$

(2) 在△ ABC 中，根据余弦定理，$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B\Rightarrow 4=a^2+c^2-\frac{1}{2}ac$

由（1）可知，$c=2a$，$\therefore 4=a^2+4a^2-a^2\Rightarrow a=1,c=2$，又 $\because \sin B=\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{4}$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{15}}{4}$

21. (本小题满分 10 分) 说明：请考生在(A)、(B)两个小题中任选一题作答.

(A) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $2S_n=3^{n+1}-3(n\in N^*)$.

(1) ★★求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) ⁂若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\frac{1}{a_n}\log_3 a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

【答案】(1) $a_n=3^n$；(2) $T_n=\frac{3}{4}-\frac{2n+3}{4\cdot 3^n}$.

【考点】①由递推公式求通项②差比数列用错位相减法求和

【解析】(1) 由题可知 $2S_n=3^{n+1}-3$（$n\in N^*$）①，$\therefore 2S_{n-1}=3^n-3$（$n\ge 2$）②

①-②$\Rightarrow 2a_n=(3^{n+1}-3)-(3^n-3)=2\cdot 3^n\Rightarrow a_n=3^n$（$n\ge 2$）

又由题可知，$2S_1=3^2-3\Rightarrow a_1=S_1=3$，$\therefore a_n=3^n$.

(2) $b_n=\frac{1}{a_n}\log_3 a_n=n\cdot\frac{1}{3^n}$，$\therefore T_n=1\cdot\frac{1}{3}+2\cdot\frac{1}{3^2}+\dots+(n-1)\cdot\frac{1}{3^{n-1}}+n\cdot\frac{1}{3^n}$①

$\frac{1}{3}T_n=1\cdot\frac{1}{3^2}+2\cdot\frac{1}{3^3}+\dots+(n-1)\cdot\frac{1}{3^n}+n\cdot\frac{1}{3^{n+1}}$②

②-①$\Rightarrow \frac{2}{3}T_n=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\dots+\frac{1}{3^n}-\frac{n}{3^{n+1}}=\frac{\frac{1}{3}(1-\frac{1}{3^n})}{1-\frac{1}{3}}-\frac{n}{3^{n+1}}=\frac{1}{2}-\frac{2n+3}{2\cdot 3^{n+1}}$

$\therefore T_n=\frac{3}{4}-\frac{2n+3}{4\cdot 3^n}$.

(B) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=5$，且 $a_{n+1}+2a_n=5\times 3^n$.

(1) ⁂求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) ⁂令 $b_n=n(1-\frac{a_n}{3^n})$，记 $T_n=|b_1|+|b_2|+|b_3|+\cdots+|b_n|$，求 T_n.

【答案】(1) $a_n=3^n-(-2)^n$；(2) $T_n=6-(2n+6)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

【考点】①由递推公式求通项②差比数列用错位相减法求和

【解析】(1) 由题可知，$a_{n+1}=-2a_n+5\times 3^n$，设 $a_{n+1}+\lambda\cdot 3^{n+1}=-2(a_n+\lambda\cdot 3^n)$

化简得到 $a_{n+1}=-2a_n-5\lambda\cdot 3^n$，$-5\lambda=5\Rightarrow\lambda=-1$，即原式可转化为 $a_{n+1}-3^{n+1}=-2(a_n-3^n)$

$\therefore\{a_n-3^n\}$ 是以 -2 为公比的等比数列，$\therefore a_n-3^n=(a_1-3)\cdot(-2)^{n-1}\Rightarrow a_n=3^n-(-2)^n$

(2) $b_n=n\cdot\left(1-\frac{a_n}{3^n}\right)=n\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^n$，$|b_n|=n\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n$

$\therefore T_n=1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^1+2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2+\dots+n\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n$①，$\frac{2}{3}T_n=1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2+2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3+\dots+n\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$②

①-②$\Rightarrow\frac{1}{3}T_n=\frac{2}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\dots+\left(\frac{2}{3}\right)^n-n\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\Rightarrow T_n=6-(2n+6)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n$.