



## 2015 高一分班考试数学试题

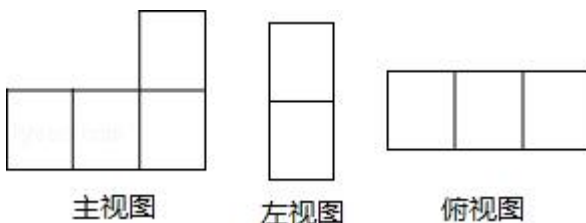
### 一、选择题（每小题 3 分，共 24 分。）

1. 在社会实践活动中，某同学对甲、乙、丙、丁四个城市一至五月份的香蕉价格进行调查. 四个城市 5 个月香蕉价格的平均值均为 3.50 元，方差分别为  $S_{\text{甲}}^2 = 18.3$ ,  $S_{\text{乙}}^2 = 17.4$ ,  $S_{\text{丙}}^2 =$

20.1,  $S_{\text{丁}}^2 = 12.5$ . 一至五月份香蕉价格最稳定的城市是

- A. 甲      B. 乙      C. 丙      D. 丁

2. 如图是一些相同的小正方体搭成的几何体的三视图，那么搭成这个几何体的小正方体的个数为

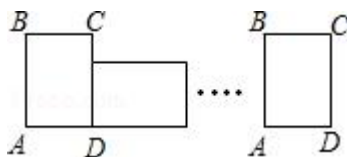


- A. 3 个      B. 4 个      C. 6 个      D. 9 个

3. 若二次函数  $y = (x - m)^2 - 1$ ，当  $x \leq 1$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小，则  $m$  的取值范围是

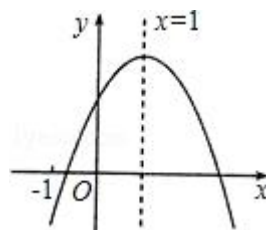
- A.  $m=1$       B.  $m>1$       C.  $m \geq 1$       D.  $m \leq 1$

4. 如图，将一长为 8cm、宽为 6cm 的长方形 ABCD 的四边沿直线向右滚动（不滑动），当长方形滚动一周时，点 A 经过的路线长为



- A.  $12\pi$       B.  $16\pi$       C.  $8\pi$       D.  $10\pi$

5. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如图所示，有下列 5 个结论：①  $abc > 0$ ；②  $b < a + c$ ；③  $4a + 2b + c > 0$ ；④  $2c < 3b$ ；⑤  $a + b > m(am + b)$  ( $m \neq 1$  的实数). 其中正确的结论有





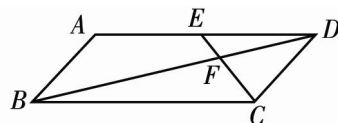
- A. 2 个      B. 3 个      C. 4 个      D. 5 个

6. 抛掷一枚质地均匀的正方体骰子, 骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 掷得朝上一面的点数为奇数的概率为

- A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$

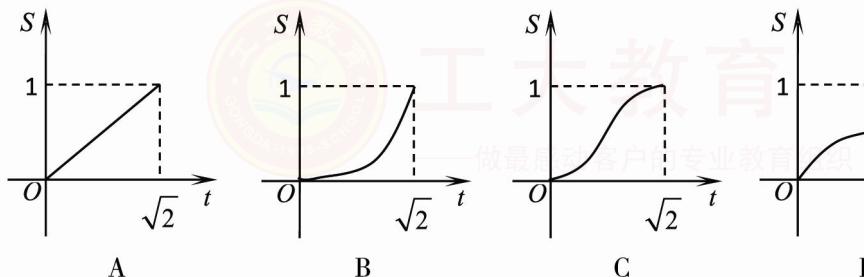
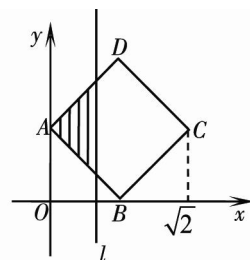
7. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $E$  为  $AD$  的中点,  $\triangle DEF$  的周长为 1, 则  $\triangle BCF$  的周长为

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4



8. 如右图, 正方形  $ABCD$  的顶点  $A(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ,  $B(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$ , 顶

点  $C$ 、 $D$  位于第一象限, 直线  $l: x = t (0 \leq t \leq \sqrt{2})$  将正方形  $ABCD$  分成两部分, 记位于直线  $l$  左侧阴影部分的面积为  $S$ , 则  $S$  关于  $t$  的函数图象大致是



## 二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 计 24 分)

9. 写一个比  $-\frac{1}{2}$  小的负无理数\_\_\_\_\_.

10. 为了解西安市区初中九年级男生的身高情况, 从其中的一个学校选取容量为 60 的样本 (60 名男生的身高, 单位: cm), 分组情况如表:

分组	151.5 - 158.5	158.5 - 165.5	165.5 - 172.5	172.5 - 179.5
频数	6	21		m
频率			a	0.1

则表中的  $m$  = \_\_\_\_\_,  $a$  = \_\_\_\_\_.

11. 一个扇形的圆心角为  $120^\circ$ , 半径为 1, 则这个扇形的弧长为\_\_\_\_\_.



12. 观察下列等式:  $1=1$ ,

$$2+3+4=9,$$

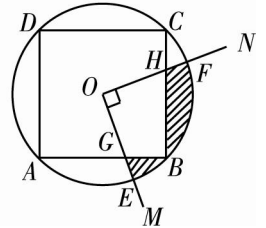
$$3+4+5+6+7=25,$$

$$4+5+6+7+8+9+10=49,$$

.....

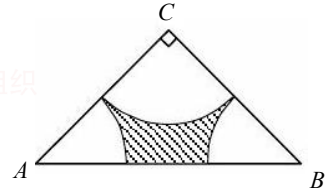
照此规律, 第 5 个等式为\_\_\_\_\_.

13. 如图, 正方形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ,  $\odot O$  的半径为 2, 以圆心  $O$  为顶点作  $\angle MON$ , 使  $\angle MON=90^\circ$ ,  $OM$ 、 $ON$  分别与  $\odot O$  交于点  $E$ 、 $F$ , 与正方形  $ABCD$  的边交于点  $G$ 、 $H$ , 则由  $OE$ 、 $OF$ 、 $\widehat{EF}$  及正方形  $ABCD$  的边围成的图形(阴影部分)的面积  $S$ =\_\_\_\_\_.



14. 有八个球编号是①到⑧, 其中有六个球一样重, 另外两个球都轻 1 克, 为了找出这两个球, 用天平称了三次, 结果如下: 第一次①+②比③+④重, 第二次⑤+⑥比⑦+⑧轻, 第三次①+③+⑤和②+④+⑧一样重. 那么, 这两个轻球的编号是: \_\_\_\_\_ (填编号).

15. 如图所示,  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C$  是直角,  $AC=BC=4$ , 分别以  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为圆心, 以  $\frac{1}{2}AC$  为半径画弧, 三条弧与边  $AB$  部分的所围成的阴影面积是\_\_\_\_\_.



16. 如图, 抛物线  $y = -x^2 + 2012$  的图象与  $y$  正半轴的交点为  $A$ ,

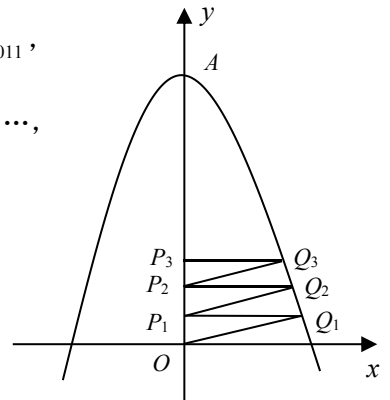
将线段  $OA$  分成 2012 等分, 设分点分别为  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{2011}$ ,

过每个分点作  $y$  轴的垂线, 分别与抛物线交于点  $Q_1, Q_2, Q_3, \dots,$

$Q_{2011}$ , 把  $Rt\triangle OP_1Q_1, Rt\triangle P_1P_2Q_2, Rt\triangle P_2P_3Q_3, \dots,$

$Rt\triangle P_{2010}P_{2011}Q_{2011}$  的面积分别记为  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{2011}$ ,

则  $S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_{2011}^2 =$ \_\_\_\_\_.



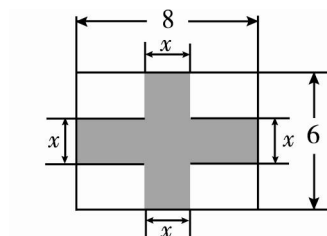
三、解答题 (共 7 小题, 计 52 分)



17. (本小题 4 分)

先化简, 再求值:  $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$ , 其中  $x = -2$ .

18. (本小题 4 分) 小明家有一块长 8m、宽 6m 的矩形空地, 现准备在该空地上建造一个十字花园 (图中阴影部分), 并使花园面积为空地面积的一半, 小明设计了如图的方案, 请你帮小明求出图中的  $x$  值.



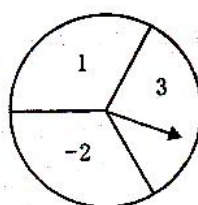
19. (本小题 6 分) 阅读并回答问题:

小亮是一位刻苦学习、勤于思考、勇于创新的同学. 一天他在解方程  $x^2 = -1$  时, 突发奇想:  $x^2 = -1$  在实数范围内无解, 如果存在一个数  $i$ , 使  $i^2 = -1$ , 那么当  $x^2 = -1$  时, 有  $x = \pm i$ , 从而  $x = \pm i$  是方程  $x^2 = -1$  的两个根. 据此可知:

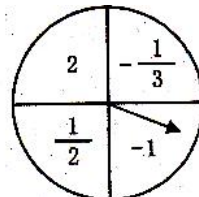
(1)  $i$  可以运算, 例如:  $i^3 = i^2 \cdot i = -1 \times i = -i$ , 则  $i^4 =$  \_\_\_\_\_,  $i^{2011} =$  \_\_\_\_\_,  $i^{2012} =$  \_\_\_\_\_;

(2) 方程  $x^2 - 2x + 2 = 0$  的两根为 \_\_\_\_\_ (根用  $i$  表示).

20. (本小题 8 分) 如图, 甲转盘被分成 3 个面积相等的扇形, 乙转盘被分成 4 个面积相等的扇形, 每一个扇形都标有相应的数字. 同时转动两个转盘, 当转盘停止后, 设甲转盘指针所指区域内的数字为  $x$ , 乙转盘指针所指区域内的数字为  $y$  (当指针指在边界上时, 重转一次, 直到



甲转盘



乙转盘



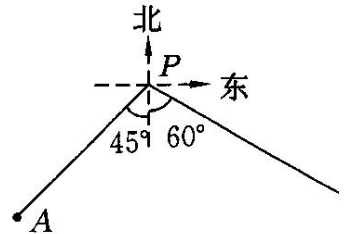
指针指向一个区域为止).

(1) 请你用画树状图或列表格的方法, 求出点  $(x, y)$  落在第二象限内的概率;

(2) 求出点  $(x, y)$  落在函数  $y = -\frac{1}{x}$  图象上的概率.

## 21. (本小题 8 分)

如图, 小岛 A 在港口 P 的南偏西  $45^\circ$  方向, 距离港口 81 海里处. 甲船从 A 出发, 沿 AP 方向以 9 海里/时的速度驶向港口, 乙船从港口 P 出发, 沿南偏东  $60^\circ$  方向, 以 18 海里/时的速度驶离港口, 现两船同时出发.



(1) 出发后几小时两船与港口 P 的距离相等?

(2) 出发后几小时乙船在甲船的正东方向? (结果精确到 0.1 小时)

(参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.41$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ )

## 22. (本小题 10 分) 阅读材料:

已知  $p^2 - p - 1 = 0$ ,  $1 - q - q^2 = 0$ , 且  $pq \neq 1$ , 求  $\frac{pq+1}{q}$  的值.

解: 由  $p^2 - p - 1 = 0$  及  $1 - q - q^2 = 0$ , 可知  $p \neq 0$ ,  $q \neq 0$ ,

又因为  $pq \neq 1$  所以  $p \neq \frac{1}{q}$ , 所以  $1 - q - q^2 = 0$  可变形为:  $(\frac{1}{q})^2 - (\frac{1}{q}) - 1 = 0$ ,

根据  $p^2 - p - 1 = 0$  和  $(\frac{1}{q})^2 - (\frac{1}{q}) - 1 = 0$  的特征,



$p$  与  $\frac{1}{q}$  可以看作方程  $x^2 - x - 1 = 0$  的两个不相等的实数根,

所以  $p + \frac{1}{q} = 1$ , 所以  $\frac{pq+1}{q} = 1$ .

根据以上阅读材料所提供的方法, 完成下面的解答:

(1) 已知  $m^2 - 5mn + 6n^2 = 0$ ,  $m > n$ , 求  $\frac{m}{n}$  的值.

(2) 已知  $2m^2 - 5m - 1 = 0$ ,  $(\frac{1}{n})^2 + \frac{5}{n} - 2 = 0$ , 且  $m \neq n$ , 求  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$  的值.

23. (本小题 12 分) 已知二次函数的图象经过  $A(2, 0)$ 、 $C(0, 12)$  两点, 且对称轴为直线  $x=4$ . 设顶点为点  $P$ , 与  $x$  轴的另一交点为点  $B$ .

(1) 求二次函数的解析式及顶点  $P$  的坐标;

(2) 如图 1, 在直线  $y=2x$  上是否存在点  $D$ , 使四边形  $OPBD$  为等腰梯形? 若存在, 求出点  $D$  的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 如图 2, 点  $M$  是线段  $OP$  上的一个动点 ( $O$ 、 $P$  两点除外), 以每秒  $\sqrt{2}$  个单位长度的速度由点  $P$  向点  $O$  运动, 过点  $M$  作直线  $MN \parallel x$  轴, 交  $PB$  于点  $N$ . 将  $\triangle PMN$  沿直线  $MN$  对折, 得到  $\triangle P_1MN$ . 在动点  $M$  的运动过程中, 设  $\triangle P_1MN$  与梯形  $OMNB$  的重叠部分的面积为  $S$ , 运动时间为  $t$  秒. 求  $S$  关于  $t$  的函数关系式.

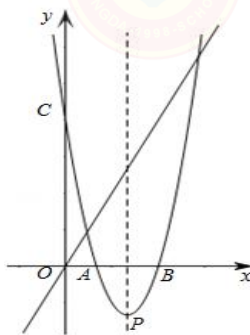


图 1

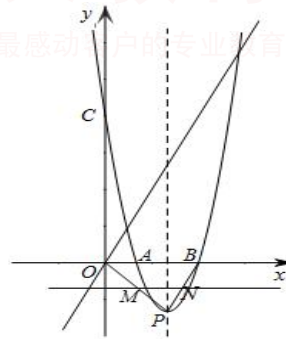


图 2